Mecânica Quântica II - 4300404

$3^{\underline{a}}$ lista

1) Considerando que num problema de duas partículas devemos sempre considerar a massa reduzida do sistema, determine:
a) A porcentagem de erro na energia de ligação do átomo de hidrogênio, pela troca da massa do elétron por μ.
b) A energia de ligação do positrônio: um sistema com o pósitron (a anti-partícula do elétron) no lugar do próton.
c) O comprimento de onda da linha de Lyman ($n = 2 \rightarrow n = 1$) quando o elétron é trocado pelo múon (cuja massa é aproximadamente 200 vezes à do elétron). Compare com o comprimento de onda obtido para o átomo de hidrogênio.

2) Considere a função de onda de um sistema de duas partículas idênticas dada por:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = A[\Psi_a(\vec{r}_1)\Psi_b(\vec{r}_2) \pm \Psi_a(\vec{r}_2)\Psi_b(\vec{r}_1)].$$

a) Se Ψ_a e Ψ_b são ortogonais e normalizadas, determine A para que Ψ tambem seja normalizada.
b) Se $\Psi_a = \Psi_b$, quem é A para o caso dos bósons?

3) Considere um sistema de duas partículas idênticas, não interagentes de massa m, cada uma delas sujeita a um potencial harmônico unidimensional $V = m\omega^2 x^2/2$.
a) Em termos dos estados de uma partícula já estudados anteriormente, escreva a função de onda correspondente ao estado das duas partículas, uma no estado n e outra no estado m, para os casos em que ambas: i) são bósons idênticos, ii) são férmions idênticos.
b) Quais os estados fundamentais dessas duas partículas nos casos acima?
c) Considere agora o caso em que os dois férmions, de spin 1/2, possuem também função de onda de spin. Qual é o estado fundamental e o primeiro estado excitado?

4) Considere três partículas, uma em cada um dos estados $\psi_a(x)$, $\psi_b(x)$ e $\psi_c(x)$. Assumindo que $\psi_a(x)$, $\psi_b(x)$ e $\psi_c(x)$ são ortogonais e normalizados, construa os estados de três partículas representando: a) partículas distinguíveis, b) bósons idênticos, c) férmions idênticos. Dica: existe um truque para se construir estados completamente antissimétricos, baseado no determinante de Slater, cuja primeira coluna é $\psi_a(x_1)$, $\psi_b(x_1)$, $\psi_c(x_1)$ etc., a segunda linha é $\psi_a(x_2)$, $\psi_b(x_2)$, $\psi_c(x_2)$ etc., e assim por diante.

5) Quantos estados diferentes de três partículas podem ser construidos nos casos estudados acima? Lembre-se que as partículas não precisam necessariamente estar em estados diferentes, $\psi_a(x_1)\psi_a(x_2)\psi_a(x_3)$ é um estado possível para partículas distinguíveis.

6) Considere duas partículas não interagentes de massa m num poço de potencial infinito se estendendo de $x = 0$ até $x = a$. Se uma está no estado ψ_n e a outra no estado ψ_m, calcule $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle$ para os casos em que:
a) as duas partículas são distinguíveis;
b) as duas partículas são bósons idênticos;
c) as duas partículas são férmions idênticos.

7) Considere dois elétrons no mesmo estado de spin, interagindo com um potencial

$$V(x_1 - x_2) = \begin{cases} 0, & |x_1 - x_2| < a \\ \infty, & |x_1 - x_2| > a \end{cases} .$$

Qual é o menor nível de energia do estado de dois elétrons neste potencial? Dica: reduza o problema ao de uma partícula de massa reduzida μ.