

Mecânica Quântica I - 4300403

1^a lista

1) No instante $t = 0$ uma partícula é representada pela função de onda

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} Ax/a, & \text{se } 0 \leq x \leq a \\ A(b-x)/(b-a), & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases},$$

onde A , a e b são constantes.

- Usando a condição de normalização, expresse a constante A em termos de a e b .
- Faça um esboço de ψ para $t = 0$.
- Qual é o valor de x onde é mais provável encontrar a partícula em $t = 0$?
- Qual é a probabilidade de se encontrar a partícula a esquerda de a ? Confira seu resultado nos casos limites $b = a$ e $b = 2a$.
- Qual é o valor esperado de x ?

2) Considere a função de onda

$$\psi(x) = Ae^{-\lambda(x-a)^2/2},$$

onde A , λ e a são constantes.

- Usando a condição de normalização, expresse a constante A em termos de a e λ .
- Faça um esboço de $|\psi|^2$.
- Determine $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ e σ .

3) Considere a função de onda

$$\psi(x, t) = Ae^{-\lambda|x|}e^{-i\omega t},$$

onde A , λ e ω são constantes reais e positivas.

- Normalize ψ .
- Calcule os valores médios $\langle x \rangle$ e $\langle x^2 \rangle$.
- Determine o desvio padrão σ de x . Faça um gráfico de $|\psi|^2$ e marque os pontos $\langle x \rangle + \sigma$ e $\langle x \rangle - \sigma$ ilustrando o significado de σ como o espalhamento em x . Qual é a probabilidade de se encontrar a partícula fora do intervalo $[\langle x \rangle - \sigma, \langle x \rangle + \sigma]$?

4) Uma partícula de massa m encontra-se no estado

$$\psi(x, t) = Ae^{-a[(mx^2/\hbar)+it]},$$

onde A e a são constantes reais e positivas.

- Determine A para que $\psi(x, t)$ seja normalizada.
 - Para que energia potencial ψ satisfaz a equação de Schrödinger?
 - Calcule os valores médios $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$.
 - Determine σ_x e σ_p e compare com o que é previsto de acordo com o princípio de incerteza.
- 5) Sabendo que:

$$\frac{d\langle p \rangle}{dt} = -i\hbar \int \frac{\partial}{\partial t} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx,$$

e usando a equação de Schrödinger dependente do tempo:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{i}{\hbar} V \psi,$$

mostre que:

$$\frac{d\langle p \rangle}{dt} = \left\langle -\frac{\partial V}{\partial x} \right\rangle,$$

que é um caso especial do Teorema de Ehrenfest que diz: valores esperados de operadores quânticos obedecem às leis clássicas.

6) Uma partícula é representada em $t = 0$ pela função de onda:

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} A(a^2 - x^2), & \text{se } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases},$$

onde A, a são constantes.

a) Determine a constante de normalização A .

b) Calcule os valores médios $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$ em $t = 0$.

c) Determine σ_x e σ_p e compare com o que é previsto de acordo com o princípio de incerteza.