



Universidade de São Paulo

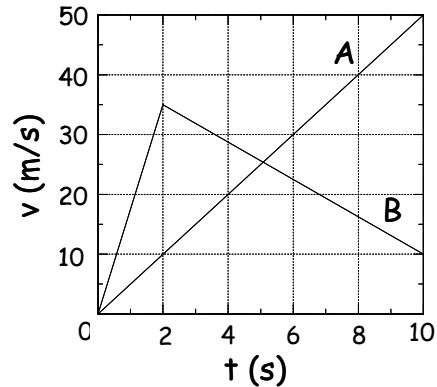


Instituto de Física

4300151 - Fundamentos de Mecânica

Resolução da Prova P1 - 26/04/2011

1) Dois carros, A e B, que estão inicialmente alinhados na largada de uma pista retilínea, partem simultaneamente no instante de tempo $t=0$. No gráfico abaixo, estão representadas as velocidades dos carros A e B como função do tempo. Nessas condições determine



a) as acelerações médias, $\langle a_A \rangle$ e $\langle a_B \rangle$, dos carros A e B entre $t=0$ e $t=10$ s.

$$\langle a_A \rangle = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{50}{10} = 5,0 \text{ m/s}^2 \quad \text{e} \quad \langle a_B \rangle = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = \frac{10}{10} = 1,0 \text{ m/s}^2.$$

b) as acelerações instantâneas, a_A e a_B , dos carros A e B, no instante de tempo $t=5$ s.

$$a_A = \text{coeficiente angular da reta A} = \frac{50}{10} \Rightarrow a_A = 5,0 \text{ m/s}^2.$$

$$a_B = \text{coeficiente angular da reta B} = -\frac{35-10}{10-2} \Rightarrow a_B = -3,1 \text{ m/s}^2.$$

c) a distância entre os dois carros no instante de tempo $t=10$ s.

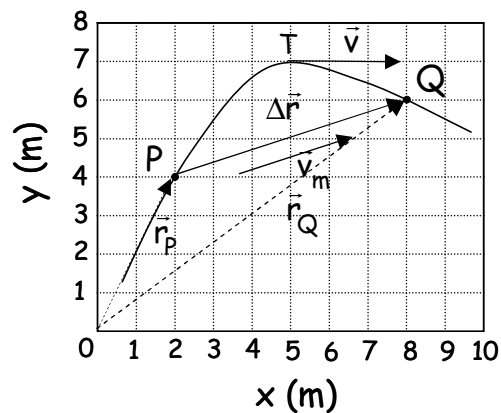
Distância percorrida pelo carro A $\equiv$ área sob a curva

$$d_A = \frac{10 \times 50}{2} = 250 \text{ m.}$$

Distância percorrida pelo carro B $\equiv$ área sob a curva

$$d_B = \frac{35 \times 2}{2} + \frac{(35+10) \times 8}{2} = 215 \text{ m. Logo } \Delta d = d_A - d_B = 250 - 215 \Rightarrow \Delta d = 35 \text{ m.}$$

2) A figura abaixo representa a trajetória bidimensional de uma partícula movendo-se no plano horizontal xy.



A partícula, em seu movimento, passa pelo ponto P no instante de tempo $t=0$ s e pelo ponto Q no instante de tempo $t=2$ s.

a) Determine o vetor posição da partícula no ponto P, $\vec{r}_P$, e o vetor posição da partícula no ponto Q, $\vec{r}_Q$.

$$\vec{r}_P = 2\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m e } \vec{r}_Q = 8\vec{i} + 6\vec{j} \text{ m}$$

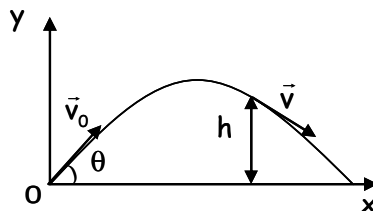
b) Determine o vetor velocidade média, $\vec{v}_m$, entre os instantes de tempo $t=0$ e $t=2$ s. Represente na figura a direção e o sentido de $\vec{v}_m$.

$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_Q - \vec{r}_P}{\Delta t} = \frac{(8\vec{i} + 6\vec{j}) - (2\vec{i} + 4\vec{j})}{2} \Rightarrow \vec{v}_m = 3\vec{i} + \vec{j} \text{ m/s}$. A direção e sentido do vetor $\vec{v}_m$ é a mesma do vetor deslocamento $\Delta \vec{r}$ (na figura).

c) Supondo que a magnitude da velocidade média seja constante ao longo da trajetória e igual ao módulo da velocidade média $\vec{v}_m$, determine o vetor velocidade instantânea $\vec{v}$ na posição $x=5$ m e represente na figura a direção e o sentido do mesmo.

$|\vec{v}_m| = \sqrt{3^2 + 1} = \sqrt{10} \text{ m/s}$. O vetor $\vec{v}$ no ponto $x=5$ m é tangente à curva no ponto T, ou seja $\vec{v} = \sqrt{10}\vec{i} \text{ m/s}$ (na figura).

3) Uma bola é lançada do solo para o alto, a partir da origem de um sistema cartesiano Oxy. A magnitude da velocidade de inicial é v_0 e o ângulo de lançamento é $\theta = 45^\circ$. Quando a bola atinge uma altura $h=4,0$ m, como mostrado na figura, o vetor velocidade da bola é $\vec{v} = 12\vec{i} - 8,0\vec{j} \text{ m/s}$.



Considere a resistência do ar desprezível. Nessas condições determine

a) a magnitude da velocidade v_0 e o instante de tempo t_h no qual a bola atinge a altura h .

$v_{0x} = v_0 \cos \theta$, onde $v_{0x} = 12 \text{ m/s}$ (o movimento na horizontal é um MRU). Logo $12 = v_0 \cos 45^\circ \Rightarrow$

$$v_0 = \frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow v_0 = 12\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

$$\text{Equação da coordenada y da bola } y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = 4 = 12t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 12t + 4 = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau $t_1=0,40$ s e $t_2=2,0$ s. O valor $t_1=0,40$ s corresponde ao tempo em que a bola atinge a altura h antes de atingir a altura máxima. Logo $t_h=2,0$ s.

b) a distância L da bola, em relação à origem, ao atingir o solo pela primeira vez e a altura máxima $h_{\max}$ atingida pela bola em sua trajetória.

$$\begin{aligned} x &= (v_0 \cos \theta) t & v_x &= v_0 \cos \theta \\ \text{Equações} \quad y &= (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2 & v_y &= v_0 \sin \theta - g t \end{aligned}$$

A altura máxima é atingida quando $v_y = 0 \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$; logo $h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g}$.

$$h_{\max} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g} \quad (1)$$

O tempo de queda é igual ao tempo de subida. Logo o tempo para a bola chegar ao solo é

$$t_L = 2t_s \Rightarrow L = v_0 \cos \theta \cdot 2 \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{v_0^2 2 \cos \theta \sin \theta}{g} \Rightarrow L = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta) \quad (2).$$

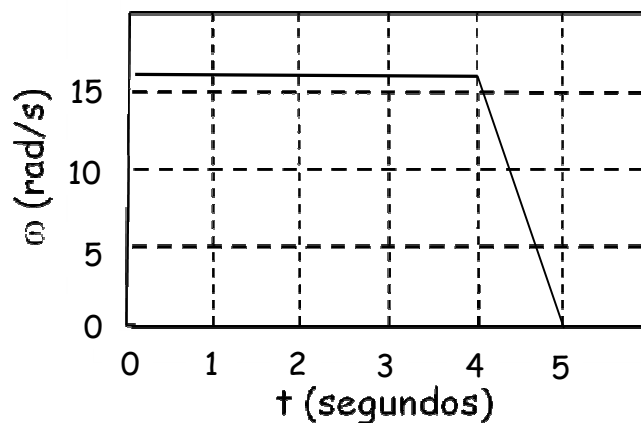
Utilizando (1) e (2) obtém-se $h_{\max} = 7,2 \text{ m}$ e $L = 28,8 \text{ m}$.

c) o vetor velocidade $\vec{v}_L$ da bola ao atingir o solo.

Ao atingir o solo a componente y da velocidade será invertida $\vec{v}_L = 12\vec{i} - 12\vec{j} \text{ m/s}$.

4) O disco, de raio $R = 10 \text{ cm}$ gira inicialmente com velocidade angular $\omega = 16 \text{ rad/s}$, no sentido anti-horário, por um tempo $t_1 = 4,0 \text{ s}$. Desligando-se o motor, o disco para de girar após um intervalo de tempo $\Delta t = 1,0 \text{ s}$. Suponha que a desaceleração seja uniforme.

a) Represente no gráfico abaixo a situação descrita acima. Determine a magnitude da desaceleração angular α entre $t = 4,0$ e $t = 5,0 \text{ s}$. Quantas voltas o disco dá entre $t = 0$ e $t = 5,0 \text{ s}$?

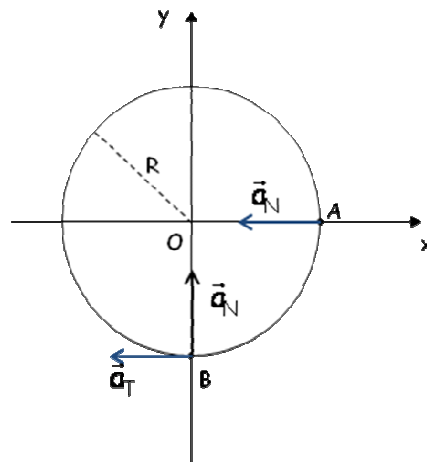


$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{|-16|}{1} = 16 \text{ rad/s}^2$$

$$\Delta \theta \equiv \text{Área sob o gráfico de } \omega \times t \Rightarrow \Delta \theta = 16 \times 4 + \frac{16 \times 1}{2} = 72 \text{ rad}$$

$$\text{Número de voltas} = \frac{\Delta \theta}{2\pi} = \frac{72}{2\pi} = 11,46, \text{ ou seja, } 11,5 \text{ voltas.}$$

Na figura abaixo temos uma representação esquemática do disco.



b) Determine a magnitude da aceleração $a (= |\vec{a}|)$ do disco entre $t=0$ e $t=4,0$ s. Represente na figura, de maneira esquemática, o vetor aceleração $\vec{a}$, no ponto A da periferia do disco.

Entre $t=0$ e $t=4,0$ s a velocidade angular é constante, logo

$$|\vec{a}_T| = 0 \Rightarrow a = |\vec{a}_N| = \omega^2 R = 16^2 \times 0,10 \Rightarrow a = 26 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a}_T = -26 \vec{i} \text{ m/s}^2 \text{ (ver figura)}$$

c) Determine a magnitude da aceleração $a (= |\vec{a}|)$ do disco quando a velocidade angular do disco atingir $\omega=5,0$ rad/s. Represente na figura, de maneira esquemática, o vetor aceleração $\vec{a}$, no ponto B da periferia do disco.

$$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T, \text{ onde } |\vec{a}_N| = \omega^2 R = 5^2 \times 0,1 = 2,5 \text{ m/s}^2 \text{ e } |\vec{a}_T| = \alpha R = 16 \times 0,1 = 1,6 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{2,5^2 + 1,6^2} \approx 3,0 \text{ m/s}^2. \text{ Vetorialmente } \vec{a} = 2,5 \vec{i} - 1,6 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

(os vetores na figura estão fora de escala)