



## Campo elétrico

A interação entre cargas elétricas pode ser descrita por um processo em duas etapas. A carga cria um ***campo elétrico*** na região ao seu redor, e o ***campo elétrico*** exerce uma força em qualquer carga colocada nesta região. No entanto, para medir o campo em certo ponto, colocamos uma carga neste ponto – carga de teste – e medimos a força exercida sobre ela. Para não perturbar o sistema significativamente, introduzimos uma carga de teste tão pequena quanto possível,  $q$ . Simbolicamente, definimos o campo elétrico por

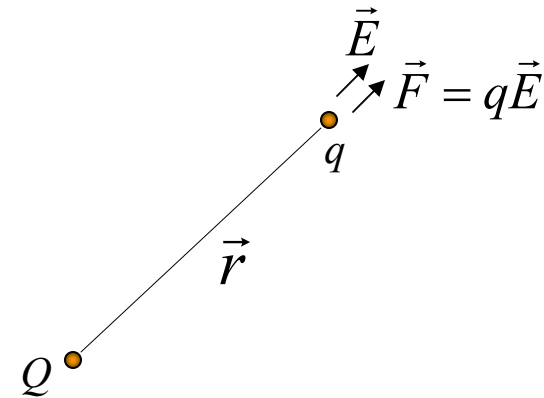
$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad \rightarrow \text{campo elétrico}$$

Como

$$\vec{F} = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

obtemos o campo elétrico de uma carga puntiforme  $Q$ :

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$





## IF – FAP0291 – Eletromagnetismo para Geociências

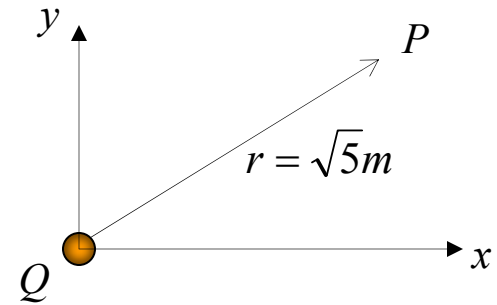
Exemplo

→ Uma carga puntiforme  $Q = 10,0 \mu\text{C}$  encontra-se na origem do sistema de coordenadas. Encontre o campo elétrico num ponto  $P$ , cujas coordenadas são:  $x = 2,0 \text{ m}$  e  $y = 1,0 \text{ m}$ .

O campo elétrico é  $\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$

Portanto, o módulo do campo elétrico é  $E = k \frac{Q}{r^2}$

$$E = (9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}) \frac{10,0 \times 10^{-6} \text{ C}}{(\sqrt{5} \text{ m})^2} = 1,8 \times 10^4 \text{ N/C}$$



Expressamos o campo vetorialmente, observando que:  $\hat{r} = (\cos \theta) \hat{i} + (\sin \theta) \hat{j} = \frac{2\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{5}}$

$$\vec{E} = (1,8 \times 10^4 \text{ N/C}) \frac{2\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{5}}$$

↳ Poderíamos deixar a direção do campo expressa em termos do vetor  $\hat{r}$ . No entanto, vamos usar os versores cartesianos no próximo exemplo.



### Princípio da superposição

Se numa certa região do espaço, existem diversas cargas  $Q_i$ , o campo elétrico total num certo ponto  $P$  é obtido pela soma dos campos elétricos que as cargas produzem individualmente.

$$\vec{E} = \sum k \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

#### Exemplo



Uma carga puntiforme  $Q_1 = 10,0 \mu C$  encontra-se na origem do sistema de coordenadas, e uma segunda carga  $Q_2 = -5,0 \mu C$  é colocada no eixo  $y$  em  $y = 1,0 m$ . Qual o valor do campo elétrico num ponto  $P$ , cujas coordenadas são:  $x = 2,0 m$ ,  $y = 1,0 m$  e  $z = 0 m$ .

Resposta  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (0,50\hat{i} + 0,80\hat{j}) \times 10^4 \text{ N/C}$



## IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

### Exemplo



Uma carga puntiforme  $Q_1 = 10,0 \mu\text{C}$  encontra-se na origem do sistema de coordenadas, e uma segunda carga  $Q_2 = -5,0 \mu\text{C}$  é colocada no eixo  $y$  em  $y = 1,0 \text{ m}$ . Qual o valor do campo elétrico num ponto  $P$ , cujas coordenadas são:  $x = 2,0 \text{ m}$ ,  $y = 1,0 \text{ m}$  e  $z = 0 \text{ m}$ .

O campo total é  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

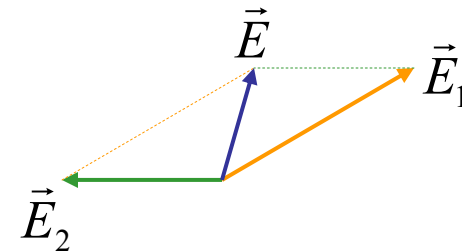
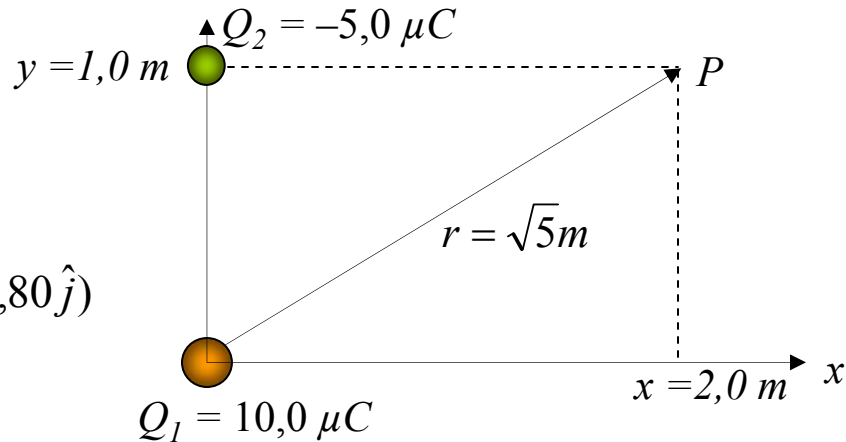
Já calculamos o campo devido a carga que está na origem:

$$\vec{E}_1 = (1,8 \times 10^4 \text{ N/C}) \frac{2\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{5}} = (10^4 \text{ N/C})(1,60\hat{i} + 0,80\hat{j})$$

O campo devido a carga localizada em  $y = 1,0 \text{ m}$ ,  $x = 0 \text{ m}$  e  $z = 0 \text{ m}$ , é:

$$\vec{E}_2 = (9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}) \frac{(-5,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(2\text{ m})^2} \hat{i} = (1,10 \times 10^4 \text{ N/C})(-\hat{i})$$

Portanto, campo total é  $\vec{E} = (0,50\hat{i} + 0,80\hat{j}) \times 10^4 \text{ N/C}$

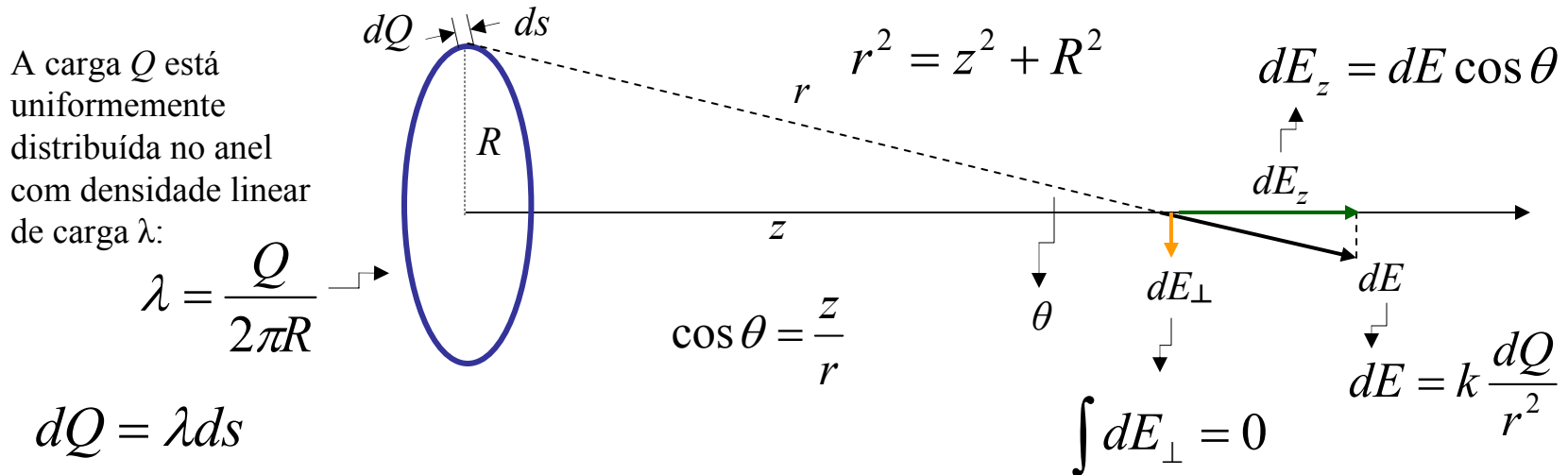




# IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

## Exemplo

- Uma carga  $Q$  encontra-se uniformemente distribuída em um anel muito fino de raio  $R$ .  
O anel localiza-se no plano  $z = 0$ , centrado na origem dos eixos  $x$ - $y$ .  
Calcule o campo elétrico em um ponto arbitrário do eixo  $z \geq 0$ .



Portanto a componente  $z$  do campo é

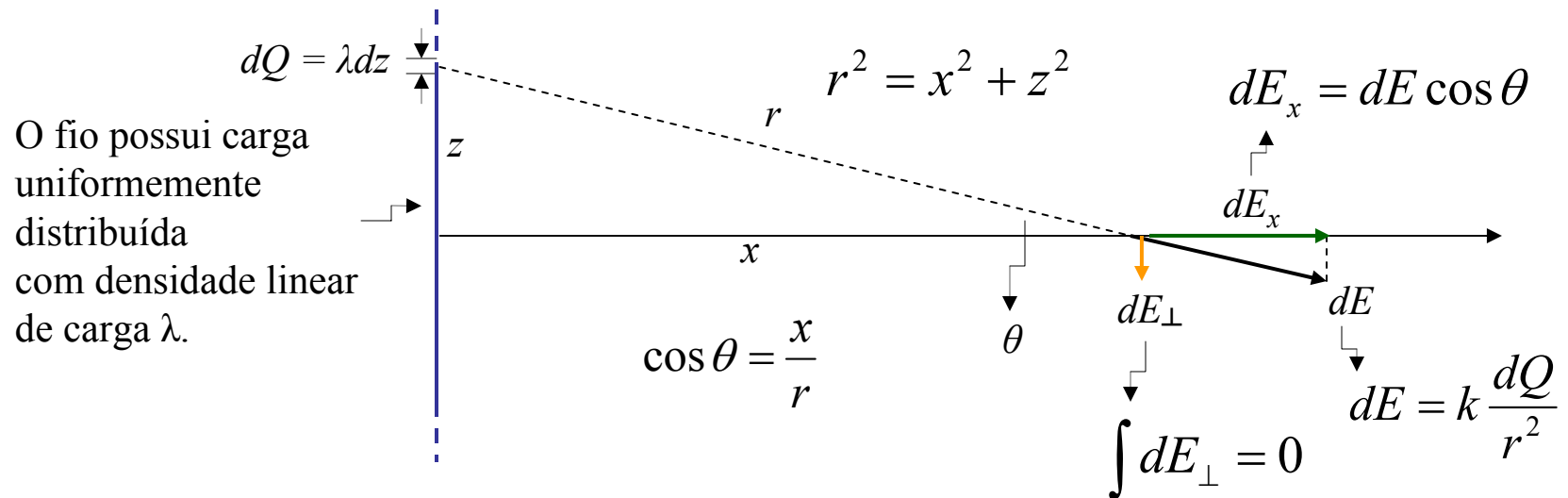
$$E_z = \int dE_z = \int dE \cos \theta = \int k \frac{dQ}{r^2} \cos \theta = \int kz \frac{dQ}{r^3} = \frac{kz}{r^3} \int dQ \Rightarrow E_z = \frac{kzQ}{r^3}$$



# IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

## Exemplo

Um fio muito fino e longo está uniformemente carregado com densidade linear de carga  $\lambda$ . O fio localiza-se no eixo  $z$ . Calcule o campo elétrico em um ponto arbitrário do eixo  $x > 0$ .



Resposta  $\Rightarrow E_x = \frac{2k\lambda}{x}$



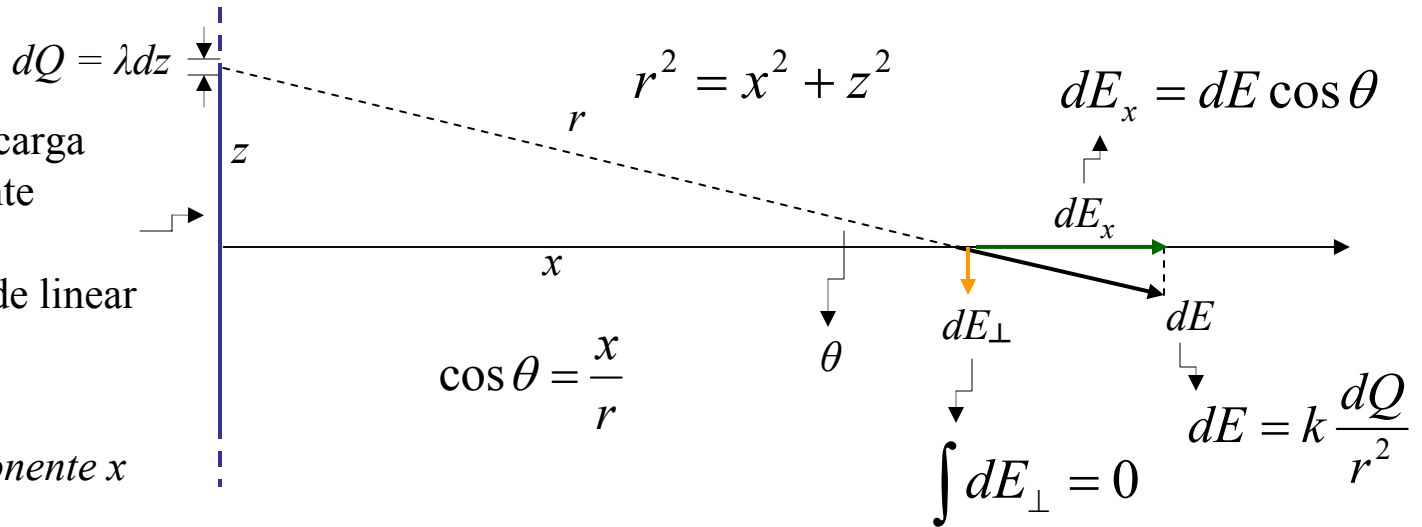
# IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

## Exemplo



Um fio muito fino e longo está uniformemente carregado com densidade linear de carga  $\lambda$ . O fio localiza-se no eixo  $z$ . Calcule o campo elétrico em um ponto arbitrário do eixo  $x > 0$ .

O fio possui carga uniformemente distribuída com densidade linear de carga  $\lambda$ .



Portanto a componente  $x$  do campo é

$$E_x = \int dE_x = \int dE \cos \theta = \int k \frac{dQ}{r^2} \cos \theta = \int kx \frac{dQ}{r^3} = kx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda dz}{r^3}$$

$$E_x = kx\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{k\lambda}{x} \left. \frac{z}{[x^2 + z^2]^{1/2}} \right|_{-\infty}^{+\infty} \Rightarrow E_x = \frac{2k\lambda}{x}$$

*Obs.: na integração, substituir  $z=x.tg\theta$*



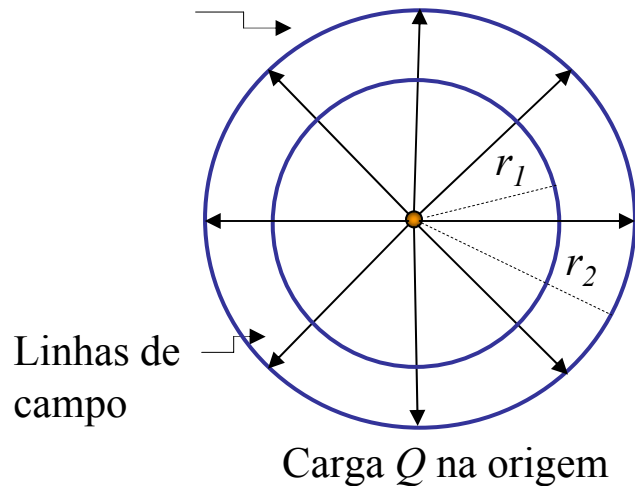
## Diagramas de linhas de campo

Um diagrama de linhas de campo descreve o campo elétrico de acordo com as seguintes regras:

- A direção do vetor campo elétrico, em qualquer ponto, é tangente à linha de campo neste ponto.
- A intensidade do campo elétrico, em qualquer posição, é proporcional ao número relativo de linhas de campo que passam através de uma unidade de área perpendicular às linhas de campo.

Obtemos estas regras calculando o vetor campo elétrico em um ponto arbitrário.

Superfícies esféricas imaginárias de raios  $r_1$  e  $r_2$ .



Observe que:

$$\frac{\text{Número de linhas de campo por unidade de área em } r_1}{\text{Número de linhas de campo por unidade de área em } r_2} = \frac{\frac{N}{4\pi r_1^2}}{\frac{N}{4\pi r_2^2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

E que:

$$\frac{\text{Intensidade do campo em } r_1}{\text{Intensidade do campo em } r_2} = \frac{\frac{kQ}{r_1^2}}{\frac{kQ}{r_2^2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$





## Exemplos

### Exemplo



Uma carga puntiforme positiva  $Q$  encontra-se separada de uma carga negativa  $-Q$ , também puntiforme, por uma distância  $s$ .

Faça um esboço do diagrama das linhas de campo.

(Utilize o princípio da superposição para obter a soma vetorial, em alguns poucos pontos, dos campos produzidos individualmente pelas cargas. Depois, utilize as duas regras que enunciamos para fazer o esboço do diagrama.)

### Exemplo



Uma carga positiva  $2Q$  encontra-se separada de uma carga negativa  $-Q$  por uma distância  $s$ .

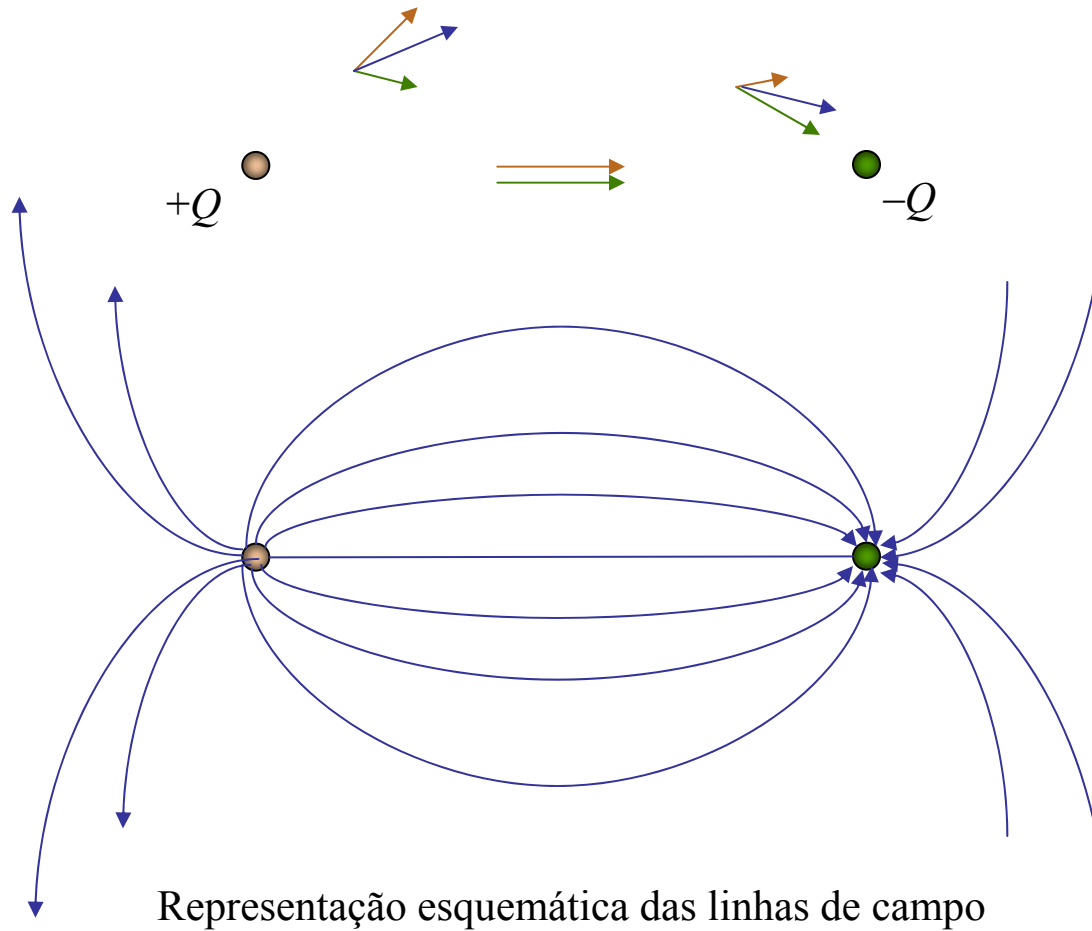
**a.** Faça um esboço do diagrama das linhas de campo.

**b.** Faça um esboço do diagrama das linhas de campo para uma distância  $r \gg s$ .

(Utilize o princípio da superposição para obter a soma vetorial, em alguns poucos pontos, dos campos produzidos individualmente pelas cargas. Depois, utilize as duas regras que enunciamos para fazer o esboço do diagrama.)

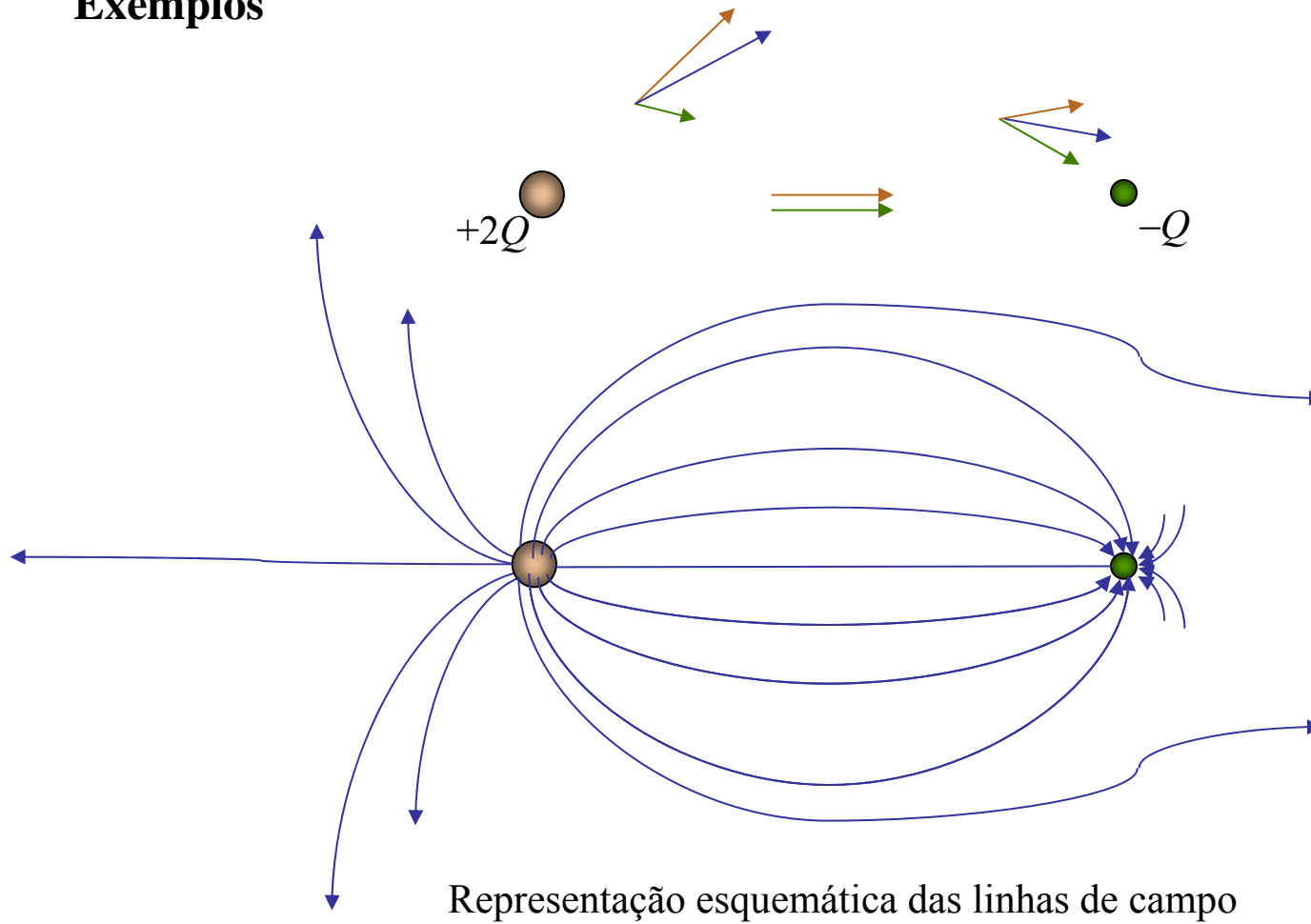


**Exemplos**





Exemplos





**Destes exemplos podemos enunciar cinco fatos para construir diagramas de linhas de campo.**

1. Linhas de campo começam nas cargas positivas e terminam nas negativas.
2. O número de linhas de campo emergindo ou convergindo de uma carga puntiforme é proporcional à magnitude da carga.
3. As linhas de campo são esfericamente simétricas na região próxima a uma carga puntiforme.
4. Se o sistema de cargas possui uma carga efetiva, as linhas de campo serão esfericamente simétricas para grandes distâncias.
5. Linhas de campo nunca se cruzam.

Exemplo



Uma carga  $Q$  encontra-se uniformemente distribuída em um anel muito fino de raio  $R$ . O anel localiza-se no plano  $z = 0$ , centrado na origem dos eixos  $x$ - $y$ . Calcule o campo elétrico em um ponto  $r \gg R$ .



## Condutores e isolantes

Num *isolante* as cargas elétricas acham-se fortemente ligadas, não podendo se mover livremente em seu interior. Em princípio, podemos construir uma densidade volumétrica estática de carga arbitrária com estes materiais.

Exemplos típicos são o vidro e a borracha.

Num *condutor* as cargas podem se mover livremente em seu interior e em sua superfície. Deste fato derivamos duas observações importantes.

1. O campo elétrico no interior de um condutor é nulo. (Do contrário haveria movimento de cargas até formar uma distribuição que anule o campo no interior do condutor).
2. As linhas de campo na superfície de um condutor são perpendiculares a esta superfície. (Se houvesse uma componente do campo paralela à superfície, haveria movimento de cargas até anular esta componente.)

Exemplos típicos de condutores são os metais.

O grau de liberdade com que as cargas se movem é medido pela grandeza conhecida como **condutividade**, que varia muito de material para material.

Há ainda uma classe de materiais importantes que exibem características híbridas, conhecidos como semi-condutores. Comentaremos mais sobre estes materiais nos próximos módulos.



# IF – FAP0291 – Eletromagnetismo para Geociências

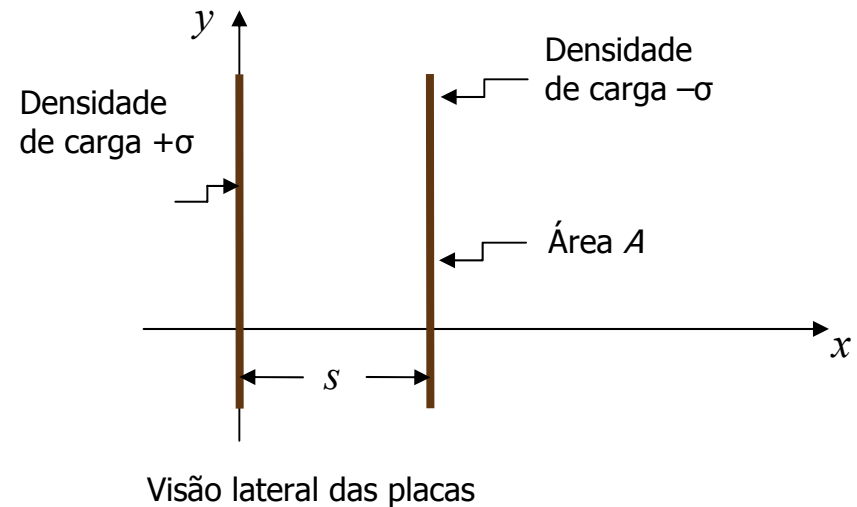
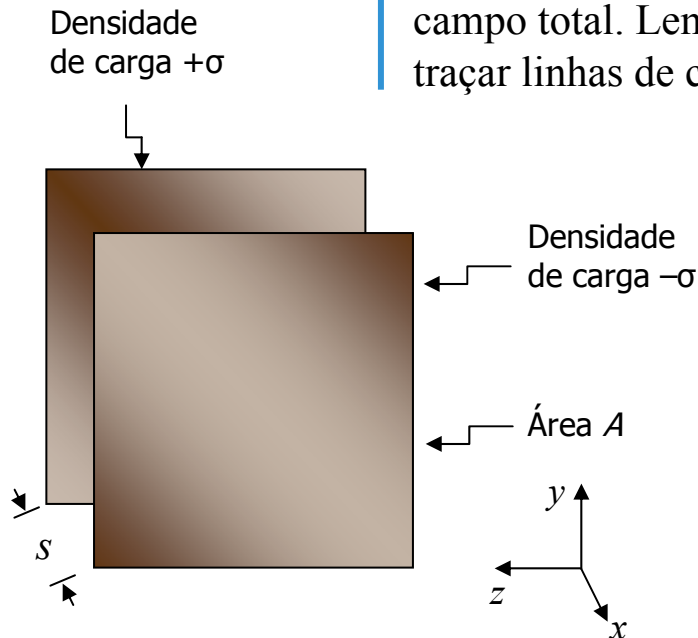
## Exemplo

Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área  $A$  encontram-se carregados com densidade superficial de carga  $\sigma$  e  $-\sigma$ , respectivamente, separados por uma distância  $s$ , e dispostos paralelamente.

Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere  $s^2 \ll A$ .)

## Procedimento

Inicie esboçando as linhas de campo de cada plano individualmente. Use, então, o princípio da superposição para obter as linhas de campo do campo total. Lembre-se dos cinco fatos (ou regras) que enunciamos para traçar linhas de campo.





# IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

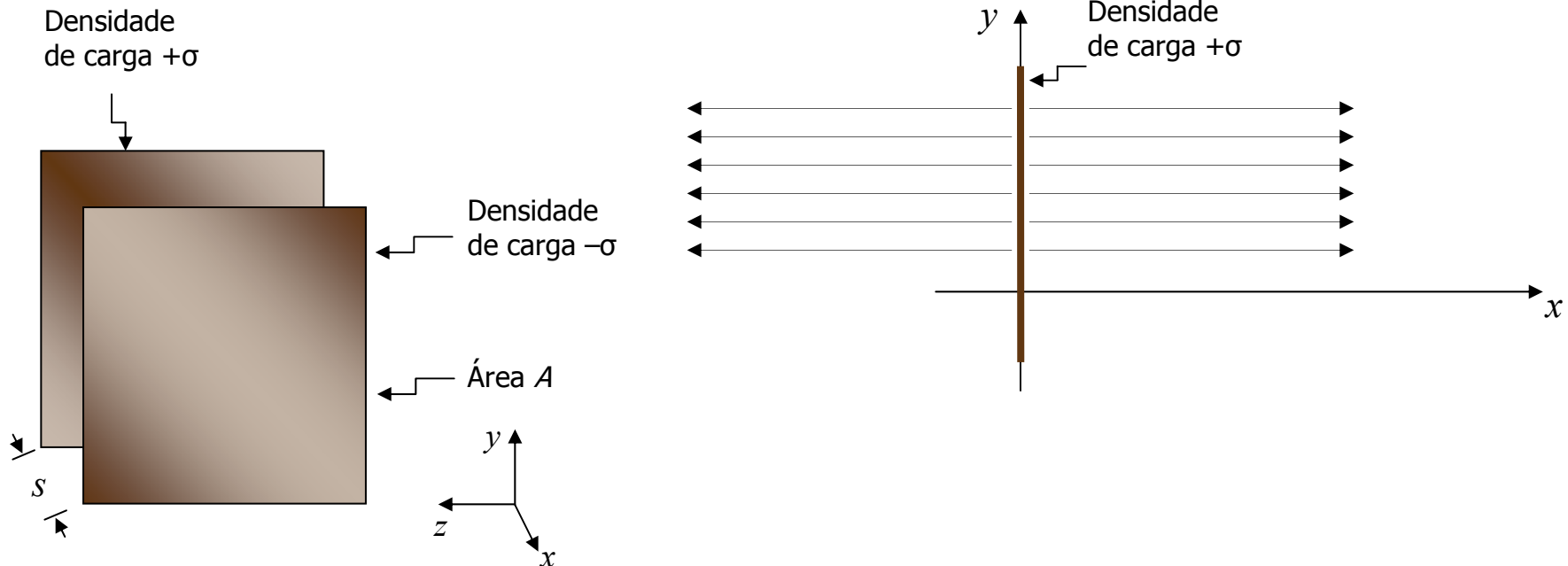
## Exemplo

Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área  $A$  encontram-se carregados com densidade superficial de carga  $\sigma$  e  $-\sigma$ , respectivamente, separados por uma distância  $s$ , e dispostos paralelamente.

Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere  $s^2 \ll A$ .)

### Solução

As linhas de campo de cada placa devem ser paralelas por simetria. Explique.





# IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

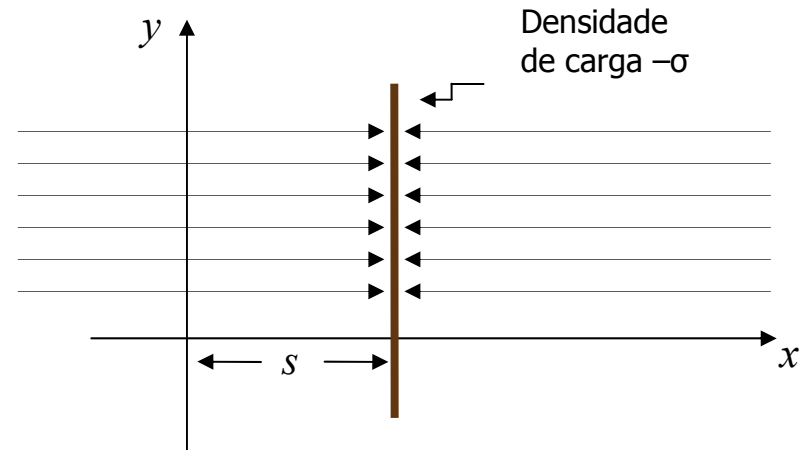
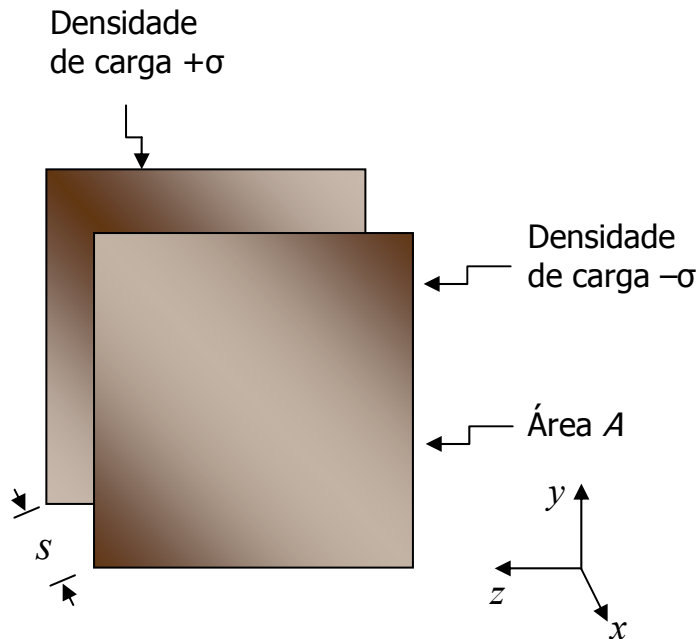
## Exemplo

Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área  $A$  encontram-se carregados com densidade superficial de carga  $\sigma$  e  $-\sigma$ , respectivamente, separados por uma distância  $s$ , e dispostos paralelamente.

Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere  $s^2 \ll A$ .)

### Solução

As linhas de campo de cada placa devem ser paralelas por simetria.







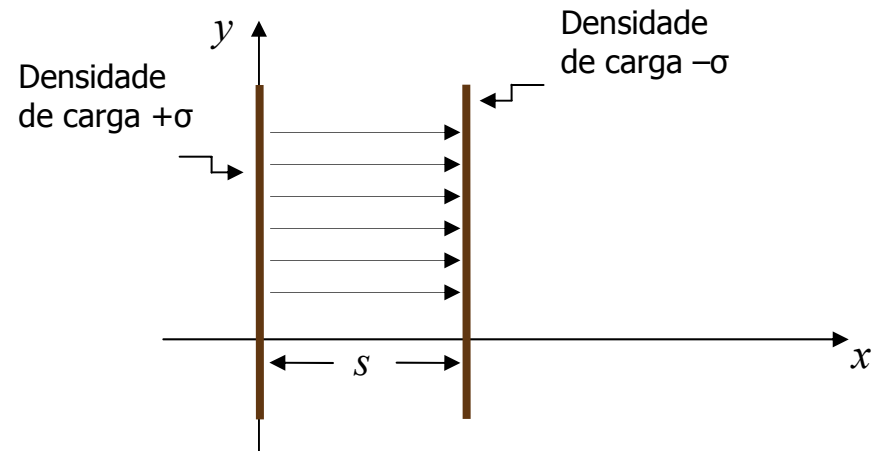
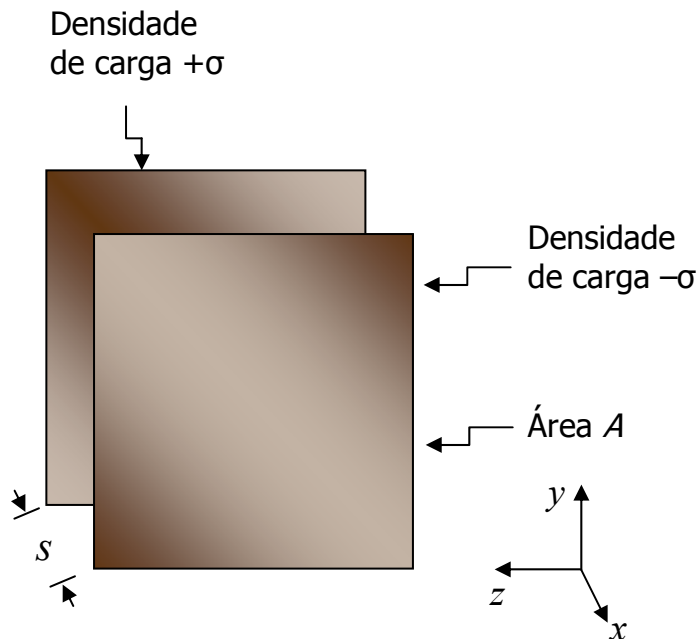
## Exemplo

Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área  $A$  encontram-se carregados com densidade superficial de carga  $\sigma$  e  $-\sigma$ , respectivamente, separados por uma distância  $s$ , e dispostos paralelamente.

Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere  $s^2 \ll A$ .)

### Solução

Portanto, as linhas de campo entre as placas têm a forma:



Observe que estamos ignorando as linhas de campo nas bordas das placas. Naturalmente, isto é uma aproximação.



# IF – FAP0291– Eletromagnetismo para Geociências

## Exemplo

Um corpo condutor neutro é colocado no espaço intermediário entre dois planos condutores, muito finos, retangulares de área  $A$  carregados com densidade superficial de carga  $\sigma$  e  $-\sigma$ , respectivamente, separados por uma distância  $s$ , e dispostos paralelamente.

a. Faça um esboço das linhas de campo.

**Procedimento** | Esboce as cargas induzidas no corpo pela presença das placas condutoras.

