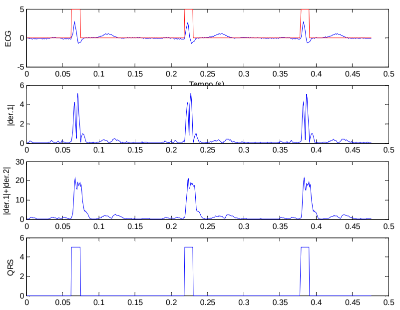
Análise e classificação: sinais biológicos

Prof. Sérgio S Furuie

Mobilização/motivação

- Subsídios objetivos para a tomada de decisão
- Auxílio para a interpretação médica
- Exemplos:
  - Área de QRS
  - Variabilidade de IRR
  - Máxima taxa de variação
  - Classe

Deteção do QRS



y1=|1a. difer.|
y2=|smooth y1|
y3=|der. y2|
y4=y2+y3
limiar em y4

Extração de características

- Atributos relevantes e discriminativos
- Exemplos:
  - Área do QRS
  - Duração do QRS
  - Intervalo RR (IRR)
  - Correlação com uma referência
  - ...

Conceitos importantes

Correlação [sinais x(t) e y(t)]
- Correlação: corr(x,y)
- Função correlação cruzada: $corr_{xy}(\tau)$
- F. autocorrelação: $corr_{xx}(\tau)$

$$corr(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t).y(t).dt \cong \sum_{0}^{N-1} x(n).y(n)$$

$$corr_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t).y(t+\tau).dt$$

$$corr_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t).x(t+\tau).dt$$

Coeficiente de correlação
- Normalizado entre [0,1]
- Extraídas as médias
- Normalizado pelo d. padrão

$$\rho_{xy} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x(t)-\mu_x).(y(t)-\mu_y).dt}{\sigma_x.\sigma_y} \cong \frac{\sum_{0}^{N-1} (x(n)-\mu_x).(y(n)-\mu_y)}{\sigma_x.\sigma_y}$$

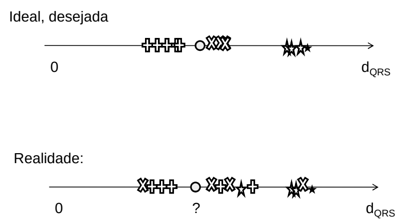
Classificação não-supervisionada

- Clusters
  - K-means
  - Fuzzy c-means
  - SOM (Kohonen)

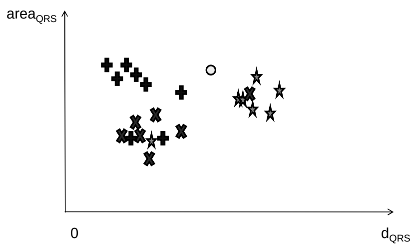
Classificação supervisionada

- Existem amostras de cada classe (C) tornando possível caracterizar parcialmente cada classe
  - Classificação direta
    - NN-Nearest-neighbor
    - K-NN: classificação pela maioria
    - Definição de distâncias:
      - Euclidiana
      - estatística (Mahalanobis)
  - Treinamento de algoritmos
    - Classificadores otimizados
      - Linear de Fischer
      - Bayesiano
      - SVM
      - Redes neurais (backpropagation)
  - Avaliação de algoritmos

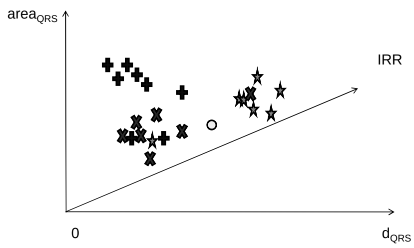
Classificação de padrões: 1 atributo



Classificação de padrões: 2 atributos



P atributos, C classes



Clusters (nuvens)

Classificação NN-Nearest Neighbor

1. Seja S={s_i, i=1,N} as amostras e c(s) a classe do elemento s, c:S->{1,2, ..C}
2. Determinar a distância do vetor x a todos os elementos em S
3. c(x) <= c(s_{NN})

distância euclideana

$$\vec{s}_i = [s_{i1} \quad s_{i2} \quad \ldots \quad s_{iP}]^T$$
$$\vec{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_P]^T$$
$$d^2(\vec{s}_i, \vec{x}) = \sum_{k=1,P} (s_{ik} - x_k)^2$$

distância estatística

$$d^2(\vec{s}_i, \vec{x}) = (\vec{s}_i - \vec{x})^T . Cov^{-1} . (\vec{s}_i - \vec{x})$$

Cov : matriz de covariância de interesse

Classificação k-NN

1. Definido: k
2. Obter os k vizinhos mais próximos
3. Classe de x será aquela com maioria entre os k vizinhos

Exemplo de aplicação: arritmias

- Tendo-se amostras dos diversos tipos de arritmias:
  - Supra-ventricular
  - Bigeminada
  - ...
- Obter conjunto de atributos para caracterizar os clusters de cada classe
- Aplicar classificador, p. ex. k-NN p/ decisão

Exemplo: arritmias em tempo real

- Usar trecho inicial, sob supervisão humana, para “aprender” padrão de QRS normal (k=1)
- Para cada novo QRS, comparar (correlação) com o normal e as demais classes existentes.
  - Caso difira substancialmente de todas, criar nova classe (arritmia tipo k+1)
  - Se pertencer a uma certa classe, atualizar o padrão de forma adaptativa.

Classificador Linear de Fischer

Dadas 2 classes A e B com alta dimensionalidade, como obter um classificador linear otimizado?

d: atributos

- Obter a combinação linear (pesos w) que maximiza a separabilidade entre as 2 classes
- Obter o ponto de decisão (threshold)

$$\sigma_{A',B'} = \frac{|m'_A - m'_B|^2}{S'_A + S'_B}$$

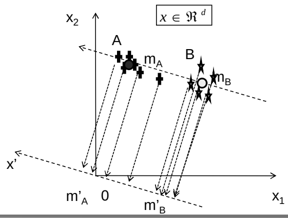
$$m'_A = \frac{1}{N_A}\sum_{x\in A} x'$$

$$m'_B = \frac{1}{N_B}\sum_{x\in B} x'$$

$$S'_A = \sum_{x\in A}(x' - m'_A)^2$$

$$S'_B = \sum_{x\in B}(x' - m'_B)^2$$

$x \in \Re^d$



$$\sigma_{A',B'} = \frac{|m'_A - m'_B|^2}{S'_A + S'_B}$$

$$m'_A = \frac{1}{N_A}\sum_{x\in A} x'$$

$$m'_B = \frac{1}{N_B}\sum_{x\in B} x'$$

$$S'_A = \sum_{x\in A}(x' - m'_A)^2$$

$$S'_B = \sum_{x\in B}(x' - m'_B)^2$$

Seja:

$$x \in \Re^d$$

$$m_A = \frac{1}{N_A}\sum_{x\in A} x$$

$$m_B = \frac{1}{N_B}\sum_{x\in B} x$$

$\Longrightarrow$

$$\sigma_{A,B}(w) = \frac{w^T S_E w}{w^T S_I w}$$

$$\max_w \sigma_{A,B}(w) \Rightarrow S_I w = m_A - m_B$$

$$w = S_I^{-1}(m_A - m_B)$$

S_E: espalhamento entre-classes
S_I: espalhamento intra-classes

$$x' = w^T.x$$

$$m'_A = \frac{1}{N_A}\sum_{x\in A} w^T.x = w^T.m_A$$

$$m'_B = w^T.m_B$$

$$S'_A = \sum_{x\in A}(w^T.x - w^T.m_A)^2 = \sum_{x\in A} w^T.(x - m_A).(x - m_A)^T.w$$

$$= w^T.\left[\sum_{x\in A}(x - m_A).(x - m_A)^T\right].w$$

$$S'_B = w^T.\left[\sum_{x\in B}(x - m_B).(x - m_B)^T\right].w$$

$$|m'_A - m'_B|^2 = |w^T(m_A - m_B)|^2 =$$

$$w^T(m_A - m_B).(m_A - m_B).w =$$

$$= w^T.S_E.w$$

$$S'_A + S'_B = w^T.\left[\sum_{x\in A}(x - m_A).(x - m_A)^T + \sum_{x\in B}(x - m_B).(x - m_B)^T\right].w$$

$$= w^T.S_I.w$$

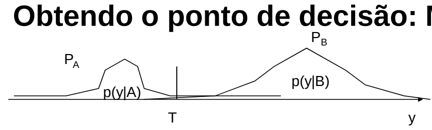
$$S_E = (m_A - m_B).(m_A - m_B)^T$$

singular $\Rightarrow S_E.w = K.(m_A - m_B)$

$$S_I = \left[\sum_{x\in A}(x - m_A).(x - m_A)^T + \sum_{x\in B}(x - m_B).(x - m_B)^T\right]$$

$$\sigma_{A,B}(w) = \frac{w^T S_E w}{w^T S_I w}$$

Obtendo o ponto de decisão: ML



T: valor de y com igual possibilidade de ser classe A ou B

$$P(A|y) = P(B|y)$$

$$P(A|y) = \frac{p(y|A).P(A)}{p(y)}$$

$$P(B|y) = \frac{p(y|B).P(B)}{p(y)}$$

$$\therefore\ p(T|A).P(A) = p(T|B).P(B)$$

se Gaussianas com mesma variância ,

$$p(y|A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A}\exp\left(-\frac{(y - m'_A)^2}{2\sigma_A^2}\right)$$

$$P(A).\exp\left(-\frac{(T - m'_A)^2}{2\sigma^2}\right) = P(B).\exp\left(-\frac{(T - m'_B)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$T = \frac{m'_A + m'_B}{2} + \frac{\sigma^2}{m'_A - m'_B}\ln\left(\frac{P(B)}{P(A)}\right)$$

se P(A) = P(B) $\Rightarrow T = \frac{m'_A + m'_B}{2}$

Avaliação

- Poucos casos classificados
  - Leave-one-out
    - Treinamento com N-1 casos
    - Avaliação com o elemento restante
- Amostras em grande número
  - Conjunto para treinamento
  - Conjunto independente para avaliação

Bibliografia

- Biomedical Signal Analysis. R.M. Rangayyan. Wiley Interscience, 2002