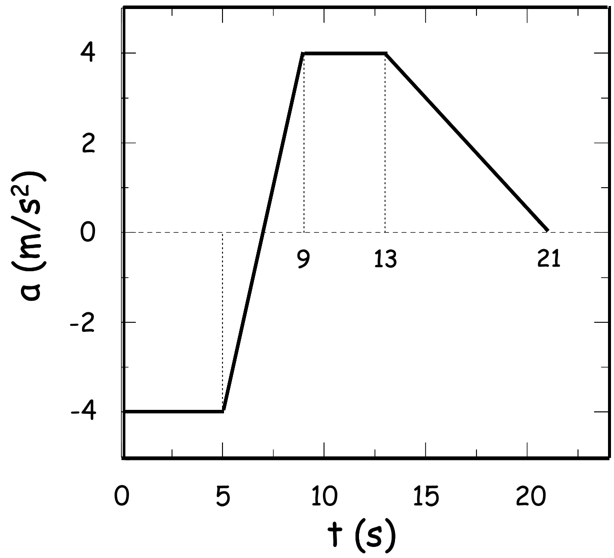
Universidade de São Paulo

Instituto de Física

4300151 – Fundamentos de Mecânica

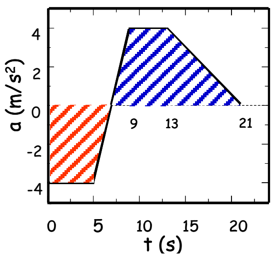
Resolução da atividade em sala de aula de 01/04/11

1) O gráfico abaixo representa a aceleração em função do tempo de uma partícula que se desloca ao longo de uma linha reta. A partícula se encontra, no instante de tempo t=0 s, na posição x(0)=8,0 m e sua velocidade inicial é v(0)=12 m/s.



a) Determine a velocidade da partícula no instante de tempo t=21 s.

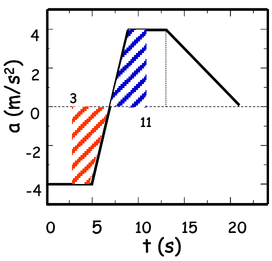
A variação de velocidade Δv=v(21)-v(0) é igual à área sob a curva, como mostrado abaixo, sendo que a área em vermelho é negativa e a em azul positiva.



Δv=-4x5-4/2x5+4/2x5+4x4+4x8=-20-4+4+16+16=12 m/s

Logo v(21)-v(0)=v(21)-12=12 => **v(21)=**24 m/s

b) Em que instantes de tempo a velocidade instantânea da partícula será nula?



A velocidade inicial é v(0)=12 m/s. Em t=3 s a área sob a curva será -3*4=-12. Logo v(3)-v(0)=-12 m/s => v(3)=0.

De t=3 s até t=11 segundos a variação de velocidade será nula, pois as áreas azul e vermelha são iguais (gráfico ao lado). Portanto

Δv=v(11)-v(3)=0. Como v(3)=0 => v(11)=0.

Resumindo, a velocidade será nula em **t=3 s** e **t=11 s**.

c) Determine a equação horária da partícula no intervalo de tempo $0 < t < 5$ s.

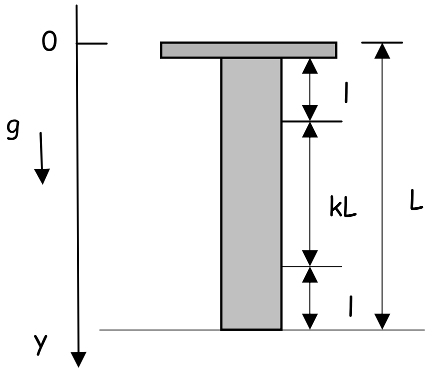
$0 < t < 5$ s => $a=-4{,}0$ m/s^2. (MRUV) => $v(t)=12-4{,}0t$. A equação horária será $\mathbf{x(t)=8{,}0+12t-2{,}0t^2}$.

d) (2,0) A velocidade da partícula no intervalo de tempo $5 < t < 9$ s é descrita pela equação $v(t)= t^2-14t+37$. Determine a equação horária da partícula entre t=5 s e t=9 s.

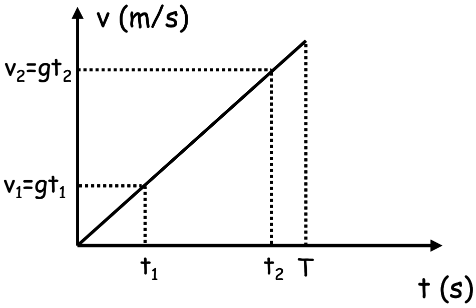
$$x(t) - x(5) = \int_5^t v(t)dt = \int_5^t (t^2 - 14t + 37)dt \Rightarrow x(t) = \frac{t^3}{3} - 7t^2 + 37t - (\frac{5^3}{3} - 7x5^2 + 37x5)$$

$x(t) - x(5) = \frac{t^3}{3} - 7t^2 + 37t - \frac{155}{3}$, onde x(5), do item anterior é $x(5) = 18$ m. Logo $\mathbf{x(t) = \frac{t^3}{3} - 7{,}0t^2 + 37t + \frac{101}{3}}$

2) Um corpo cai do alto de uma torre de altura L. O intervalo de tempo que o corpo leva para percorrer uma fração k da altura dessa torre, sendo essa distância (kL) equidistante dos extremos da torre, é Δt. Determine a razão entre Δt e o tempo T que o corpo leva para cair do alto da torre, unicamente em função do parâmetro k ($0<k<1$).



Considerando o eixo Oy, orientado para baixo, com a origem no alto da torre, o gráfico da velocidade do corpo em função do tempo será como mostrado abaixo.



O coeficiente angular da reta é g. A área entre t=0 e t=t_1 e a área entre t=0 e t=t_2 serão iguais à l e l + kL, ou seja:

$$l = \frac{gt_1}{2} \times t_1 = \frac{gt_1^2}{2}$$

$$l + kL = \frac{gt_2}{2} \times t_2 = \frac{gt_2^2}{2}$$

Da figura temos que 2l +kL=L . Logo $l = \frac{L}{2}(1-k)$. Substituindo nas equações acima obtemos:

$$\frac{L}{2}(1-k) = \frac{gt_1^2}{2}$$

$$\frac{L}{2}(1-k) + kL = \frac{L}{2}(1+k) = \frac{gt_2^2}{2}$$

$t_1^2 = \frac{L}{g}(1-k)$ e $t_2^2 = \frac{L}{g}(1+k) \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{L}{g}}\left(\sqrt{1+k} - \sqrt{1-k}\right)$. Sendo $T = \sqrt{\frac{2L}{g}}$, obtemos

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\sqrt{\frac{L}{g}}\left(\sqrt{1+k} - \sqrt{1-k}\right)}{\sqrt{\frac{2L}{g}}} \Rightarrow \mathbf{\frac{\Delta t}{T} = \sqrt{\frac{1+k}{2}} - \sqrt{\frac{1-k}{2}}}$$