

Física Matemática I - 4300204 - T3

10^a lista

1) Mostre que a) $P_{2k+1}(0) = 0$, b) $P_{2k}(0) = \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k} (k!)^2}$, c) $P_l(1) = 1$, d) $P_l(-1) = (-1)^l$.

2) Mostre que

$$a) \int_0^1 P_l(x) dx = \frac{P_{l-1}(0) - P_{l+1}(0)}{2l+1}, \quad (l \geq 1)$$

$$b) \int_0^1 P_l(x) dx = \frac{P_{l-1}(0)}{l+1}, \quad (l \geq 1)$$

$$c) \int_0^1 P_{2l}(x) dx = 0, \quad (l \geq 1)$$

$$d) \int_0^1 P_{2l+1}(x) dx = \frac{(-1)^l (2l)!}{2^{2l+1} l! (l+1)!}, \quad (l \geq 1)$$

3) Faça o gráfico de $P_0(x)$, $P_1(x)$ e $P_2(x)$ e mostre explicitamente que $P_0(x)$, $P_1(x)$ e $P_2(x)$ são ortogonais no intervalo $(-1, 1)$.

4) A partir da ortogonalidade dos Polinômios de Legendre mostre que

$$a) \int_{-1}^1 P_l(x) dx = 0, \quad (l \geq 1)$$

$$b) \int_{-1}^1 (ax + b) P_l(x) dx = 0, \quad (l \geq 2)$$

5) Usando a fórmula de Rodrigues mostre que

$$a) \int_{-1}^1 x^m P_l(x) dx = 0, \quad m < l$$

$$b) \int_{-1}^1 x^l P_l(x) dx = \frac{2^{l+1} (l!)^2}{(2l+1)!}$$

6) Dois hemisférios condutores de raio a são ajustados um contra o outro, formando uma esfera, mas são isolados ao longo do círculo de contato. O hemisfério superior é mantido em um potencial constante $+V_0$ e o hemisfério inferior em um potencial constante $-V_0$. Ache o potencial V nos pontos externos aos dois hemisférios.

7) O hemisfério definido por $r = a$, $0 \leq \theta < \pi/2$, tem um potencial eletrostático $+V_0$, e o hemisfério $r = a$, $\pi/2 < \theta \leq \pi$, tem um potencial eletrostático $-V_0$. Calcule o potencial V para pontos internos à esfera.

8 Calcule o potencial na região externa de uma esfera condutora de raio r_0 , colocada numa região onde existia um campo elétrico uniforme e constante, E_0 , orientado na direção z , sendo que o potencial na esfera é dado por V_0 .