# Introdução à Física

## Aula 2 - Movimento retilíneo

Página da disciplina: http://stoa.usp.br

Prof. Valmir A. Chitta

e-mail: vchitta@if.usp.br
tel: 3091-7099
Ed. Mário Schenberg, sala 209

28 de Março de 2011

# Sumário

# Sumário

- Cinemática: Descrever o movimento sem se preocupar com a sua causa

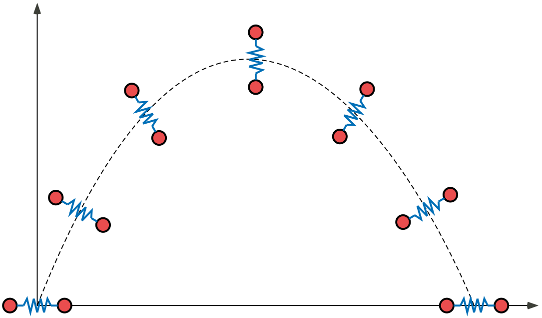
# Mecânica clássica ⇒ Movimento

- Cinemática: Descrever o movimento sem se preocupar com a sua causa
- Dinâmica: Descrever as causas do movimento

# Mecânica clássica ⇒ Movimento

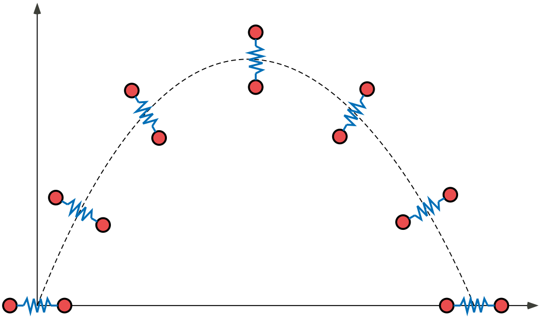
- Cinemática: Descrever o movimento sem se preocupar com a sua causa
- Dinâmica: Descrever as causas do movimento
- Estática: Equilíbrio

# Tipos de movimento



Descrever o movimento

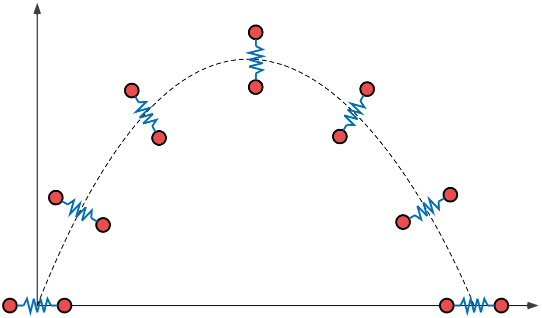
# Tipos de movimento



Descrever o movimento

- Escolher um referencial

# Tipos de movimento

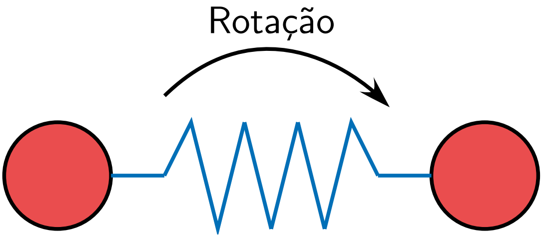


Descrever o movimento

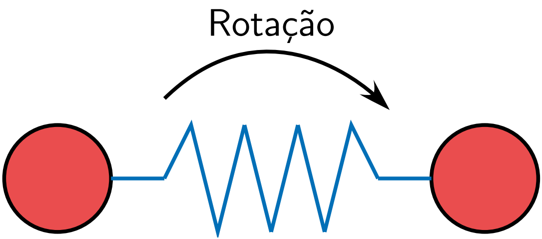
- Escolher um referencial
- Determinar como as coordenadas do corpo variam com o tempo

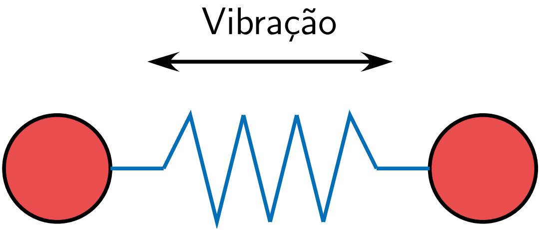
$$x(t), y(t) \text{ e } z(t)$$

# Decompor o movimento

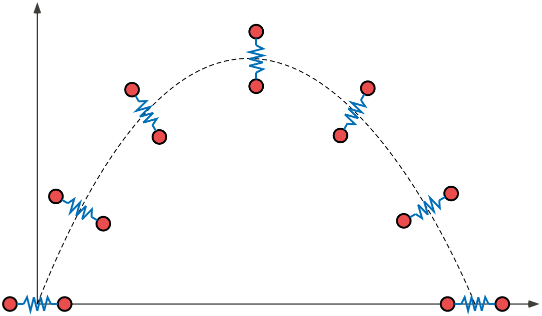


# Decompor o movimento



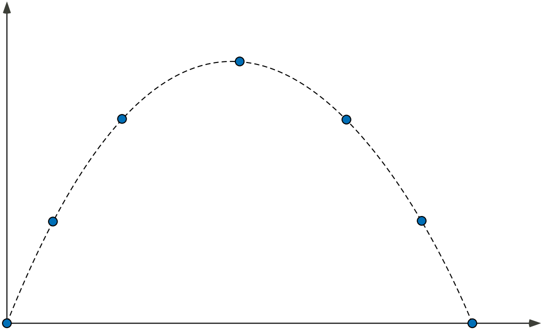



# Translação



- Qualquer ponto sobre o corpo descreve o mesmo movimento

# Translação



- Qualquer ponto sobre o corpo descreve o mesmo movimento
- Substituir o corpo por um ponto (partícula). Isso independe do tamanho do sistema.

# Cinemática - Descrição do movimento

- Deslocamento: mudança da posição do corpo

- Deslocamento: mudança da posição do corpo
- Velocidade: variação da posição do corpo em função do tempo

# Cinemática - Descrição do movimento

- Deslocamento: mudança da posição do corpo
- Velocidade: variação da posição do corpo em função do tempo
- Aceleração: variação da velocidade do corpo em função do tempo

# Sumário

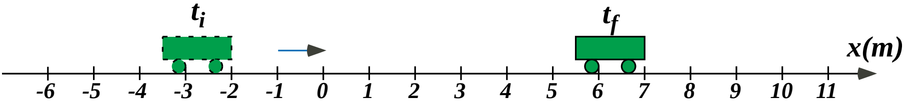
# Movimento em uma dimensão

- Movimento mais simples
- Bom modelo

# Movimento em uma dimensão

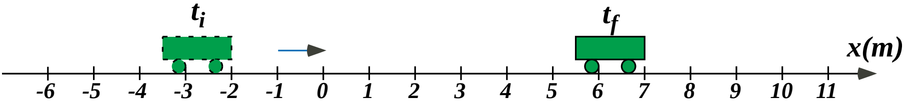
- Movimento mais simples
- Bom modelo
  - Queda livre
  - Composição de movimentos

# Deslocamento

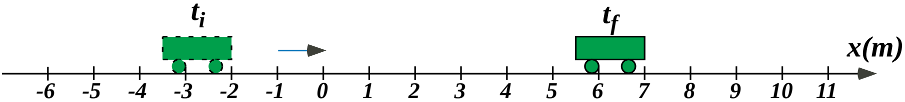



- Posição do corpo em $t_i$: $x(t_i) = -2$ m

# Deslocamento



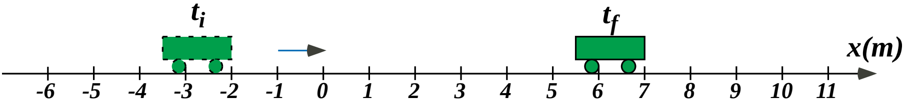

- Posição do corpo em $t_i$: $x(t_i) = -2$ m
- Posição do corpo em $t_f$: $x(t_f) = 7$ m




- Posição do corpo em $t_i$: $x(t_i) = -2$ m
- Posição do corpo em $t_f$: $x(t_f) = 7$ m
- Deslocamento do corpo (vetor):

$$\Delta x = x(t_f) - x(t_i) = 7 - (-2)\ \mathrm{m} = 9\ \mathrm{m}$$

# Deslocamento




- Posição do corpo em $t_i$: $x(t_i) = -2$ m
- Posição do corpo em $t_f$: $x(t_f) = 7$ m
- Deslocamento do corpo (vetor):

$$\Delta x = x(t_f) - x(t_i) = 7 - (-2)\ \mathrm{m} = 9\ \mathrm{m}$$

- Distância total percorrida $(d) \neq$ deslocamento

# Velocidade escalar média

- Noção familiar

# Velocidade escalar média

- Noção familiar
- Velocidade escalar média

$$\overline{v} = \frac{\text{distância}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{d}{t_f - t_i} = \frac{d}{\Delta t}$$

# Velocidade escalar média

- Noção familiar
- Velocidade escalar média

$$\overline{v} = \frac{\text{distância}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{d}{t_f - t_i} = \frac{d}{\Delta t}$$

- Unidade (SI): $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

# Velocidade escalar média

- Noção familiar
- Velocidade escalar média

$$\overline{v} = \frac{\text{distância}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{d}{t_f - t_i} = \frac{d}{\Delta t}$$

- Unidade (SI): $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
- Sempre positiva

# Velocidade média

- Velocidade média (vetor):

$$\overline{v_x} = \frac{\text{deslocamento}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

# Velocidade média

- Velocidade média (vetor):

$$\overline{v_x} = \frac{\text{deslocamento}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Unidade (SI): $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

# Velocidade média

- Velocidade média (vetor):

$$\overline{v_x} = \frac{\text{deslocamento}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

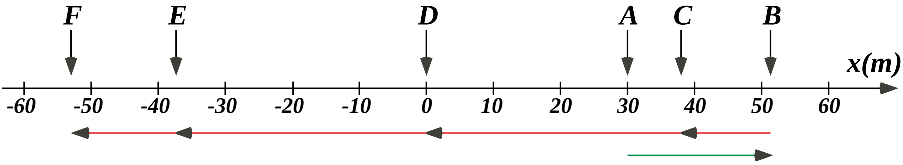
- Unidade (SI): $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
- $\Delta x > 0 \qquad \Rightarrow \qquad \overline{v_x} > 0$
- $\Delta x < 0 \qquad \Rightarrow \qquad \overline{v_x} < 0$

# Representação pictórica do movimento

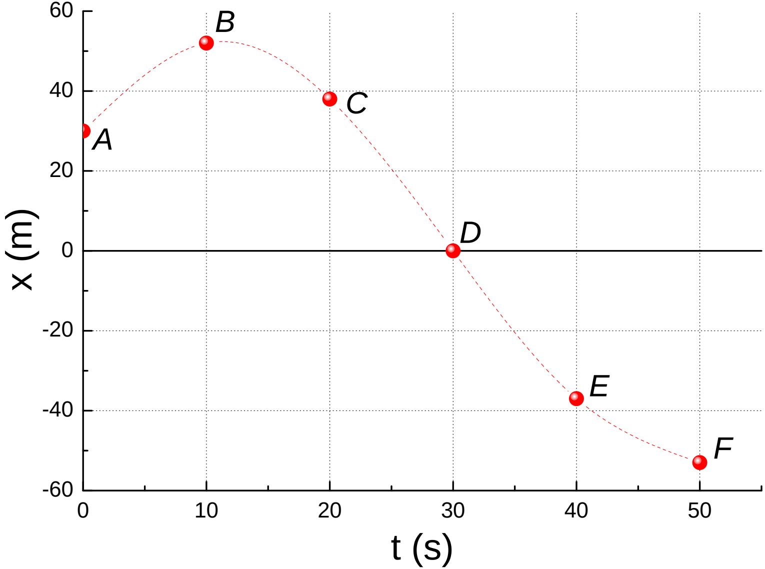
| Ponto | Instante (s) | Posição (m) |
|---|---|---|
| A | 0 | 30 |
| B | 10 | 52 |
| C | 20 | 38 |
| D | 30 | 0 |
| E | 40 | -37 |
| F | 50 | -53 |

# Representação pictórica do movimento

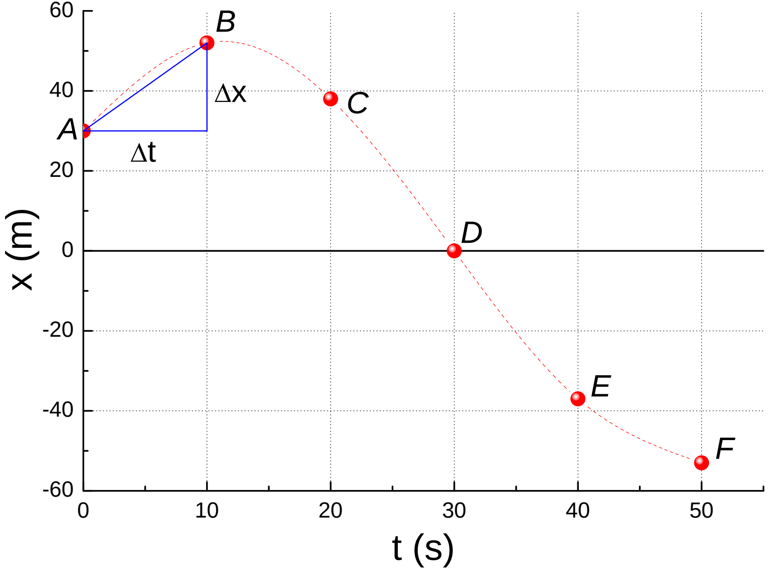
| Ponto | Instante (s) | Posição (m) |
|---|---|---|
| A | 0 | 30 |
| B | 10 | 52 |
| C | 20 | 38 |
| D | 30 | 0 |
| E | 40 | -37 |
| F | 50 | -53 |



# Representação gráfica do movimento



# Representação gráfica da velocidade média



# Sumário

# Exemplo i

Imagine que você esteja viajando e percorra 8,4 km a 69,2 km/h até que o combustível do seu carro acabe. O posto de gasolina mais próximo está a 1,9 km no mesmo sentido e andando gasta-se 27 minutos para alcançá-lo.

(a) Qual é a velocidade média desde o instante em que você partiu até o instante em que chegou ao posto de gasolina?

(b) Suponha que para trazer a gasolina até o carro gasta-se 35 minutos, qual é a velocidade média desde o momento da partida até o retorno a pé ao carro?

# Exemplo ii

Um automóvel viaja 40 km numa estrada retilínea, à velocidade de 30 km/h. Depois, percorre mais 40 km no mesmo sentido com uma velocidade de 60 km/h.

(a) Qual a velocidade média do carro nesses 80 km de viagem? (Suponha que o movimento é no sentido positivo do eixo $x$.)

(b) Qual a velocidade escalar média?

(c) Trace o gráfico $x \times t$ e mostre como a velocidade média é encontrada.

# Exemplo iii

A posição de um objeto em movimento retilíneo é dada por $x(t) = 3t - 4t^2 + t^3$, onde $x$ está em metros e $t$ em segundos.

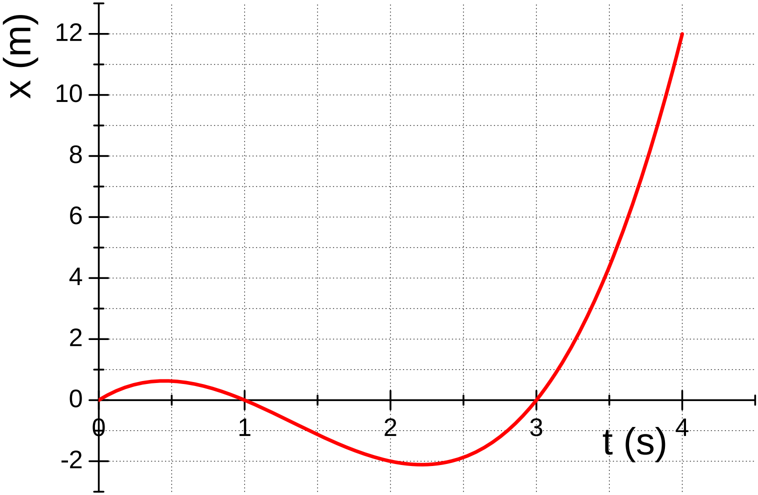
(a) Qual a posição do objeto em $t = 1$ s, 2 s, 3 s e 4 s?

(b) Qual o deslocamento entre $t = 0$ e $t = 4$ s?

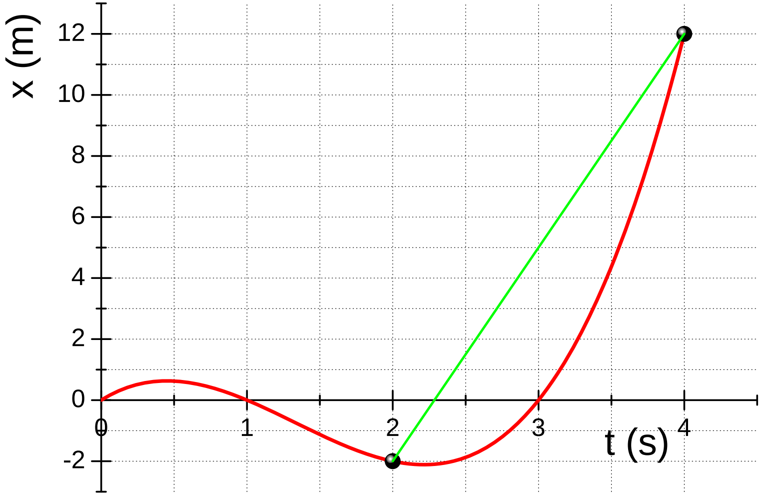
(c) Qual a velocidade média no intervalo $t = 2$ s a $t = 4$ s?

(d) Trace o gráfico $x \times t$ para $0 \leqslant t \leqslant 4$ s e mostre como a resposta de (c) pode ser encontrada a partir dele.

# Gráfico de $x \times t$



# Determinação da velocidade média



# Exemplo iv

Uma partícula move-se ao longo do eixo $x$ de tal modo que sua posição em qualquer instante é dada por $x(t) = 5t^2 + 1$, onde $x$ é dado em metros e $t$ em segundos. Calcular sua velocidade média nos intervalos de tempo entre:

(a) 2 s e 3 s;

(b) 2 s e 2,1 s;

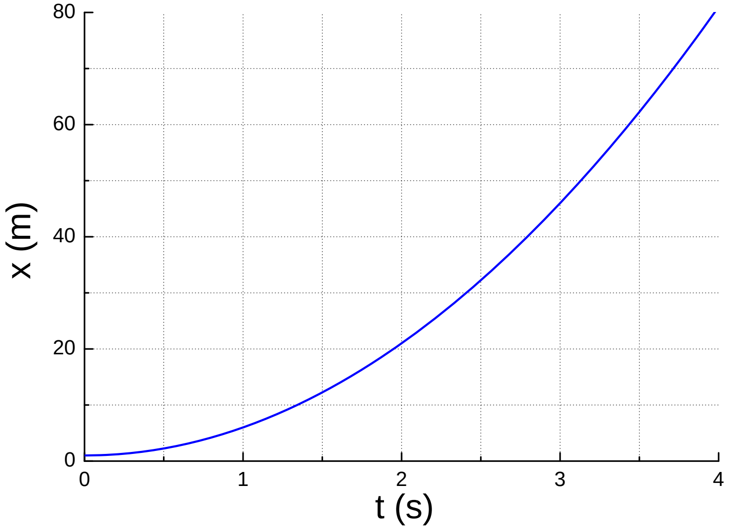
(c) 2 s e 2,001 s.

# Representação gráfica do movimento

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

# Representação gráfica do movimento

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$



# Velocidade média (i)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Entre 2 e 3 s:

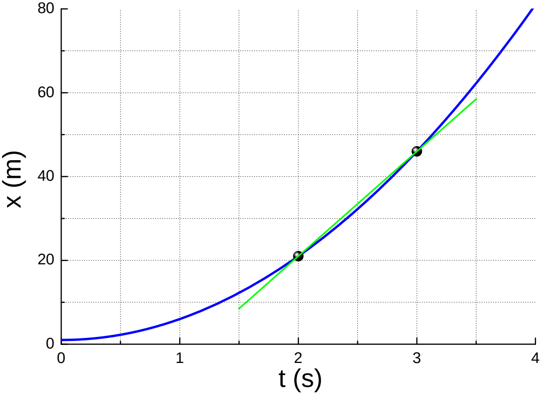
$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(3) - x(2)}{3 - 2} = \frac{46 - 21}{1} = 25 \text{ m/s}$$

# Velocidade média (i)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Entre 2 e 3 s:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(3) - x(2)}{3 - 2} = \frac{46 - 21}{1} = 25\ \mathrm{m/s}$$



# Velocidade média (ii)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Entre 2 e 2,1 s:

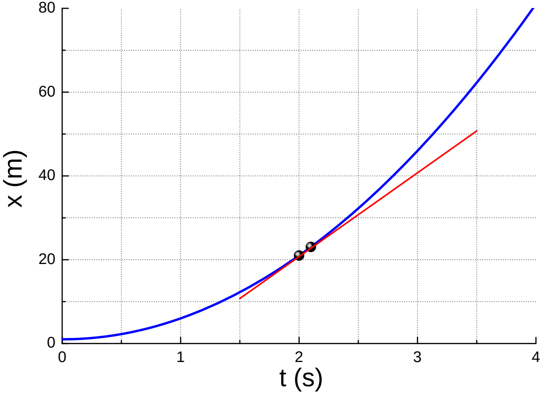
$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(2,1) - x(2)}{2,1 - 2} = \frac{23,05 - 21}{0,1} = 20,5 \text{ m/s}$$

# Velocidade média (ii)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Entre 2 e 2,1 s:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(2,1) - x(2)}{2,1 - 2} = \frac{23,05 - 21}{0,1} = 20,5 \text{ m/s}$$



# Velocidade média (iii)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Entre 2 e 2,001 s:

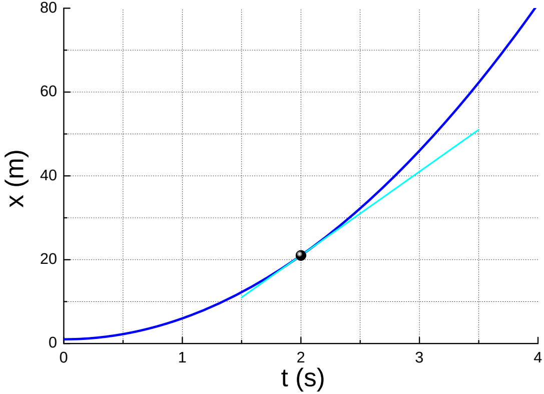
$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(2,001) - x(2)}{2,001 - 2} = \frac{21,020005 - 21}{0,001} = 20,005 \text{ m/s}$$

# Velocidade média (iii)

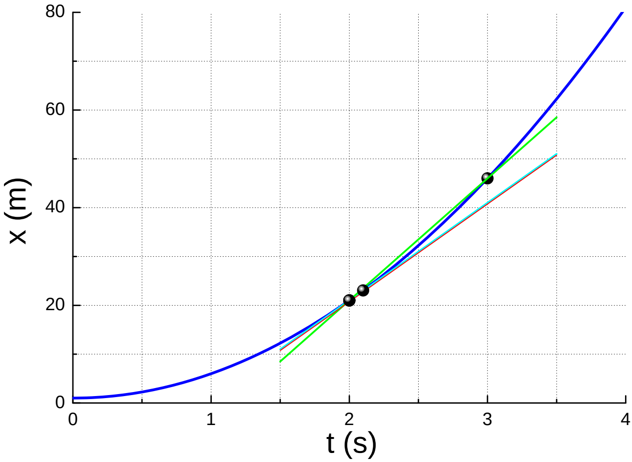
Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Entre 2 e 2,001 s:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(2,001) - x(2)}{2,001 - 2} = \frac{21,020005 - 21}{0,001} = 20,005 \text{ m/s}$$



# Velocidade média (iv)




$\overline{v_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Quando $\Delta t \to 0$ $\overline{v_x} \to$ reta tangente.

# Sumário

# Velocidade instantânea (i)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Velocidade média entre $t$ e $t + \Delta t$:

# Velocidade instantânea (i)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Velocidade média entre $t$ e $t + \Delta t$:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{t + \Delta t - t} = \frac{1 + 5t^2 + 5\Delta t^2 + 10t\Delta t - 1 - 5t^2}{\Delta t}$$

# Velocidade instantânea (i)

$$\text{Equação horária do movimento: } x(t) = 1 + 5t^2$$

Velocidade média entre $t$ e $t + \Delta t$:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{t + \Delta t - t} = \frac{1 + 5t^2 + 5\Delta t^2 + 10t\Delta t - 1 - 5t^2}{\Delta t}$$

$$\overline{v_x} = 5\Delta t + 10t$$

Tomando $\Delta t \to 0$

# Velocidade instantânea (i)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Velocidade média entre $t$ e $t + \Delta t$:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{t + \Delta t - t} = \frac{1 + 5t^2 + 5\Delta t^2 + 10t\Delta t - 1 - 5t^2}{\Delta t}$$

$$\overline{v_x} = 5\Delta t + 10t$$

Tomando $\Delta t \to 0$

$$v_x(t) = 10t$$

Para $t = 2$ s

# Velocidade instantânea (i)

Equação horária do movimento: $x(t) = 1 + 5t^2$

Velocidade média entre $t$ e $t + \Delta t$:

$$\overline{v_x} = \frac{x(t_f) - x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{t + \Delta t - t} = \frac{1 + 5t^2 + 5\Delta t^2 + 10t\Delta t - 1 - 5t^2}{\Delta t}$$

$$\overline{v_x} = 5\Delta t + 10t$$

Tomando $\Delta t \to 0$

$$v_x(t) = 10t$$

Para $t = 2$ s

$$v_x(2) = 20 \text{ m/s}$$

# Velocidade instantânea (ii)

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \qquad \text{(derivada da função } x(t)\text{)}$$

# Velocidade instantânea (ii)

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \qquad \text{(derivada da função } x(t)\text{)}$$

Regra prática

$$x(t) = at^n \text{ onde } a \text{ e } n \text{ constantes} \qquad \Rightarrow \qquad v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = ant^{n-1}$$

# Velocidade instantânea (ii)

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \qquad \text{(derivada da função } x(t)\text{)}$$

Regra prática

$$x(t) = at^n \text{ onde } a \text{ e } n \text{ constantes} \qquad \Rightarrow \qquad v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = ant^{n-1}$$

$$x(t) = f(t) + g(t) + h(t) + \ldots \quad \Rightarrow \quad v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{df(t)}{dt} + \frac{dg(t)}{dt} + \frac{dh(t)}{dt} + \ldots$$

# Velocidade instantânea (ii)

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \qquad \text{(derivada da função } x(t))$$

Regra prática

$$x(t) = at^n \text{ onde } a \text{ e } n \text{ constantes} \qquad \Rightarrow \qquad v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = ant^{n-1}$$

$$x(t) = f(t) + g(t) + h(t) + \ldots \quad \Rightarrow \quad v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{df(t)}{dt} + \frac{dg(t)}{dt} + \frac{dh(t)}{dt} + \ldots$$

Exemplo

$$x(t) = 1 + 5t^2$$

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d(1t^0)}{dt} + \frac{d(5t^2)}{dt} = 1 \cdot 0 \cdot t^{0-1} + 5 \cdot 2 \cdot t^{2-1} = 10t$$

# Cálculo

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

# Cálculo

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0), \quad \frac{df}{dx}(x_0), \quad \frac{dy}{dx}(x_0), \quad D_x f(x_0), \quad \frac{dx}{dt}(t_0), \quad \dot{x}(t_0), \quad \ldots$$

# Cálculo

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0), \quad \frac{df}{dx}(x_0), \quad \frac{dy}{dx}(x_0), \quad D_x f(x_0), \quad \frac{dx}{dt}(t_0), \quad \dot{x}(t_0), \quad \ldots$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

# Cálculo

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$f'(x_0), \quad \frac{df}{dx}(x_0), \quad \frac{dy}{dx}(x_0), \quad D_x f(x_0), \quad \frac{dx}{dt}(t_0), \quad \dot{x}(t_0), \quad \ldots$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$$

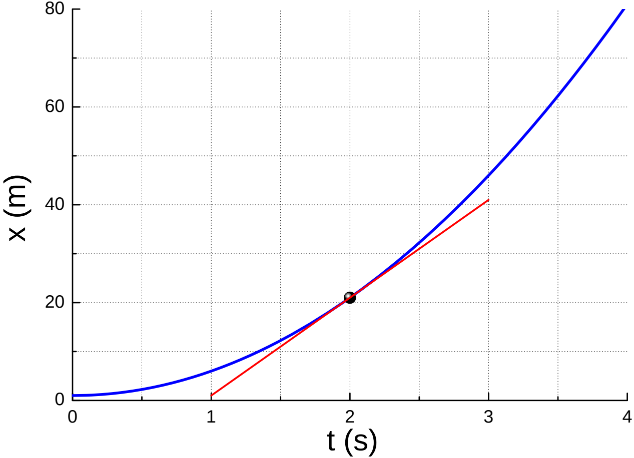
# Velocidade instantânea - representação geométrica (i)

Exemplo $x(t) = 1 + 5t^2 \quad \Rightarrow \quad v_x(t) = 10t$

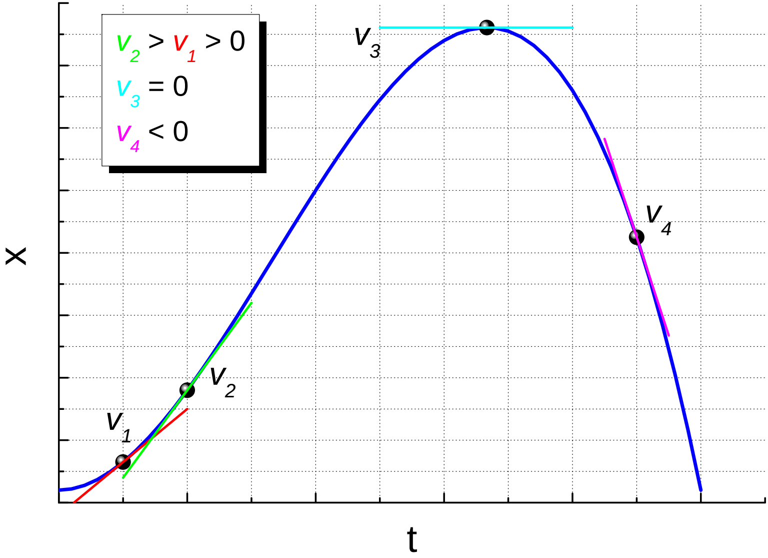
# Velocidade instantânea - representação geométrica (i)

Exemplo $x(t) = 1 + 5t^2 \quad \Rightarrow \quad v_x(t) = 10t$

Para $t = 2$ s $\quad \Rightarrow \quad v_x(2) = 20\ \mathrm{m/s}$



# Velocidade instantânea - representação geométrica (ii)



# Sumário

# Aceleração média

- Aceleração média (vetor):

$$\overline{a_x} = \frac{\text{velocidade}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{v_x(t_f) - v_x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

# Aceleração média

- Aceleração média (vetor):

$$\overline{a_x} = \frac{\text{velocidade}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{v_x(t_f) - v_x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

- Unidade (SI): $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

# Aceleração média

- Aceleração média (vetor):

$$\overline{a_x} = \frac{\text{velocidade}}{\text{intervalo de tempo}} = \frac{v_x(t_f) - v_x(t_i)}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

- Unidade (SI): $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
- $\Delta x > 0$ e $\Delta v_x > 0 \Rightarrow \overline{a_x} > 0$ (acelerando)
- $\Delta x > 0$ e $\Delta v_x < 0 \Rightarrow \overline{a_x} < 0$ (freando)
- $\Delta x < 0$ e $\Delta v_x < 0 \Rightarrow \overline{a_x} < 0$ (acelerando)
- $\Delta x < 0$ e $\Delta v_x > 0 \Rightarrow \overline{a_x} > 0$ (freando)

# Aceleração instantânea

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x(t)}{\Delta t} = \frac{dv_x(t)}{dt}$$

Reta tangente ao ponto no gráfico de $v \times t$.

# Sumário

# Exemplo i

Se a posição de uma partícula é dada por $x(t) = 4 - 12t + 3t^2$ (onde $t$ é dado em segundos e $x$ em metros):

(a) Qual é a velocidade em $t = 1$ s?

(b) Nesse instante, ela está se movendo no sentido crescente ou decrescente de $x$?

(c) A velocidade aumenta ou diminui nos instantes seguintes?

(d) A velocidade é zero em algum instante?

(e) Em algum instante, após $t = 3$ s, a partícula estará se movendo para a esquerda, no eixo $x$?

# Exemplo ii

Uma partícula se move ao longo do eixo $x$ de acordo com a equação $x(t) = 50t + 10t^2$, onde $x$ está em metros e $t$ em segundos. Calcule

(a) A velocidade média da partícula, durante os primeiros 3.0 s de movimento

(b) A velocidade instantânea da partícula em $t = 3.0$ s

(c) A aceleração instantânea em $t = 3.0$ s.

(d) Faça o gráfico de $x \times t$ e mostre como a resposta de (a) pode ser obtida dele.

(e) Indique no gráfico a resposta de (b). Faça o gráfico de $v \times t$ e indique nele a resposta ao item (c).

# Exemplo iii

Uma partícula move-se ao longo do eixo $x$ de modo que sua posição em função do tempo é dada por:

$$x(t) = 7,8 + 9,2t - 2,1t^3$$

onde $x$ está em metros e $t$ em segundos.

(a) Qual é a velocidade da partícula para $t = 3,5$ s?

(b) Quando a velocidade da partícula será nula?

(c) Quanto a partícula se deslocou de 0 até 2 s?

(d) Qual a distância percorrida pela partícula no mesmo intervalo de tempo?

# Exemplo iv

A posição de uma partícula que se desloca ao longo de uma linha reta é definida pela relação:

$$x(t) = t^3 - 6t^2 - 15t + 40$$

onde $x$ está em metro e $t$ em segundos. Determinar:

(a) O instante no qual a velocidade será nula;

(b) A posição e a distância percorrida pela partícula até este instante;

(c) A aceleração da partícula neste instante;

(d) A distância percorrida pela partícula entre 4 s e 6 s.

# Exemplo v

A posição de uma partícula é dada por $x(t) = 20t - 5t^3$, com $x$ em metros e $t$ em segundos.

(a) Quando, se ocorrer, a velocidade da partícula é zero?

(b) Quando a aceleração é zero?

(c) Quando a aceleração é negativa? Positiva?

(d) Trace o gráfico de $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$.

# Sumário

Conhecendo-se $x(t)$ pode-se determinar

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

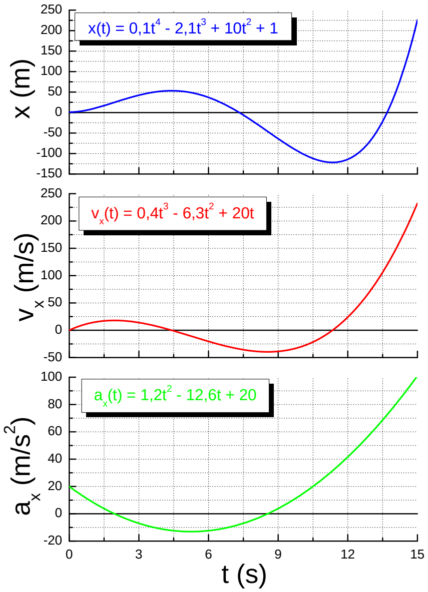
Conhecendo-se $x(t)$ pode-se determinar

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

e

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}$$

# Exemplo

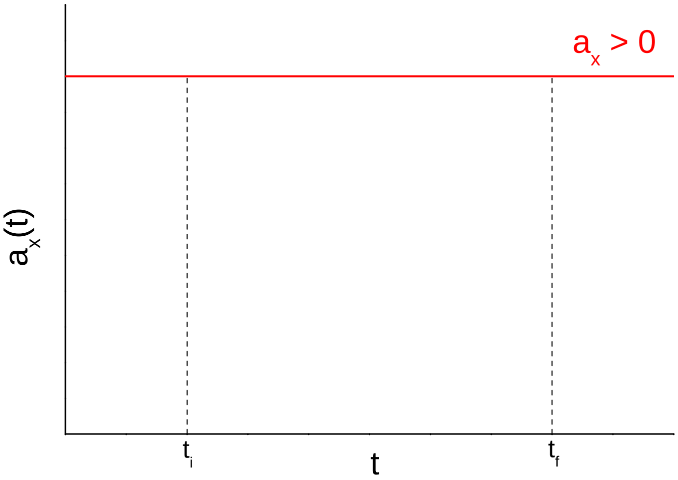


x(t) = 0,1t4 - 2,1t3 + 10t2 + 1
vx(t) = 0,4t3 - 6,3t2 + 20t
ax(t) = 1,2t2 - 12,6t + 20
x (m)
vx (m/s)
ax (m/s2)
t (s)
250
200
150
100
50
0
-50
-100
-150
80
60
40
20
-20
0
3
6
9
12
15

Conhecendo-se $a_x(t)$, como obter $v_x(t)$ e $x(t)$?

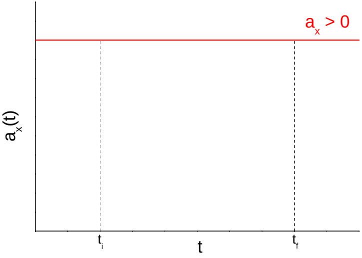
# Caso particular - aceleração constante

$$a_x(t) = \text{ constante}$$



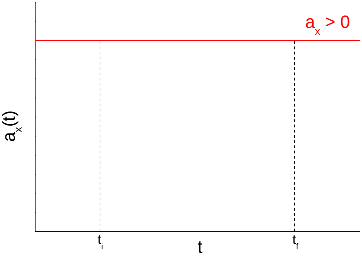
# Velocidade (i)

$$a_x = \overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v_x = a_x \Delta t$$



# Velocidade (i)

$$a_x = \overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v_x = a_x \Delta t$$

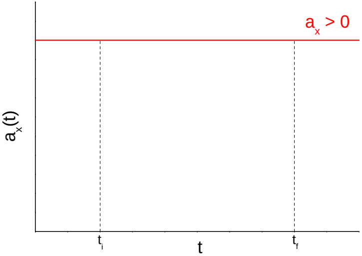



$a_x \Delta t$ é a área sob a curva $a_x(t)$

$$\Delta v_x = v_x(t_f) - v_x(t_i) = a_x(t_f - t_i)$$

# Velocidade (i)

$$a_x = \overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v_x = a_x \Delta t$$



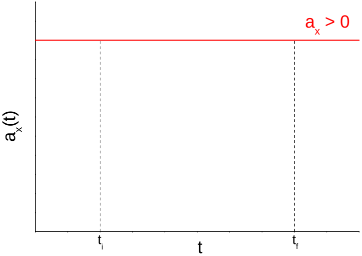

$a_x \Delta t$ é a área sob a curva $a_x(t)$

$$\Delta v_x = v_x(t_f) - v_x(t_i) = a_x(t_f - t_i)$$

$$v_x(t_f) = v_x(t_i) + a_x(t_f - t_i)$$

# Velocidade (i)

$$a_x = \overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v_x = a_x \Delta t$$




$a_x \Delta t$ é a área sob a curva $a_x(t)$

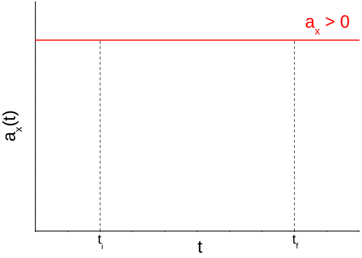
$$\Delta v_x = v_x(t_f) - v_x(t_i) = a_x(t_f - t_i)$$

$$v_x(t_f) = v_x(t_i) + a_x(t_f - t_i)$$

Tomando $t_f = t,\ t_i = 0$ e $v_x(t_i) = v_{x_0}$

# Velocidade (i)

$$a_x = \overline{a_x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v_x = a_x \Delta t$$




$a_x \Delta t$ é a área sob a curva $a_x(t)$

$$\Delta v_x = v_x(t_f) - v_x(t_i) = a_x(t_f - t_i)$$

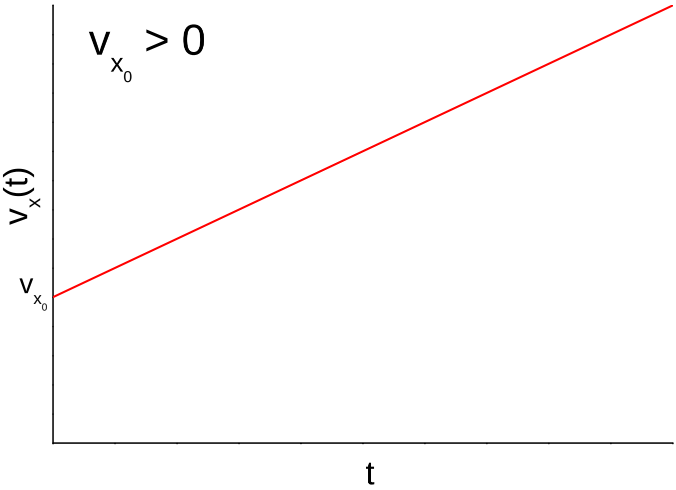
$$v_x(t_f) = v_x(t_i) + a_x(t_f - t_i)$$

Tomando $t_f = t$, $t_i = 0$ e $v_x(t_i) = v_{x_0}$

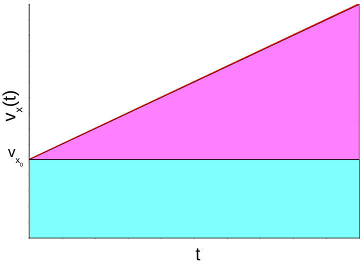
$$v_x(t) = v_{x_0} + a_x t$$

# Velocidade (ii)

$$v_x(t) = v_{x_0} + a_x t$$



# Posição (i)

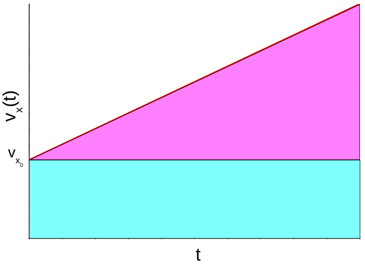



Área sob a curva:

$$A = v_{x0}\Delta t + \frac{1}{2}[v_x(t) - v_{x0}]\Delta t$$

$$A = \frac{1}{2}[v_{x0} + v_x(t)]\Delta t$$

# Posição (i)



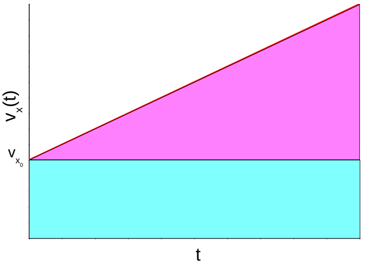

Área sob a curva:

$$A = v_{x_0}\Delta t + \frac{1}{2}[v_x(t) - v_{x_0}]\Delta t$$

$$A = \frac{1}{2}[v_{x_0} + v_x(t)]\Delta t$$

$$\frac{1}{2}(v_{x_0} + v_{x_f}) = \overline{v_x}$$

(válido somente quando $v(t)$ é linear, ou seja, $a_x =$ constante)




Área sob a curva:

$$A = v_{x_0}\Delta t + \frac{1}{2}[v_x(t) - v_{x_0}]\Delta t$$

$$A = \frac{1}{2}[v_{x_0} + v_x(t)]\Delta t$$

$$\frac{1}{2}(v_{x_0} + v_{x_f}) = \overline{v_x}$$

(válido somente quando $v(t)$ é linear, ou seja, $a_x =$ constante)

$$A = \overline{v_x}\Delta t = \Delta x$$

# Posição (ii)

$$\Delta x = x(t_f) - x(t_i) = \frac{1}{2}\left[v_x(t_i) + v_x(t_f)\right](t_f - t_i)$$

# Posição (ii)

$$\Delta x = x(t_f) - x(t_i) = \frac{1}{2}\left[v_x(t_i) + v_x(t_f)\right](t_f - t_i)$$

Tomando novamente $t_f = t$, $t_i = 0$, $v_x(t_i) = v_{x_0}$ e $x(t_i) = x_0$

$$x(t) - x_0 = \frac{1}{2}\left[v_{x_0} + v_x(t)\right] t$$

# Posição (ii)

$$\Delta x = x(t_f) - x(t_i) = \frac{1}{2}\left[v_x(t_i) + v_x(t_f)\right](t_f - t_i)$$

Tomando novamente $t_f = t$, $t_i = 0$, $v_x(t_i) = v_{x_0}$ e $x(t_i) = x_0$

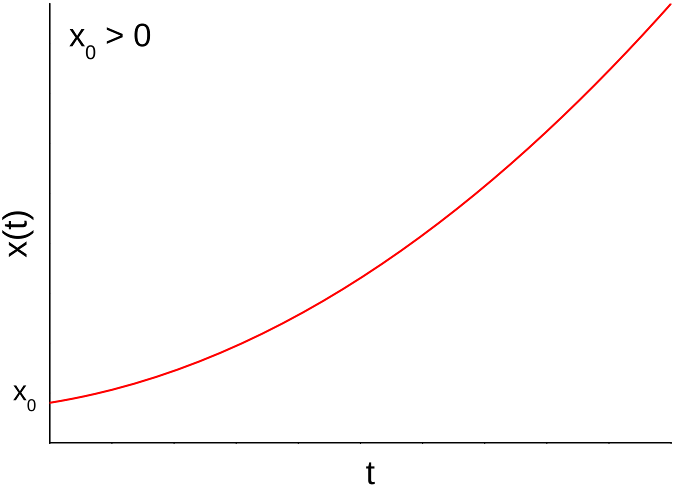
$$x(t) - x_0 = \frac{1}{2}\left[v_{x_0} + v_x(t)\right] t$$

Usando que $v_x(t) = v_{x_0} + a_x t$

$$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}(v_{x_0} + v_{x_0} + a_x t)t = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

# Posição (iii)

$$x(t) = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$



# Generalização

Conhecendo-se $a_x(t)$ pode-se determinar

$$v_x(t) = v_x(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_x(t')\, dt'$$

e

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_x(t')\, dt'$$

# Sumário

# Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado

- Aceleração: $a(t) = \text{constante}$
- Velocidade:

$$v(t) = v_0 + at$$

- Posição:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

- Caso particular: $a(t) = 0$
- Velocidade: $v(t) = \text{constante}$
- Posição:

$$x(t) = x_0 + vt$$

# Sumário

# Corpos em queda livre

Podemos modelar a queda livre de corpos próximo da superfície da Terra como ocorrendo com aceleração constante. Para isso temos que:

- Considerar que a forma do corpo seja tal que a resistência do ar durante a queda possa ser desprezada.
- Desprezar o movimento de rotação da Terra.
- Considerar que para pontos próximos da superfície da Terra a aceleração da gravidade possa ser considerada como constante.

# Corpos em queda livre

Tomando como orientação positiva do eixo como sendo vertical para cima temos:

$$a_y = -g = -9,80\, m/s^2$$

$$v_y(t) = v_{y_0} - gt$$

$$y(t) = y_0 + v_{y_0} t - \frac{1}{2} g t^2$$

# Sumário

# Exemplo i

No momento em que um semáforo acende a luz verde um automóvel arranca com uma aceleração constante de 1,8 $m/s^2$. No mesmo instante um caminhão deslocando-se com velocidade constante de 9 $m/s$ ultrapassa o carro.

(a) A que distância do seu ponto de partida o carro ultrapassará o caminhão?

(b) Qual é a velocidade do carro nesse instante?

# Exemplo ii

Um trem parte do repouso e desloca-se com aceleração constante. Em um instante sua velocidade é 9 m/s e 48 metros depois é 15 m/s. Calcule:

(a) O tempo gasto para percorrer os 48 m mencionados.

(b) A aceleração do trem.

(c) O tempo requerido para atingir a velocidade de 9 m/s.

(d) A distância percorrida desde o repouso até atingir a velocidade de 9 m/s.

# Exemplo iii

A distância mínima que um carro percorre quando a 95 km/h e freado controladamente, sem derrapar, é de 52 m.

(a) Determinar a aceleração, admitindo-a constante.

(b) Quanto tempo leva o carro para parar?

# Exemplo iv

Dois trens, um desenvolvendo 90 km/h e outro 120 km/h, estão se deslocando em uma estrada reta e horizontal, um em direção ao outro. Quando estão a 3,0 km de distância, os dois maquinistas, simultaneamente, vêem um ao outro e aplicam os freios. Se os freios desaceleram cada trem à razão de 0,90 m/s$^2$, determine se haverá colisão.

# Exemplo v

Uma pedra é solta de um elevador que se desloca para cima com uma velocidade de 5 m/s e alcança o fundo do poço em 3 s.

(a) A que altura estava o elevador quando a pedra foi solta?
(b) Com que velocidade a pedra se choca com o fundo do poço?
(c) Qual é a máxima altura atingida pela pedra?

# Exemplo vi

Uma pedra é atirada verticalmente para cima de uma ponte localizada a 40,5 m acima da superfície da água. Sabendo que a pedra atinge a superfície da água 4 s após ser lançada, determine:

(a) A velocidade de lançamento.

(b) A velocidade com que a pedra atinge a água.