Atividade de apoio - Matemática

Rafael - 2a das 14 às 16 horas
Rodrigo - 3a das 14 às 16 horas
Samuel - 4a das 19 às 21 horas
Vivian - 6a das 17 à 19 horas

Exercício WEB1 – A tabela de situações está disponível no Moodle.
A entrega da pré-sintese será no dia 25/03.

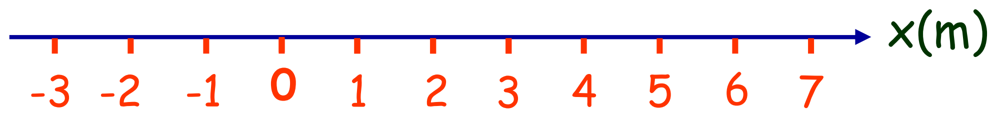
O Glauco dará a monitoria na próxima quarta-feira, 23/03.

Cinemática

Movimento Unidimensional

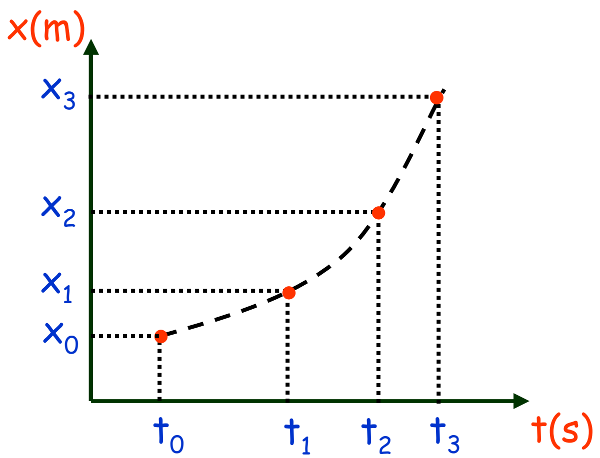
Todo movimento é descrito em termos de um sistema (espacial) de referência. Na cinemática este sistema de referência tem caráter acessório, ou seja pode ser escolhido arbitrariamente.

Para o movimento unidimensional este referencial é uma reta orientada, onde se escolhe uma origem arbitrária.



Experimentalmente pode obter-se a equação horária $x(t)$, que descreve a evolução temporal da partícula ou do corpo, que po de ser representada por uma tabela ou gráfico

x(m)	t(s)
x_0	t_0
x_1	t_1
x_2	t_2
x_3	t_3
...	...

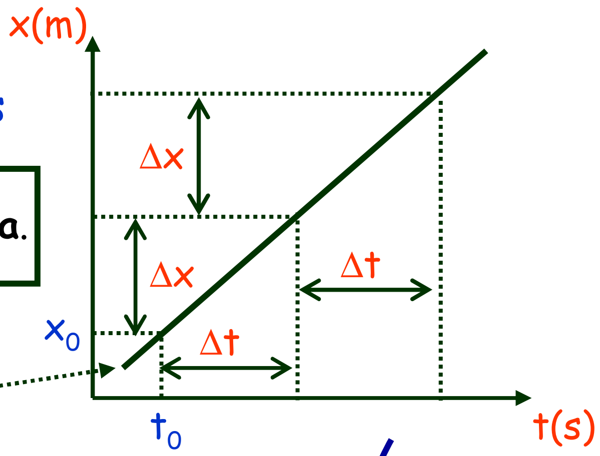


Velocidade média

Em um dado instante de tempo t_1 a partícula (ou corpo) se encontra na posição x_1 e no instante de tempo t_2 se encontra na posição x_2. O deslocamento da partícula no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ (ou corpo) será $\Delta x = x_2 - x_1$. A velocidade média é definida por:

$$\boxed{v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

Exemplo : MRU – Espaços iguais são percorridos em intervalos de tempos iguais

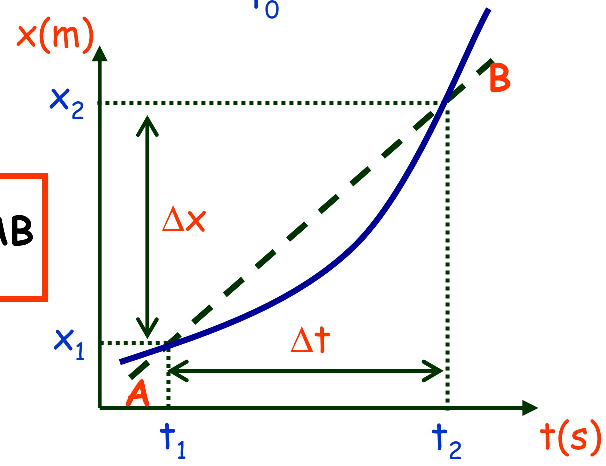


$$\boxed{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v = \text{constante} \equiv \textbf{coeficiente angular da reta.}}$$

Deste modo a equação horária do MRU será:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

Movimento qualquer (não uniforme)



$$\boxed{v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \textbf{coeficiente angular da reta } AB}$$

Velocidade instantânea

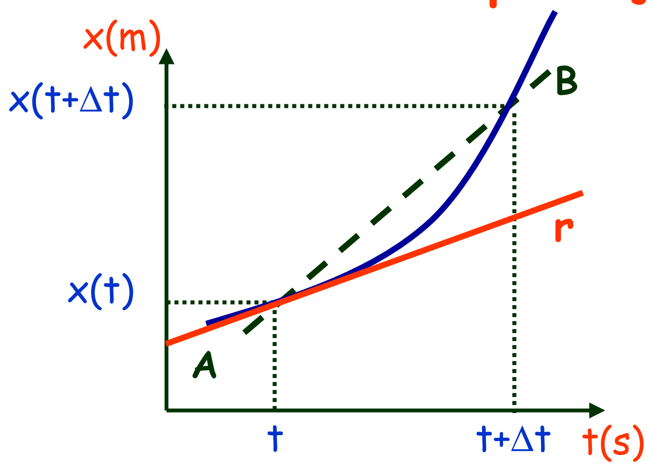
Em um instante t uma partícula se encontra em x(t) e, após um intervalo de tempo Δt ela se enontra em $x(t+\Delta T)$. A velocidade média será:

$$\boxed{v_m = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{t + \Delta t - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Quanto menor Δt, a velocidade média representará cada vez melhor a ve locidade instantânea, no instante de tempo t. Ou seja no limite de Δt->0:

$$\boxed{v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{t + \Delta t - t}}$$

Interpretação geométrica

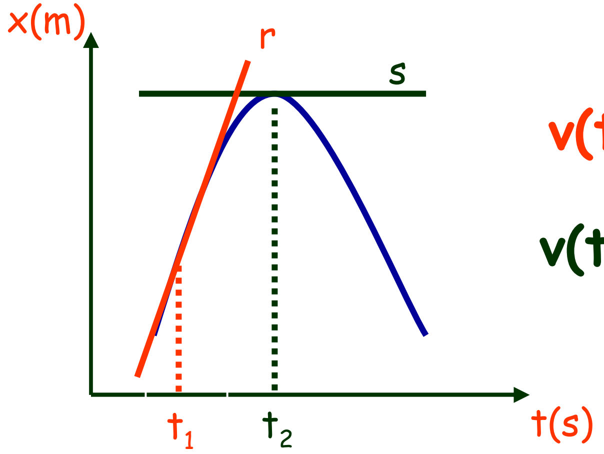


$$\boxed{v_m = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \text{coeficiente angular da reta } AB}$$

Se $\Delta t \to 0 \Rightarrow B \to A$ e $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ tende ao coeficient e angular da reta r, tangente à curva no ponto A.

Deste modo v(t), em cada instante é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico x x t no ponto t.

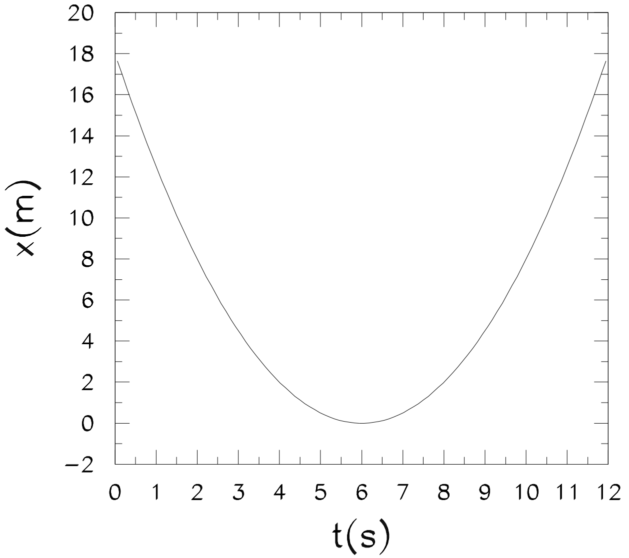
Exemplo



$v(t_1) \stackrel{N}{=}$ coeficiente angular da reta r

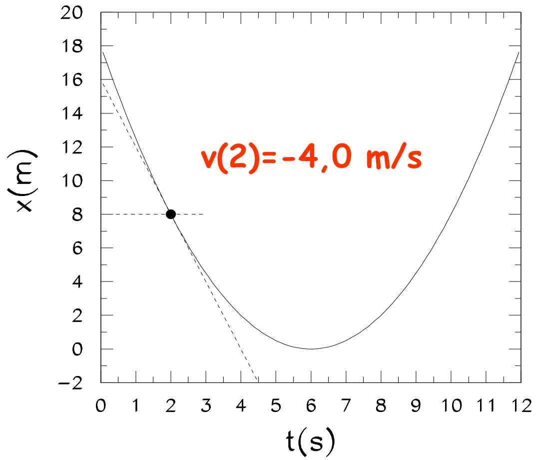
$v(t_2) \stackrel{N}{=}$ coeficiente angular da reta s(=0)

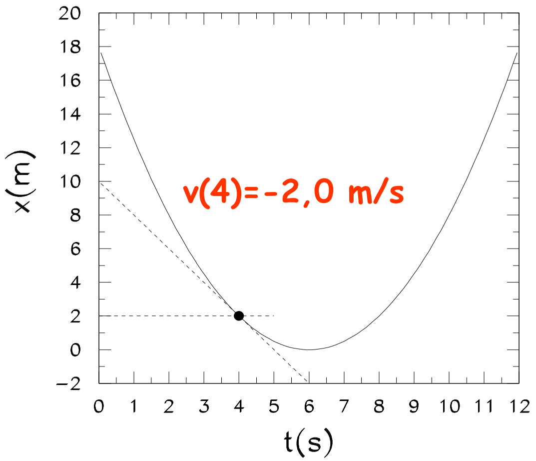
Aplicação numérica : $x(t)=0,5*t^2-6*t+18$
(x em metros, t em segundos)

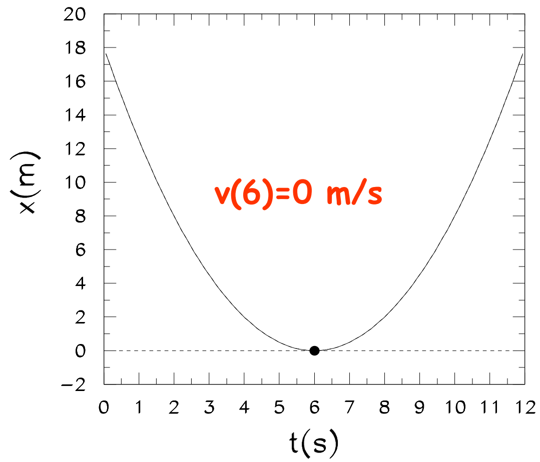


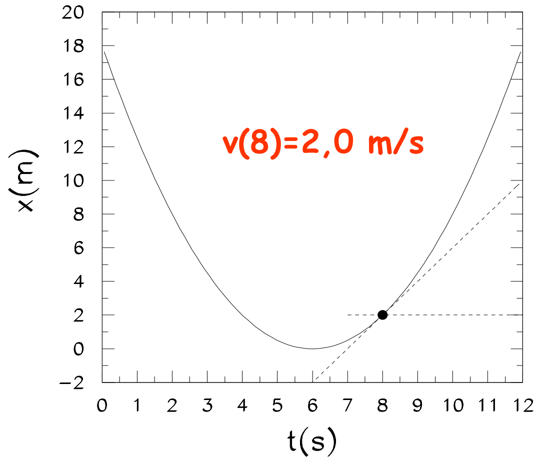
Cálculo da velocidade instantânea

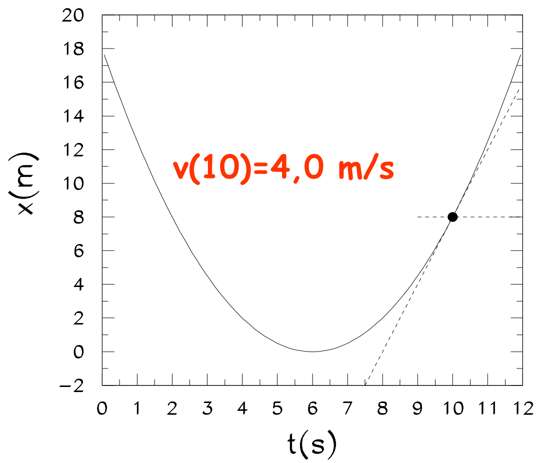
Coeficiente angular da reta tangente à curva


v(2)=-4,0 m/s
x(m)
t(s)


v(4)=-2,0 m/s
x(m)
t(s)

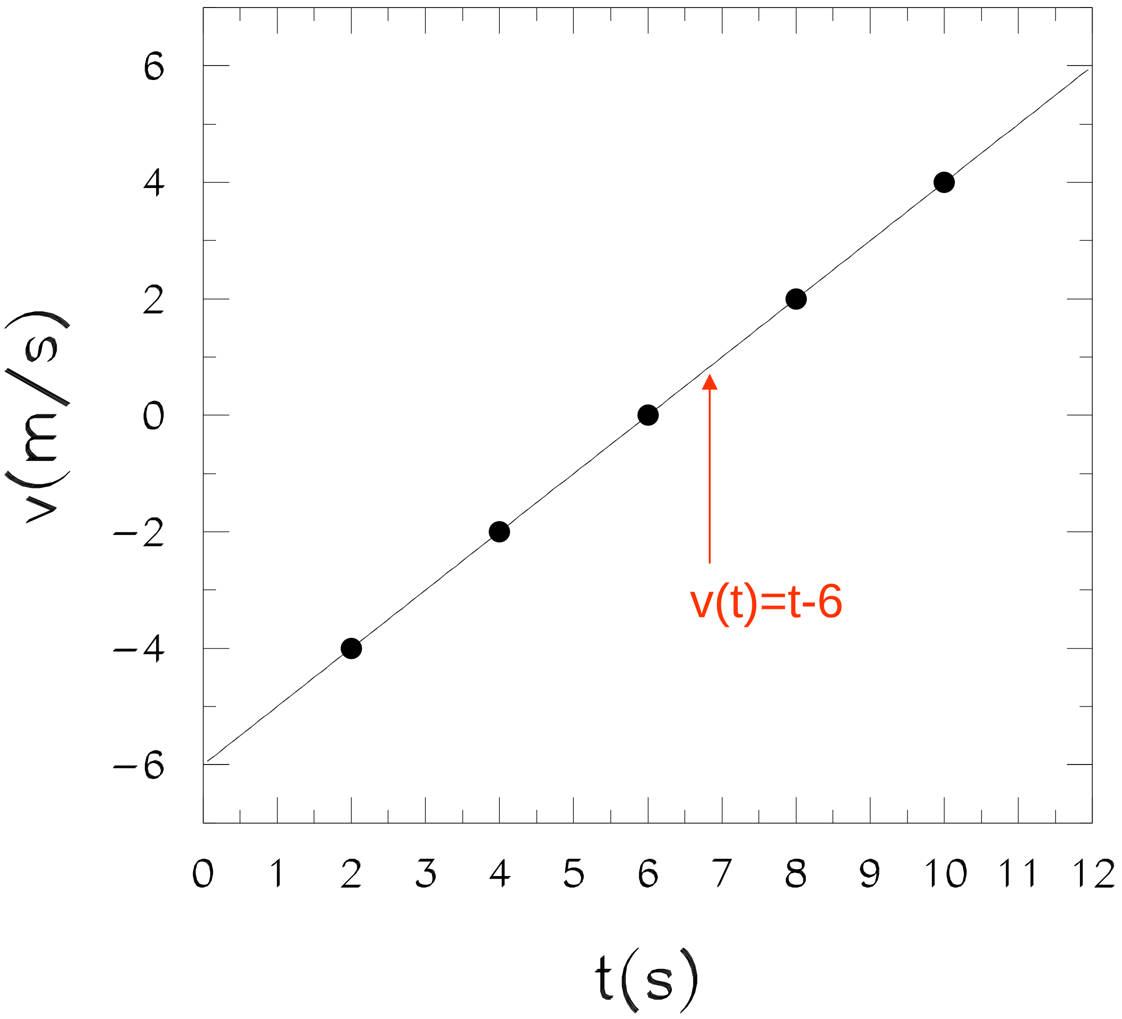

v(6)=0 m/s
x(m)
t(s)


v(8)=2,0 m/s
x(m)
t(s)


v(10)=4,0 m/s
x(m)
t(s)

RLN - 03 2010

t(s)	v(m/s)
2,0	-4,0
4,0	-2,0
6,0	0
8,0	2,0
10	4,0



Um pouco de álgebra...

Suponha que $x(t)=at^2+bt+c$, onde a, b e c são constantes reais, com dimensões apropriadas., tais que $[x]=\text{metro}$. Vamos calcular a velocidade média entre um instante t e $t+\Delta t$, onde Δt é finito.

$$\boxed{v_m = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{t+\Delta t - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

$$x(t+\Delta t) = a(t+\Delta t)^2 + b(t+\Delta t) + c = at^2 + 2at\Delta t + \Delta t^2 + bt + b\Delta t + c$$

$$x(t) = at^2 + bt + c$$

$$\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t) = 2at\Delta t + \Delta t^2 + b\Delta t$$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2at\Delta t + \Delta t^2 + b\Delta t}{\Delta t} = 2at + b + \Delta t$$

Se $\Delta t \to 0 \Rightarrow v_m \to \text{velocidade instantânea} \equiv v(t)$. Logo

$$v(t) = 2at + b$$

Deste modo se $x(t)=0{,}5t^2-6t+18$ => $v(t)=t-6$, como foi verificado através do procedimento gráfico !

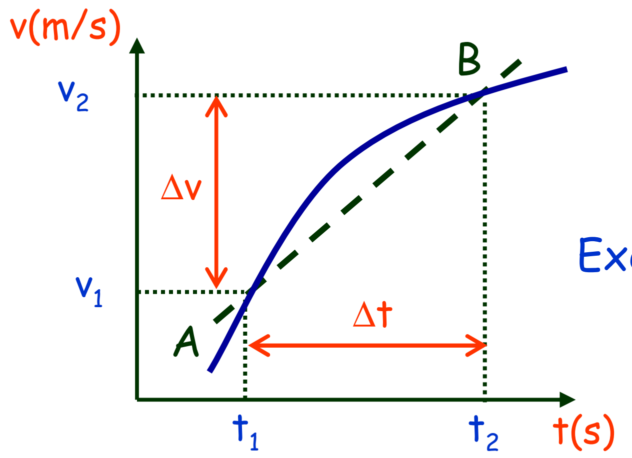
Observação: a velocidade média, v_m, e a velocidade instantânea, $v(t)$ são grandezas vetoriais. Usamos a expressão velocidade escalar para designar uma distância percorrida dividida pelo tempo. A velocidade escalar média NÃO é igual ao módulo da velocidade média.

Exemplo: Prova de natação : 100 m percorridos em 50 segundos.

Neste caso velocidade escalar média $\boxed{= \frac{100}{50} = 2{,}0 \text{ m/s}}$, mas $v_m = 0$, pois $\Delta x = 0$.

Aceleração

Quando a velocidade de uma partícula varia dizemos que ela está sob aceleração.



$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \text{coeficiente angular da reta } AB$$

$$(\text{m/s}^2 \text{ no SI})$$

Exemplos: Carro esportivo=> 100 km/h em 4 segundos

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100\,\text{k/h}}{4\,\text{segundos}} = \frac{27{,}8}{4} = 6{,}9 \text{ m/s}^2 \; (0{,}7g).$$

Carro foguete=> 120 km/h em 0,04 segundos

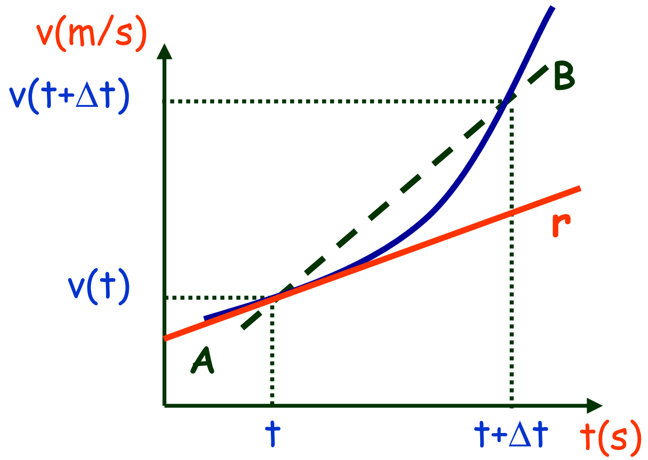
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{120\,\text{km/h}}{0{,}04\,\text{segundos}} = \frac{33{,}3}{0{,}04} = 830 \text{ m/s}^2 \; (85g).$$

A aceleração instantânea é obtida pelo mesmo processo com o qual, a partir da velocidade média obtem-se a velocidade instantânea.

$$\boxed{a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{t + \Delta t - t}}$$

A interpretação geométrica da aceleração instantânea é a mesma da velocidade instantânea.

Interpretação geométrica



$$\boxed{a_m = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \text{coeficiente angular da reta } AB}$$

Se $\Delta t \to 0 \Rightarrow B \to A$ e $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ tende ao coeficient e angular da reta r, tangente à curva no ponto A.

Deste modo a(t), em cada instante é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico v x t no ponto t.

Movimento com aceleração constante - MRUV

Neste caso a variação velocidade Δv em intervalos de tempos Δt iguais é a mesma. Este é um caso especial, que pode ser aplicado com boa aproximação para corpos em queda livre próximos a superfície da Terra e quando a resistência do ar é des prezada.