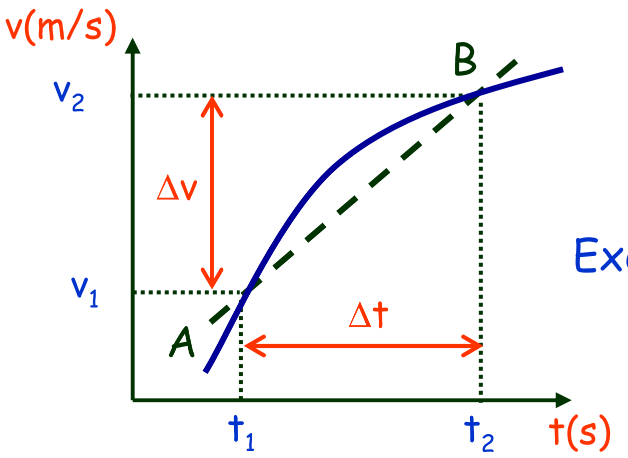
Aceleração

Quando a velocidade de uma partícula varia dizemos que ela está sob aceleração.



$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \text{coeficiente angular da reta } AB$$

$$(m/s^2 \text{ no SI})$$

Exemplos: Carro esportivo=> 100 km/h em 4 segundos

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100\,k/h}{4\,\text{segundos}} = \frac{27,8}{4} = 6,9 \text{ m/s}^2 \; (0,7g).$$

Carro foguete=> 120 km/h em 0,04 segundos

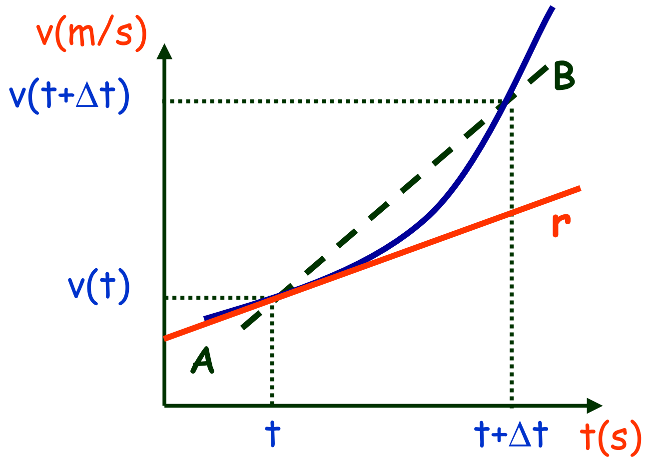
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{120\,km/h}{0,04\,\text{segundos}} = \frac{33,3}{0,04} = 830 \text{ m/s}^2 \; (85g).$$

A aceleração instantânea é obtida pelo mesmo processo com o qual, a partir da velocidade média obtem-se a velocidade instantânea.

$$\boxed{a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{t + \Delta t - t}}$$

A interpretação geométrica da aceleração instantânea é a mesma da velocidade instantânea.

Interpretação geométrica



$$a_m = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \text{coeficiente angular da reta } AB$$

Se $\Delta t \to 0 \Rightarrow B \to A$ e $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ tende ao coeficient e angular da reta r, tangente à curva no ponto A.

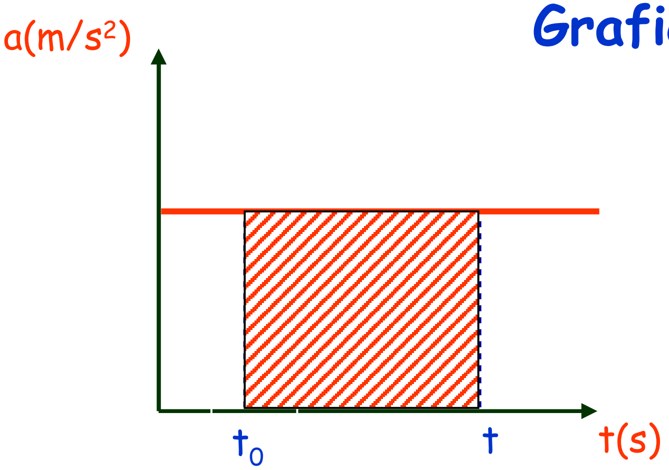
Deste modo a(t), em cada instante é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico v x t no ponto t.

Movimento com aceleração constante - MRUV

Neste caso a variação velocidade Δv em intervalos de tempos Δt iguais é a mesma. Este é um caso especial, que pode ser aplicado com boa aproximação para corpos em queda livre próximos a superfície da Terra e quando a resistência do ar é desprezada.

MRUV -> a_m= aceleração instantânea=a(t)=a (constante)

Graficamente



Pela definição de aceleração média

$$a_m = a(t) = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a\Delta t$$

Δv = "área" hachureada entre t_0 e t

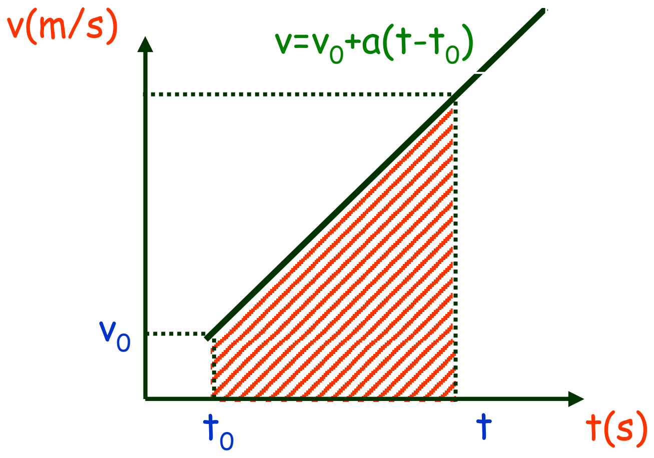
$\Delta v = a\Delta t = a(t - t_0)$. Se a velocidade v_0 no instante de tempo t_0 for conhecida $(v(t_0) = v_0)$, podemos escrever

$$v(t) - v(t_0) = v(t) - v_0 = a(t - t_0) \Rightarrow v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

O cálculo acima corresponde, matematicamente, ao cálculo da seguinte integral : $\Delta v = \int_{t_0}^{t} a dt = a(t - t_0)$

Nesse sentido podemos escrever : INTEGRAL= "ÁREA" SOB A CURVA

O gráfico da velocidade como função do tempo no MRUV é uma reta, cujo coeficiente angular fornece o valor da aceleração.



Por analogia ao resultado anterior, podemos obter o deslocamento Δx no MRUV através do cálculo da área sob a curva v x t

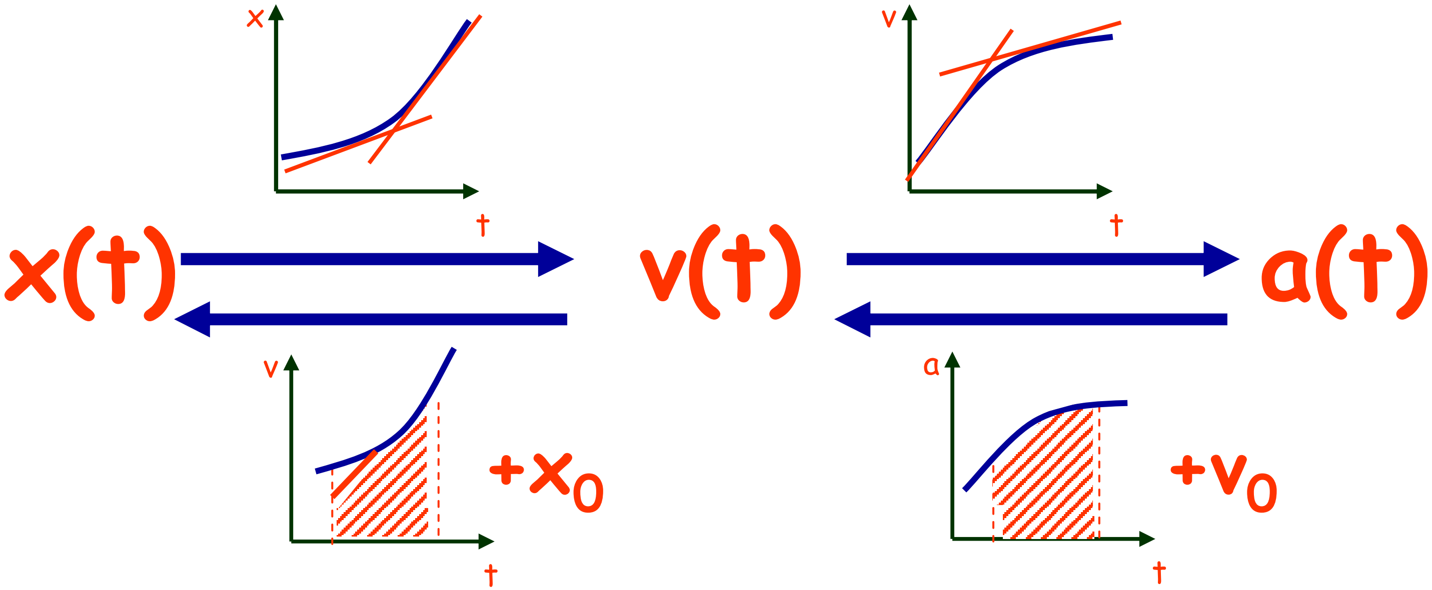
Δx = "área" hachureada entre t_0 e t

$$\Delta x = x(t) - x(t_0) = \frac{1}{2}(v(t) + v_0) \times (t - t_0) = \frac{1}{2}[v_0 + a(t - t_0) + v_0](t - t_0)$$

$$x(t) - x(t_0) = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2.$$ Chamando $x(t_0) = x_0$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Deste modo conhecendo-se a qualquer de uma das grandezas cinemáticas relevantes ($x(t)$, $v(t)$ ou $a(t)$) podemos, em princípio calcular qualquer outra, utilizando o esquema abaixo.

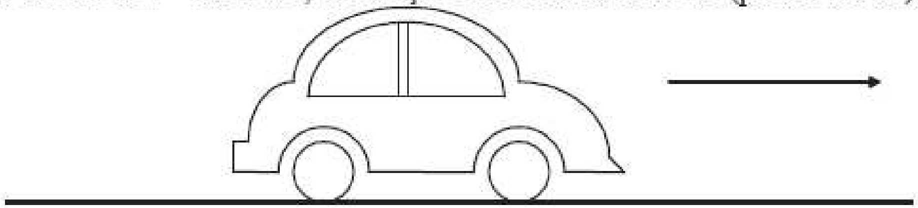


Matematicamente

$$x(t)\underset{\int\,+x_0}{\overset{\frac{d}{dt}}{\longrightarrow}}v(t)\underset{\int\,+v_0}{\overset{\frac{d}{dt}}{\longrightarrow}}a(t)$$

Sistemas de Referência

1) Considere o movimento de um carro em uma estrada. Suponha que o carro se mova **SEMPRE** com velocidade constante $v = 60$ km/h, na direção indicada no desenho (para a direita).

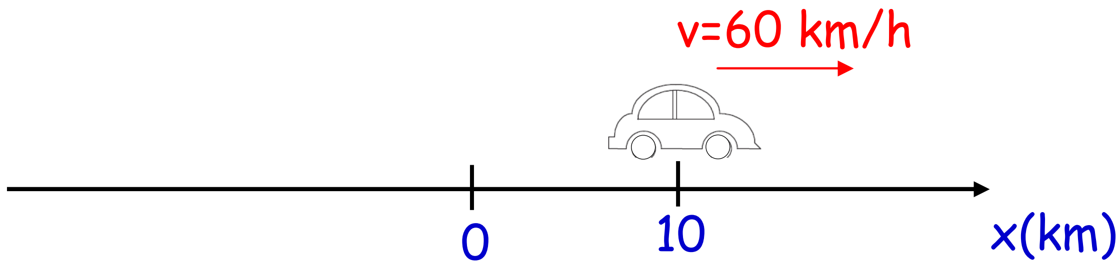


Escreva a equação horária que descreve o movimento do carro (que é sempre o mesmo!) em cada um dos sistemas de referência descritos nos itens a seguir. Para isso, primeiro desenhe uma reta representando o eixo com a sua orientação, marque nele a origem (marco 0 km da estrada) e só então localize a posição do carro no instante indicado.

a) Em $t = 0$ h o carro se encontra no km 10 da estrada; o eixo está orientado para a direita.
b) No instante $t = 0$ h o carro se encontra a 5 km ANTES da origem (marco km 0); eixo orientado para a direita.
c) O carro passa pela origem (marco km 0) quando o relógio marca 2 h; eixo orientado para a esquerda.
d) No instante $t = 0$ h o carro se encontra a 10 km à direita da origem; eixo orientado para a esquerda.
e) No instante $t = 0$ h o carro se encontra a 5 km à esquerda da origem; o eixo está orientado para a esquerda.

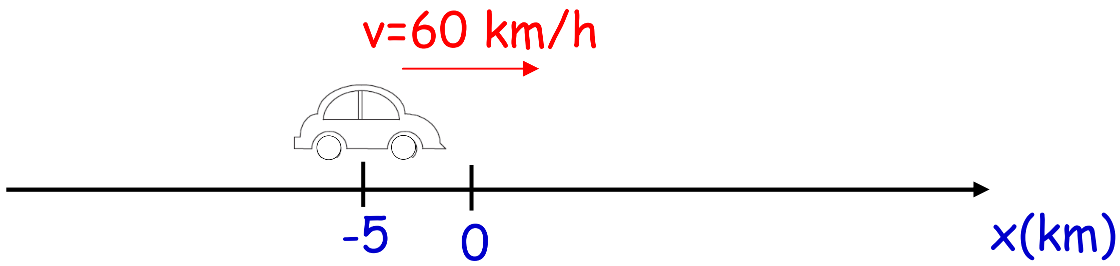
A EQUAÇÃO QUE DESCREVE O MOVIMENTO É DIFERENTE EM CADA CASO PORQUE SÃO DIFERENTES AS ESCOLHAS FEITAS PARA: (a) A ORIENTAÇÃO DO EIXO; (b) O PONTO DA ESTRADA ONDE COLOCAMOS A ORIGEM; (c) O MOMENTO ESCOLHIDO COMO ORIGEM DO TEMPO.

a)



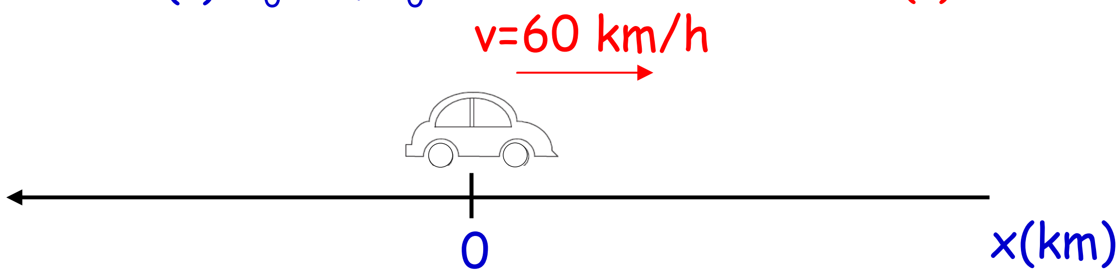
MRU => $x(t)=x_0+vt$; $x_0=10$ km e $v=60$ km/h => $x(t)=10+60t$

b)



MRU => $x(t)=x_0+vt$; $x_0=-5$ km e $v=60$ km/h => $x(t)=-5+60t$

c)

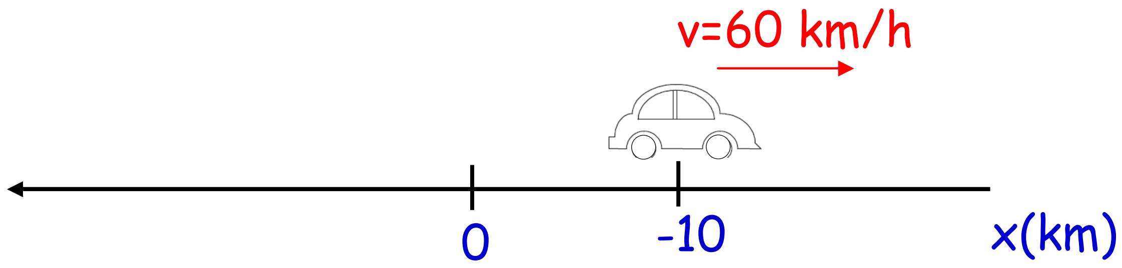


MRU => $x(t)=x_0+v(t-t_0)$; $x_0=0$ km em $t_0=2$ h e $v=-60$ km/h

$x(t)=-60(t-2)$ => $x(t)= 120-60t$

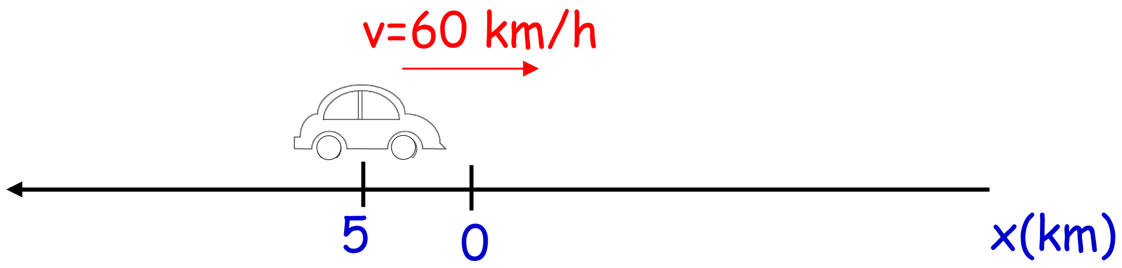
RLN – Mar 2011

d)



MRU => $x(t)=x_0+vt$; $x_0=-10$ km e $v=-60$ km/h => $x(t)=-10-60t$

e)



MRU => $x(t)=x_0+vt$; $x_0=5$ km e $v=-60$ km/h => $x(t)=5-60t$

2) Agora veja a situação inversa à do exercício 1. Descreva o movimento de um corpo que segue a equação abaixo:

$x = 4 - 2t$ em m para t em s

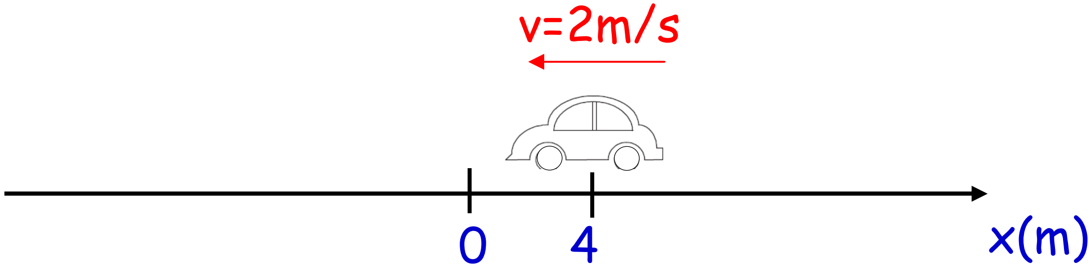
a) no sistema de referência representado pela figura à direita:

b) Indique por meio de um esboço a posição do corpo nos instantes $t = 0$ s, $t = 2$ s, $t = 10$ s e $t = -2$ s. O que significa tempo negativo?

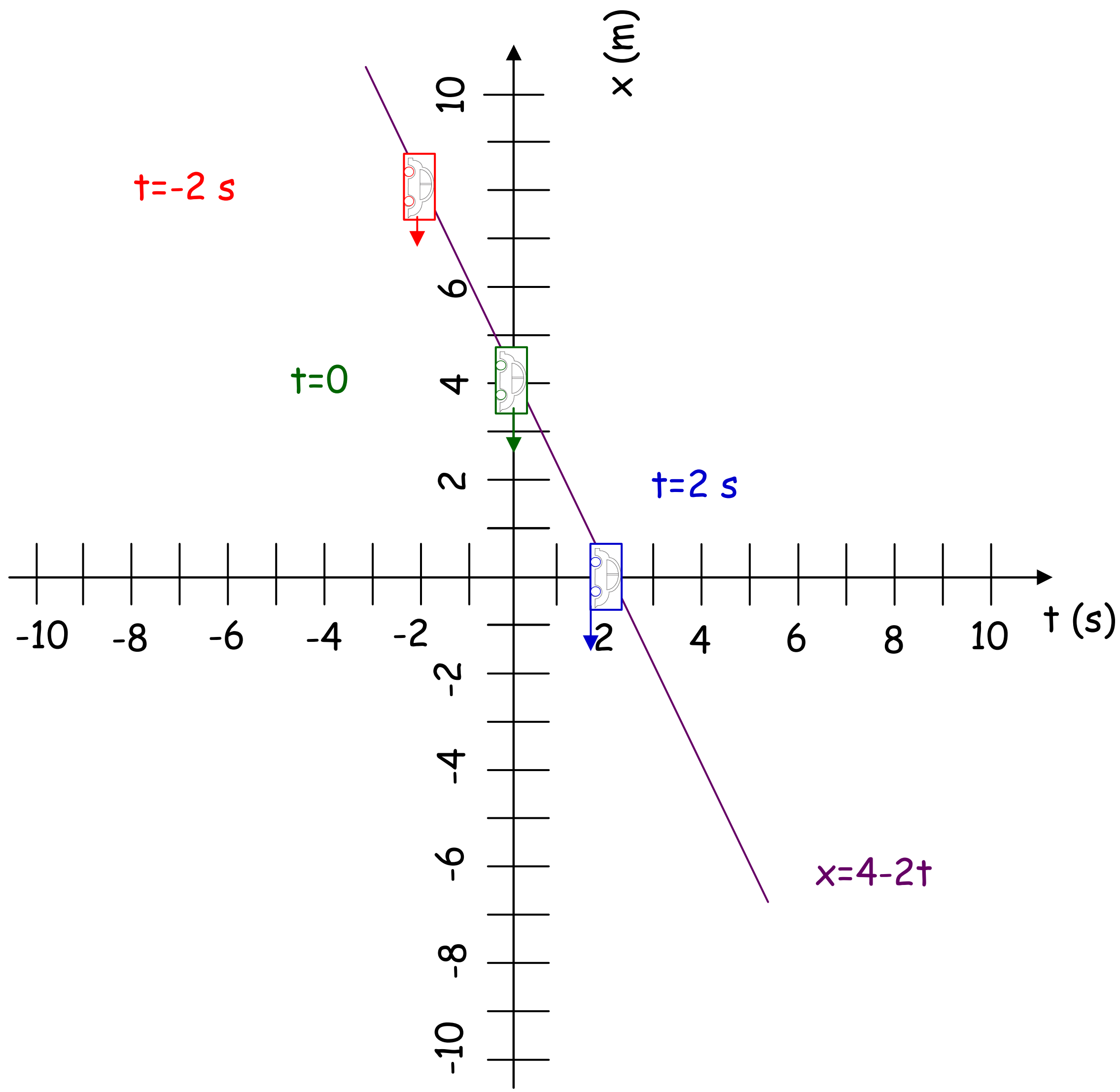
c) Em que instante o corpo estará na posição $x = 10$ m? E na posição $x = -8$ m? O que significa um valor negativo da posição x? (Tente obter essas respostas tanto do gráfico quanto a partir da equação.)

d) Repita os itens (a) e (b) na hipótese DE UM OUTRO MOVIMENTO, descrito pela mesma equação acima, mas agora no sistema de referência representado pela figura ao lado.

a) MRU => $x(t)=4-2t$ (x em metros e t em segundos)

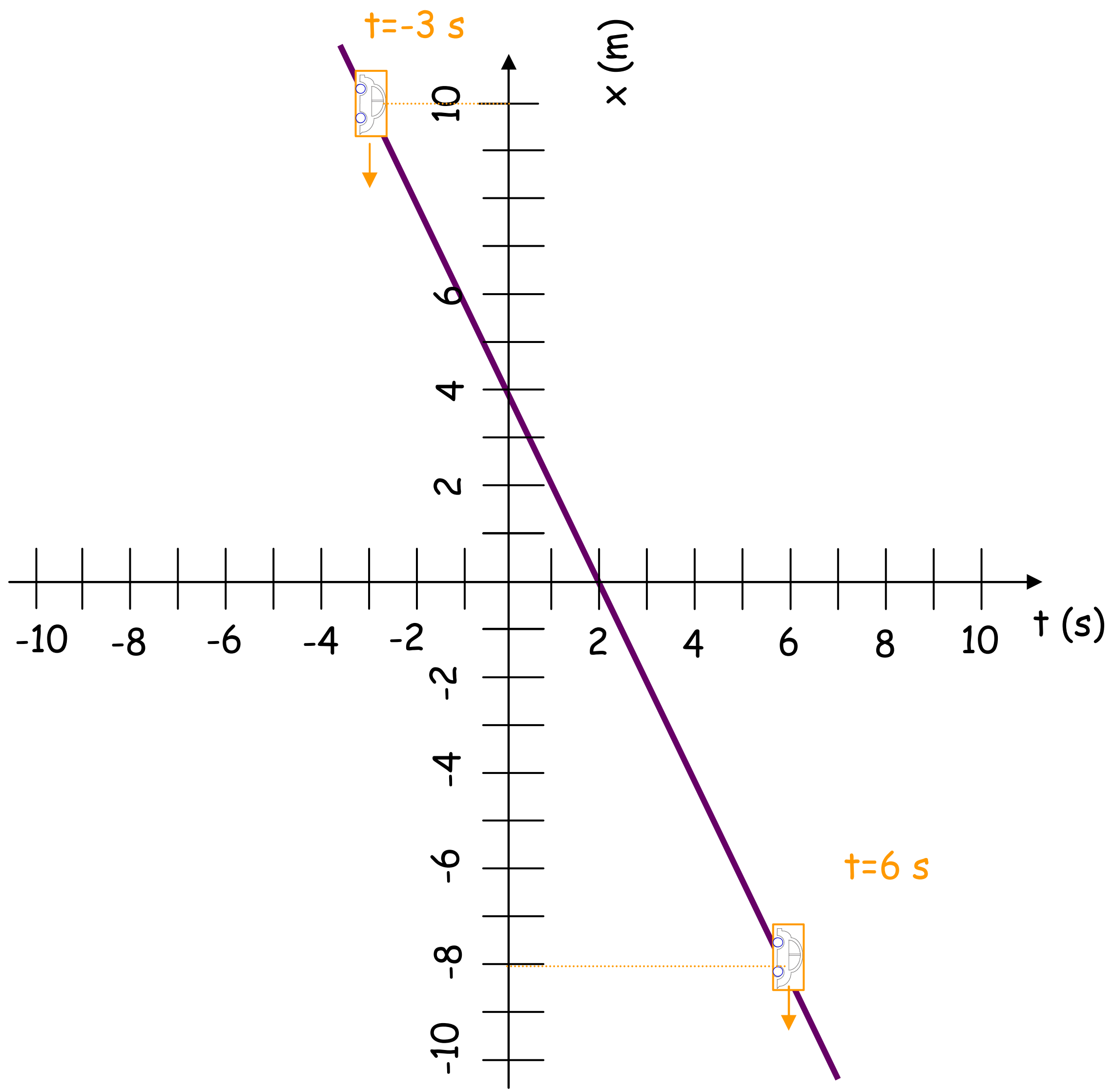


b)

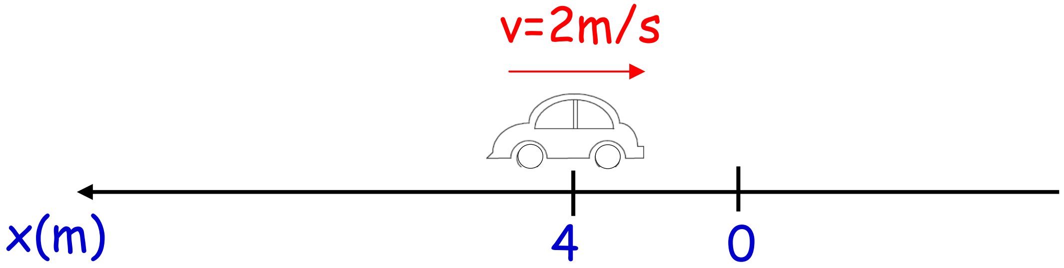


RLN – Mar 2011

c)



d) MRU => $x(t)=4-2t$ (x em metros e t em segundos)



7) (HRK E2.26 ligeiramente modificado) Um corredor realiza a prova de 100 m em aproximadamente 10,0 s; outro corredor realiza a maratona (42,2 km) em cerca de 2h 10min.

a) Qual a velocidade escalar média de cada um?
b) Se o primeiro corredor pudesse realizar a maratona com a velocidade média que manteve na prova de 100 m, em quanto tempo ele concluiria a maratona?

8) Todos os dias, você viaja de ônibus da cidade A à cidade B. Na segunda-feira, o ônibus rodou metade do *tempo* a 56,3 km/h e a outra metade a 88,5 km/h. Na terça-feira, ele fez metade da *distância* a 56,3 km/h e a outra metade a 88,5 km/h. Qual foi sua velocidade média na viagem:

a) da segunda.
b) da terça.

7) a) 100 m em 10 segundos $\boxed{\Rightarrow \bar{v}_1 = \frac{100}{10} = 10\ m/s}$

42,2 km em 2h10m $\boxed{\Rightarrow \bar{v}_2 = \frac{42{,}2km}{2h10m} = \frac{42200m}{7800s} = 5{,}41\ m/s}$

b) 42200=10 T => T=4220 s= 1h10m20s

8) a)

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{T}{2} = \frac{d_1}{v_1} = \frac{d_2}{v_2} \Rightarrow D = v_1\frac{T}{2} + v_2\frac{T}{2} \Rightarrow \bar{v}_{segunda} = \frac{D}{T} \\ \bar{v}_{segunda} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{56{,}3 + 88{,}5}{2} \Rightarrow \bar{v}_{segunda} = 72{,}4\ km/h \end{array}}$$

b)

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{D}{2} = v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow D = 2v_1 t_1 \ ; \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow t_2 = \frac{v_1}{v_2} t_1 \\ t_2 + t_1 = T = \left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right) t_1 \Rightarrow \bar{v}_{terça} = \frac{D}{T} = \frac{2v_1 t_1}{\left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right) t_1} = \frac{2v_1 v_1}{v_1 + v_2} \\ \bar{v}_{terça} = \frac{2 * 56{,}3 * 88{,}5}{56{,}3 + 88{,}5} = 68{,}8\ km/h \end{array}}$$

12) Mediu-se a posição de um objeto, x, em função do tempo, t. Os dados estão apresentados na tabela abaixo.

t(s)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
x(m)	-3,0	-0,5	1,0	2,0	3,0	4,5	7,0

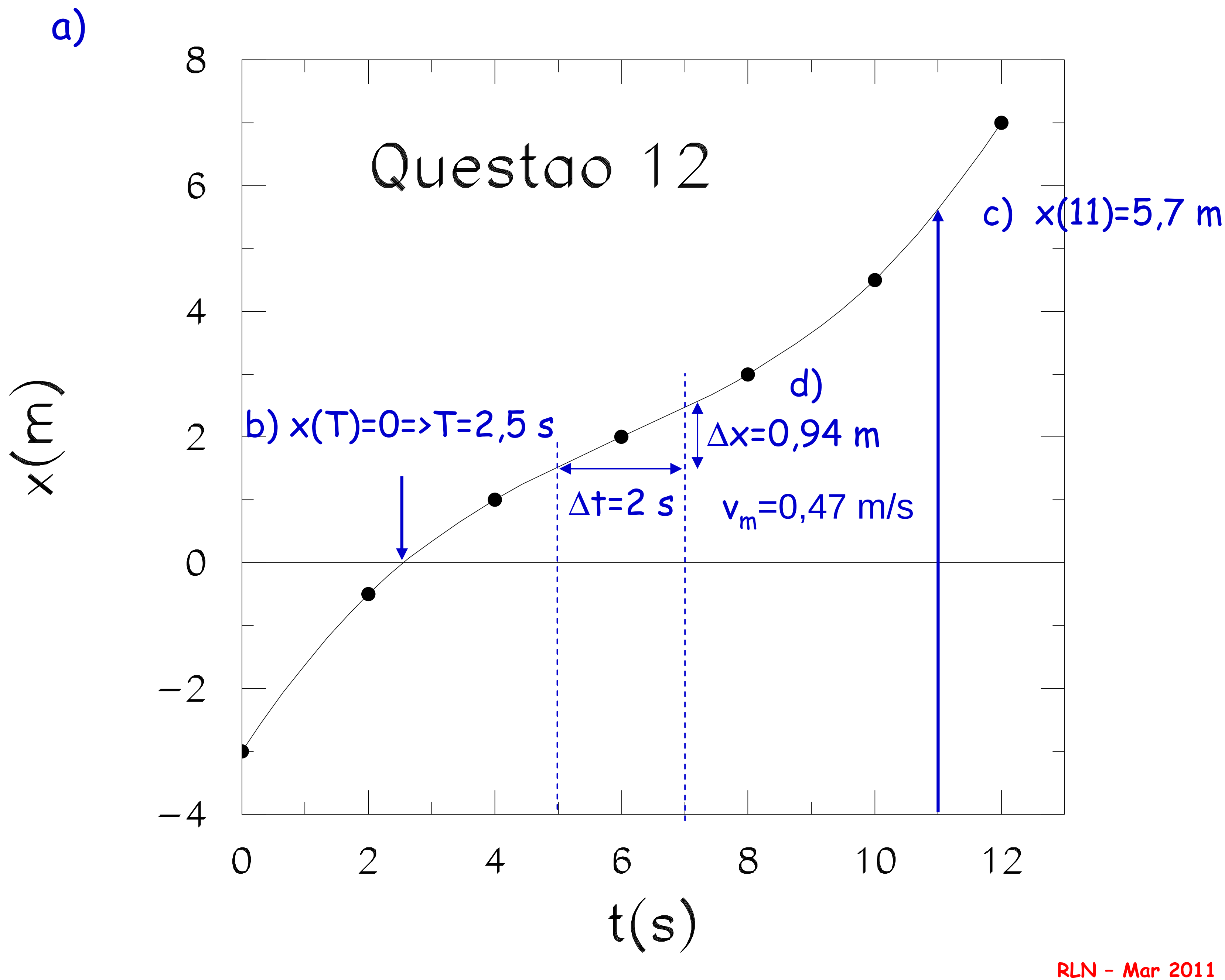
a) Represente a posição em função do tempo por meio de um gráfico; ligue os pontos por meio de uma curva suave e use-a para resolver os demais itens. Não se esqueça de identificar as escalas dos eixos, unidade de medida inclusive, e marque alguns valores.

b) Obtenha o instante (ou os instantes) em que o objeto passa pela origem do sistema de referência escolhido.

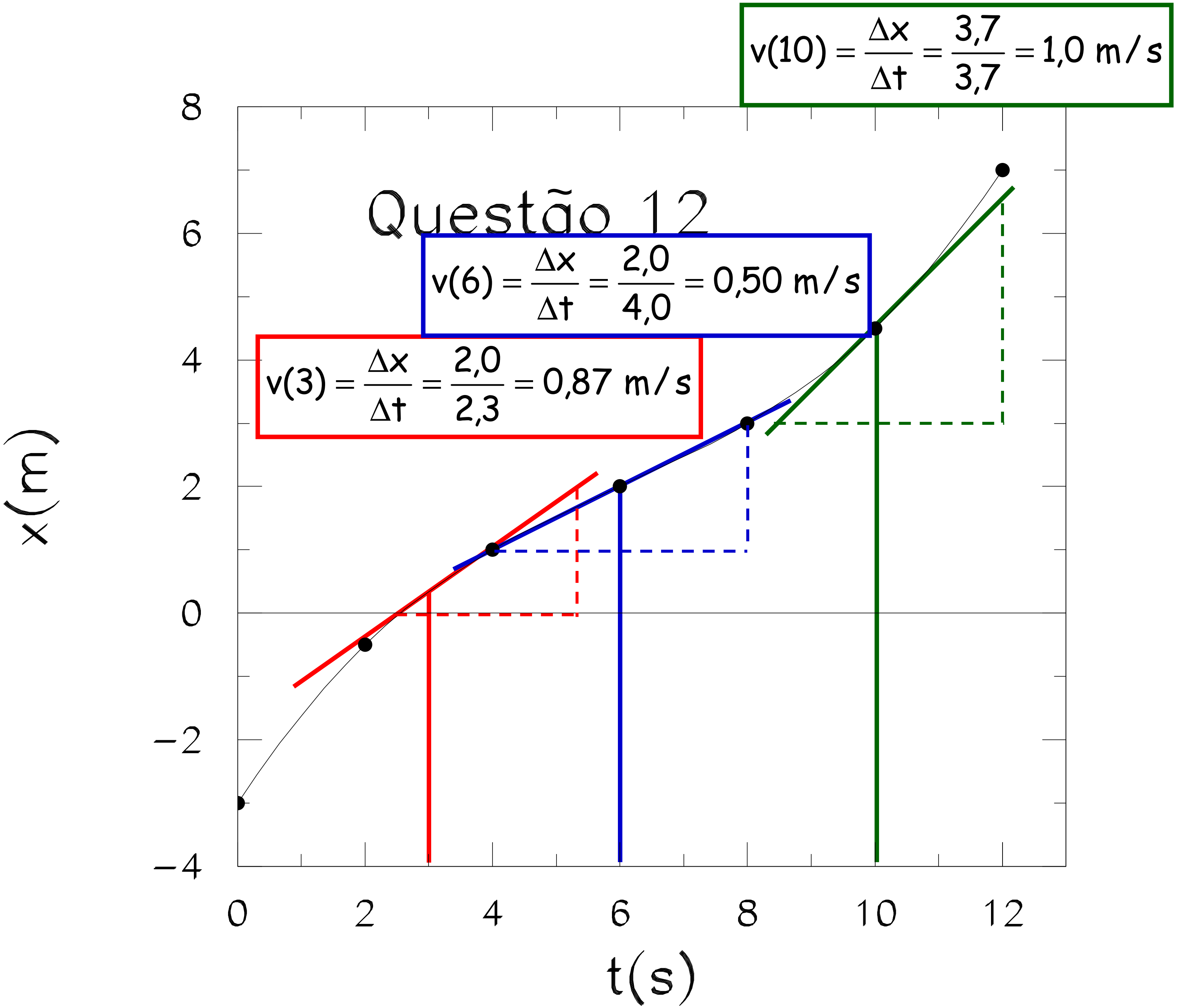
c) Onde o objeto se encontra no instante $t = 11,0$ s?

d) Determine a velocidade do objeto no intervalo 5,0 s a 7,0 s, supondo-a constante nesse intervalo.

e) Determine a velocidade instantânea nos instantes: 3,0 s; 6,0 s e 10,0 s.



a)
Questao 12
b) x(T)=0=>T=2,5 s
Δt=2 s
d)
Δx=0,94 m
v_m=0,47 m/s
c) x(11)=5,7 m
x(m)
t(s)
8
6
4
2
0
−2
−4
0
2
4
6
8
10
12
RLN - Mar 2011

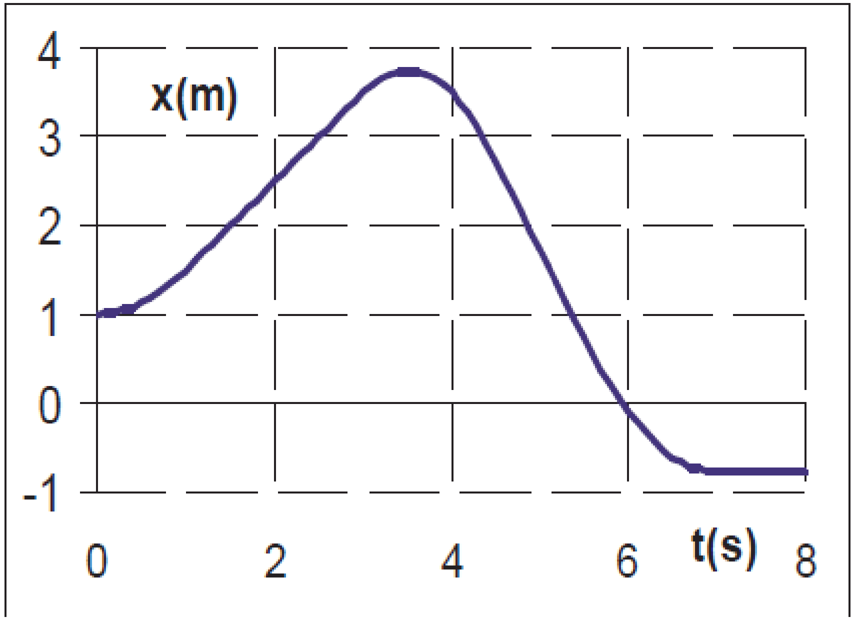

Questão 12
$v(10) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3,7}{3,7} = 1,0\ m/s$
$v(6) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,0}{4,0} = 0,50\ m/s$
$v(3) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,0}{2,3} = 0,87\ m/s$
x(m)
t(s)
8
6
4
2
0
−2
−4
0
2
4
6
8
10
12

14) O gráfico ao lado representa a posição de um objeto numa direção *Ox*, em função do tempo.

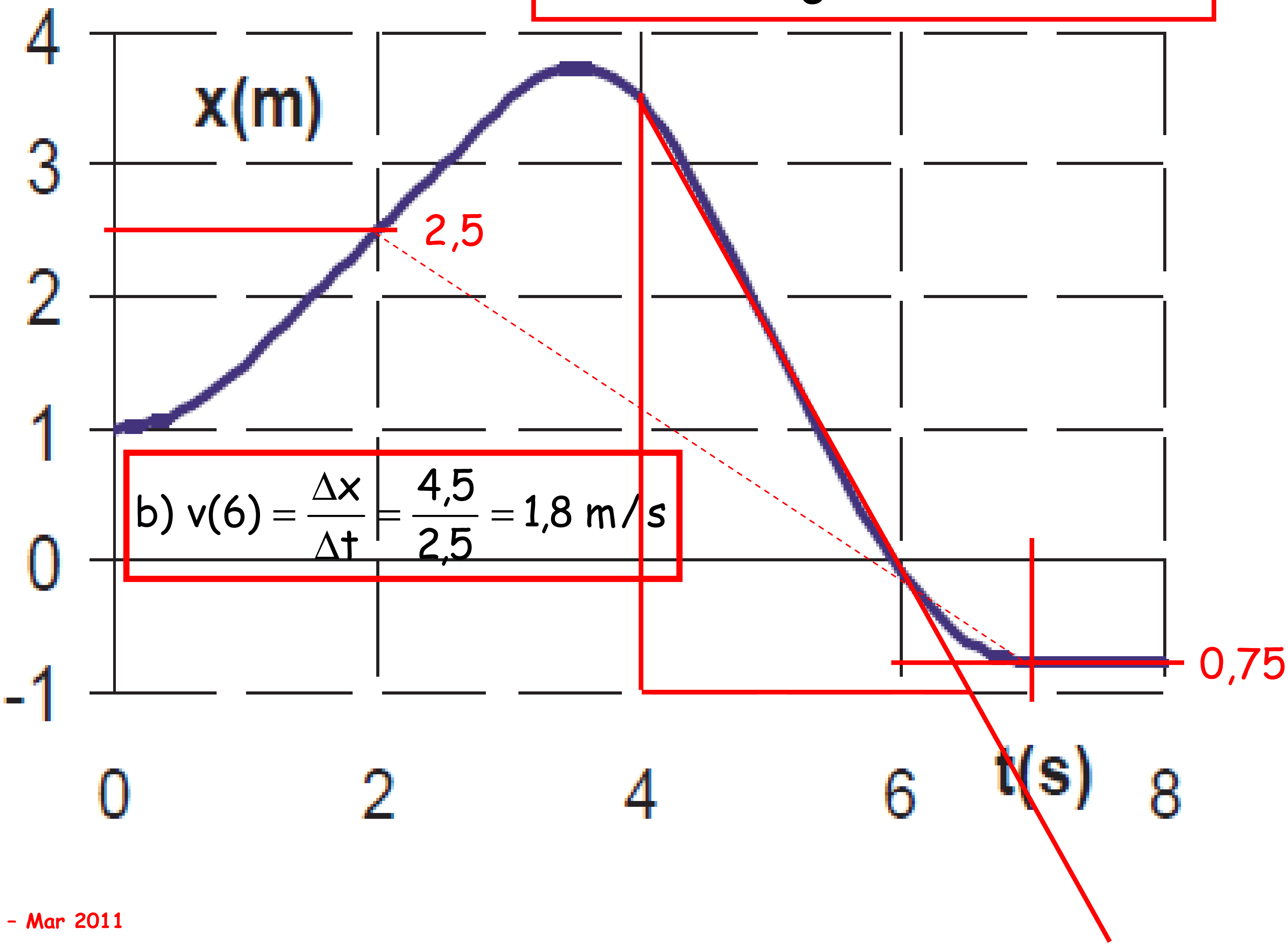
a) Calcule a velocidade média do objeto entre 2,0 e 7,0 s.

b) Calcule a velocidade instantânea em t = 6,0 s;

c) Descreva este movimento, considerando as características cinemáticas importantes e/ou relevantes.



$$a)\ v_m = \frac{-0{,}75 - 2{,}5}{5} = -0{,}65\ m/s$$



$$b)\ v(6) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4{,}5}{2{,}5} = 1{,}8\ m/s$$