Experiência

9

PTC-2440

LABORATÓRIO DE ANTENAS E MICROONDAS

Medidas em Varredura de Freqüência

LABORATÓRIO DE ANTENAS E MICROONDAS

Medidas em Varredora de Freqüência

© Luiz Cezar Trintinalia
Depto. de Telecomunicações e Controle
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
2006

Índice

Objetivos 2

Teoria 2

Impedância de entrada de uma linha sem perdas carregada 2

Ressoador coaxial 3

Considerações sobre perdas ôhmicas 5

Acoplamento de carga 5

Acoplamento com o gerador 7

Seletividade 7

Rendimento e perda de inserção 7

Medida do Q0 de um ressoador coaxial pelo método da reflexão 9

Medida da curva de transferência do filtro 12

Parte Experimental 13

Ressoador Coaxial 13

Apêndice A - Fator de qualidade devido à perda na linha 14

Cálculo de R 14

Apêndice B – Fator de qualidade devido à perda no curto-circuito 16

Resistência do curto-circuito 16

Fator de qualidade QCU devido à perda no curto circuito 16

Medidas em Varredura de Freqüência

Nesta experiência estudaremos técnicas de medida de varredura em freqüência para a determinação de perda de inserção e de perda de retorno.

Objetivos

- Determinação da perda de retorno através de medidas em varredura de freqüência utilizando-se pontes ou acopladores direcionais;
- Determinação da perda de inserção através de medidas em varredura de freqüência;
- Projeto e execução do casamento de antenas com tocos simples;
- Determinação experimental do índice de mérito de cavidades ressonantes.

Teoria

Impedância de entrada de uma linha sem perdas carregada

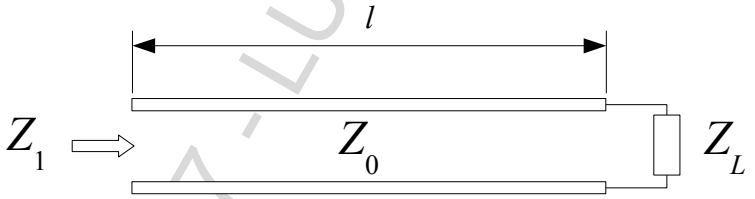


Figura 1 – Linha sem perdas carregada

Uma linha sem perdas, de comprimento l, terminada por uma carga genérica, Z_L, apresenta em sua entrada uma impedância Z_1 dada por

$$Z_1 = Z_0 \frac{Z_L + j\ Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j\ Z_L \tan \beta l} \qquad (1)$$

onde $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Para $Z_L = 0$ (linha em curto circuito) tem-se, como mostrado na Figura 2,

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

$$Z_1 = j\ Z_0 \tan \beta l\ .$$

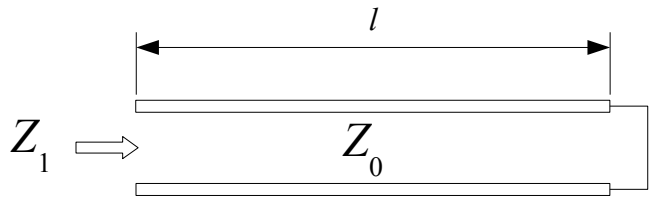


Figura 2 – Linha sem perdas terminada em curto.

O gráfico da Figura 3 mostra a variação desta impedância.

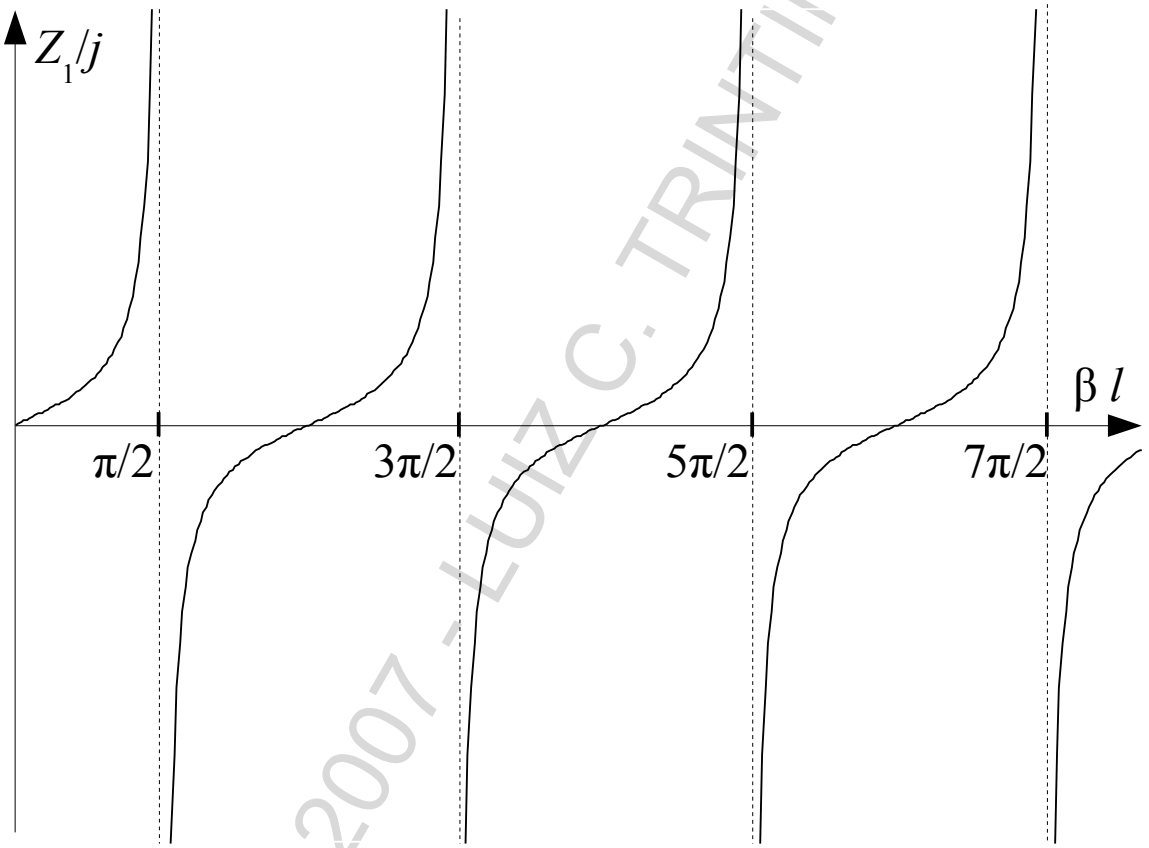


Figura 3 – Variação da impedância de entrada de uma linha em curto em função de seu comprimento.

Para $\beta l = \frac{\pi}{2}$, ou seja, $l = \frac{\lambda}{4}$, o dispositivo equivale a um ressoador paralelo. Note-se que para $l < \frac{\lambda}{4}$ a reatância será indutiva e para $l > \frac{\lambda}{4}$ será capacitiva.

Ressoador coaxial

Uma linha coaxial, tendo ar como dielétrico, tem uma impedância característica dada por

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \simeq 138 \log\left(\frac{D}{d}\right), \qquad (2)$$

onde D e d são, respectivamente, o diâmetro do condutor externo e interno da linha. O ressoador seria uma linha dessa natureza, com comprimento $l = \frac{\lambda}{4}$, terminada em curto circuito. Teoricamente esse ressoador coaxial poderia ser como o mostrado na Figura 4.

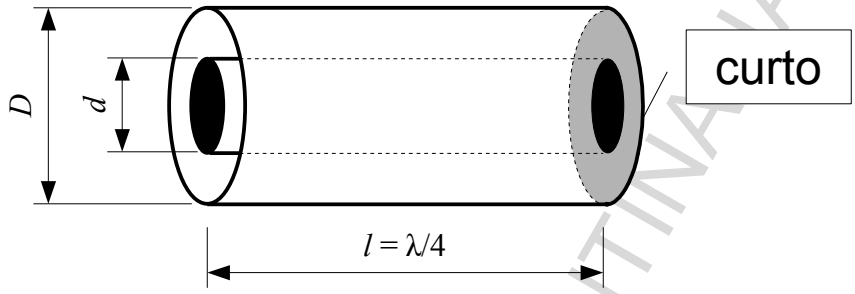


Figura 4 – Ressoador coaxial.

Entretanto a extremidade aberta provocaria irradiação de energia. Para se evitar esse efeito, fecha-se a extremidade aberta, guardando-se uma certa distância do condutor central. Isto acarreta o aparecimento de uma capacitância na entrada do dispositivo, com a qual a linha deve ressoar, como mostra a Figura 5.

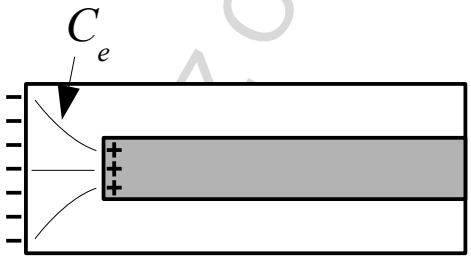
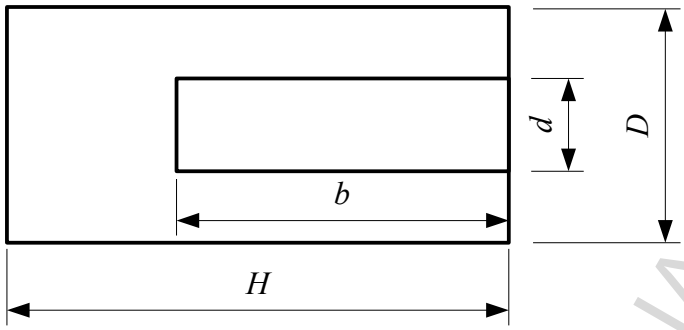


Figura 5 – Capacitância extra na entrada do ressoador coaxial.

Isto faz com que a linha em si deva ser indutiva na freqüência em que o dispositivo ressoa. Portanto o comprimento do condutor central deve ser menor que um quarto do comprimento de onda, como mostrado na Figura 6.

COPYRIGHT 2007 - ... C. TRINTINALIA - EPUSP



$b = 0{,}94\ \lambda/4 = 0{,}235\ \lambda$ $\qquad$ $H = 1{,}3\ b$

Figura 6 – Arranjo padronizado do ressoador coaxial.

Considerações sobre perdas ôhmicas

A resistividade dos condutores faz com que se tenha um fator de qualidade finito nesse ressoador. No apêndice A demonstra-se que, para o cobre, quando se considera as perdas somente nos condutores da linha, tem-se a expressão:

$$Q_{0\mathrm{L}} = 35\ D\ \sqrt{f_0}\ \frac{\log \frac{D}{d}}{1+\frac{D}{d}}\ .$$

Essa função passa por um máximo para $\frac{D}{d} = 3{,}6$. Nesse caso, o valor máximo de Q_{0L} (perda mínima) fica

$$Q_{0\mathrm{L}} = 35\ D\ \sqrt{f_0}\ \frac{\log 3{,}6}{1+3{,}6} = 4{,}2\ D\ \sqrt{f_0}\ . \qquad (3)$$

A resistividade do curto circuito também resulta em um fator de qualidade parcial Q_{0C}. No apêndice B demonstra-se que esse fator de qualidade é dado pela expressão

$$Q_{0\mathrm{C}} = \frac{1{,}13\times 10^9}{\sqrt{f_0}}\ . \qquad (4)$$

Reunindo-se estes dois tipos de perdas resulta o fator de qualidade total do ressoador que chamaremos simplesmente de Q_0, e, pela teoria de circuitos, temos

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{0\mathrm{L}}} + \frac{1}{Q_{0\mathrm{C}}} \ \Rightarrow\ Q_0 = \frac{Q_{0\mathrm{L}}\times Q_{0\mathrm{C}}}{Q_{0\mathrm{L}}+Q_{0\mathrm{C}}}\ . \qquad (5)$$

Acoplamento de carga

A Figura 7 mostra o diagrama de montagem da cavidade coaxial acoplada, através de uma espira a uma carga R_L.

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

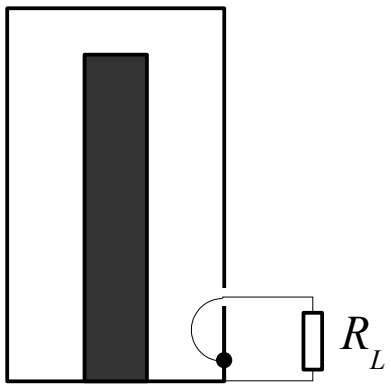


Figura 7 - Diagrama de montagem da cavidade coaxial acoplada a uma carga.

Este dispositivo pode ser comparado ao ressoador LC concentrado e sua transformação, mostrados na Figura 8.

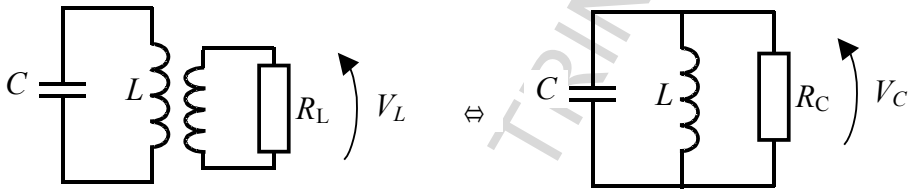


Figura 8 – Modelos do ressoador e carga acoplada.

Por conservação de potência temos que

$$\frac{V_L^2}{R_L}=\frac{V_C^2}{R_C}\Rightarrow\frac{R_C}{R_L}=\left(\frac{V_C}{V_L}\right)^2 .$$

Vamos definir o fator de acoplamento da carga como sendo

$$K_L=\frac{V_L}{V_C} ,$$

obtendo-se

$$R_C=\frac{R_L}{K_L^2} .$$

Pela teoria de circuito sintonizado, tem-se que

$$Q_L=\frac{R_C}{X_L}=\frac{R_C}{\omega_0 L}=\frac{R_C}{\frac{1}{\sqrt{LC}}L}=\frac{R_C}{\sqrt{\frac{L}{C}}}=\frac{R_L}{K_L^2\sqrt{\frac{L}{C}}} .$$

Para o nosso ressoador, em linha, a fórmula se modifica, pois a capacitância e a indutância são distribuídas . É demonstrável que

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

$$Q_L = \frac{\pi}{4} \frac{R_L}{K_L^2 \sqrt{\frac{L}{C}}} ,$$

onde L e C representam a indutância e a capacitância por metro da linha e, portanto,

$$Q_L = \frac{\pi}{4} \frac{R_L}{K_L^2 Z_0} . \tag{6}$$

Acoplamento com o gerador

Por analogia com o caso da carga de saída, sendo R_S a resistência do gerador e K_S o fator de acoplamento do gerador, tem-se

$$Q_S = \frac{\pi}{4} \frac{R_S}{K_S^2 Z_0} . \tag{7}$$

Seletividade

$$\frac{\Delta f_{3\ dB}}{f_0} = \frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_S} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_C} \tag{8a}$$

onde

$$\frac{1}{Q_C} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_S} \tag{8b}$$

sendo Q_C o fator de mérito devido à influência das cargas externas de excitação e de saída.

Rendimento e perda de inserção

Com a carga e o gerador conectados à cavidade, o circuito equivalente está mostrado na Figura 9a.

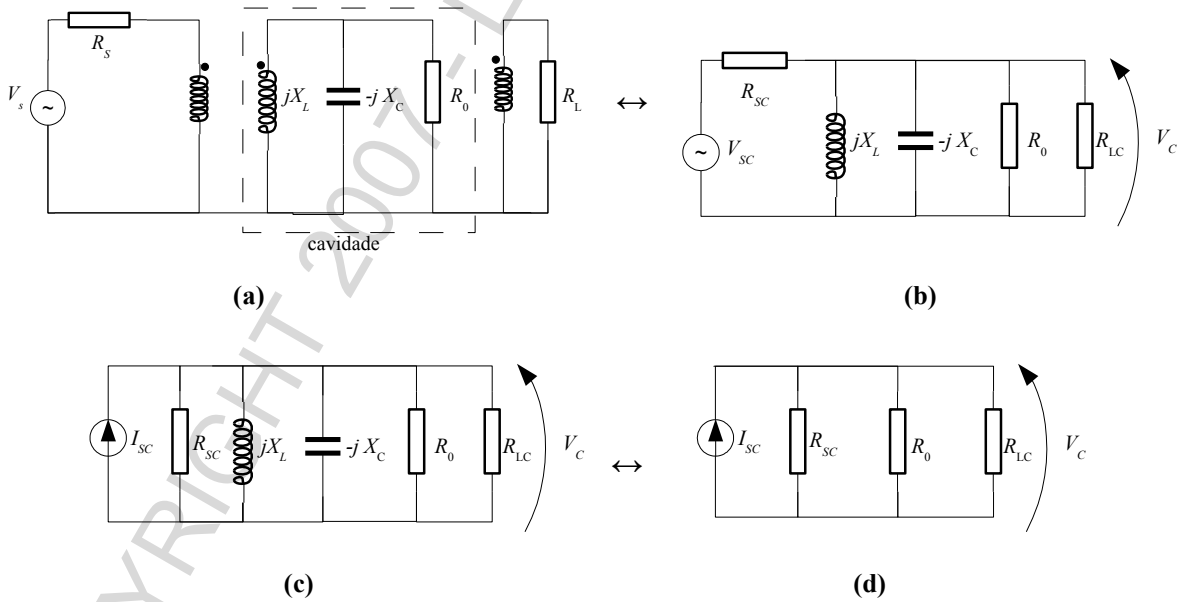


Figura 9 – Circuito equivalente da cavidade com gerador e carga.

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

Transformando-se as impedâncias e tensões para o primário dos transformadores (cavidade) obtemos o circuito esquematizado na Figura 9b, para o qual já definimos Q_L, Q_S, e Q_0 como

$$Q_L = \frac{R_{LC}}{X_L};\ \ Q_S = \frac{R_{SC}}{X_L}; Q_0 = \frac{R_0}{X_L}. \tag{9}$$

e Q_C e Q pelas expressões (8a) e (8b). Nessas equações R_0 representa as perdas da cavidade. Transformando-se o gerador de tensão num gerador de corrente equivalente, obtemos o circuito da Figura 9c e lembrando que na ressonância $X_L = X_C$, obtemos o circuito da Figura 9d.

Definindo-se rendimento como a relação entre a potência dissipada nas cargas externas (R_S e R_L) e a potência total fornecida, podemos calculá-lo por:

$$\eta = \frac{P_S + P_L}{P_S + P_L + P_0} = \frac{V_C^2/R_{SC} + V_C^2/R_{LC}}{V_C^2/R_{SC} + V_C^2/R_{LC} + V_C^2/R_0} = \frac{1/Q_S + 1/Q_L}{1/Q_S + 1/Q_L + 1/Q_0} = \frac{1/Q_C}{1/Q_C + 1/Q_0} = \\ = \frac{1/Q - 1/Q_0}{1/Q} = 1 - \frac{Q}{Q_0} \tag{10}$$

Perda de inserção é a atenuação que aparece na faixa de passagem devida às perdas dissipativas no filtro, ou seja, é a relação entre a potência na carga nas condições do circuito esquematizado na Figura 9 dividido pela potência que teríamos na carga se R_0 fosse infinito:

$$IL = \frac{P_L}{P_L\,|_{\ R_0 \to \infty}} = \frac{V_C^2/R_{LC}}{V_C^2\,|_{\ R_0 \to \infty}/R_{LC}} = \frac{\left(R_{SC} \| R_{LC} \| R_0\right)^2}{\left(R_{SC} \| R_{LC}\right)^2} = \frac{Q^2}{Q_C^2} = \left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right)^2 = \eta^2 \tag{11}$$

Assim,

$$IL_{dB} = -10\ \log IL = -20 \log \eta\ . \tag{10}$$

Em um bom projeto se faz $Q_0 >> Q$ e, dessa forma, obtém-se

$$\eta \simeq 1 \quad \text{e} \quad IL \simeq 0\ \text{dB}\ .$$

A Figura 9 mostra as posições da espira para fator de acoplamento grande e pequeno.

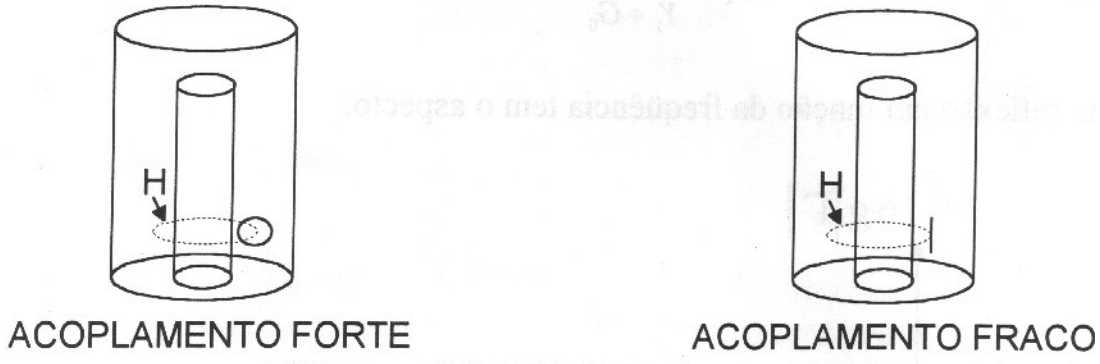


Figura 9 - Posições da espira para fator de acoplamento forte e fraco.

COPYR - LUIZ C TRINTINALIA - EPUSP

Medida do Q_0 de um ressoador coaxial pelo método da reflexão

Utiliza-se o arranjo mostrado na Figura 10.

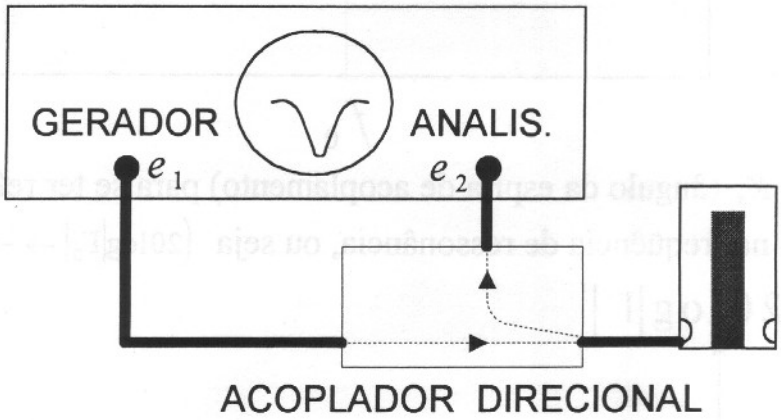


Figura 10 – Arranjo para a medida do índice de mérito de uma cavidade.

Na Figura 11 temos o circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador.

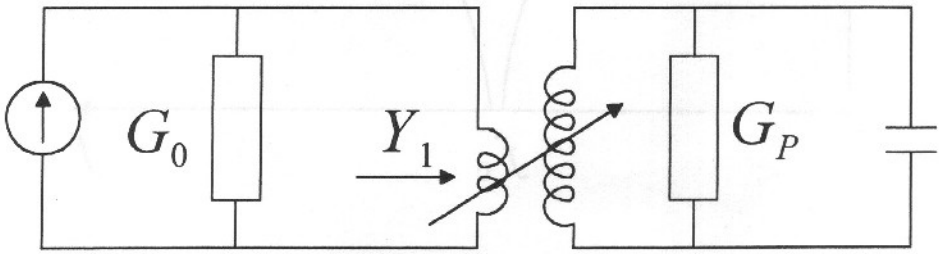


Figura 11 – Circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador.

Mede-se a reflexão na entrada do dispositivo.

$$\Gamma = -\frac{Y_1 - G_0}{Y_1 + G_0}$$

Esta reflexão em função da freqüência tem o aspecto mostrado na Figura 12.

COPYRIGHT 2007 - LCR - PUSP

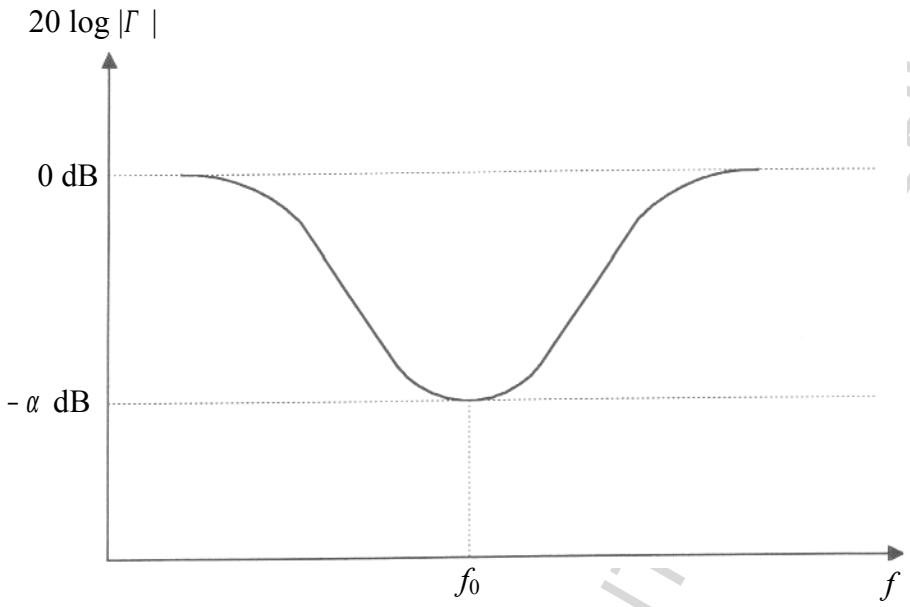


Figura 12 – Perda de retorno da cavidade ressonante.

Ajusta-se K_s (ângulo da espira de acoplamento) para se ter reflexão $\Gamma = \Gamma_0 = 0$ na freqüência de ressonância, ou seja ($20 \log |\Gamma| = -\infty$), como mostrado na Figura 13.

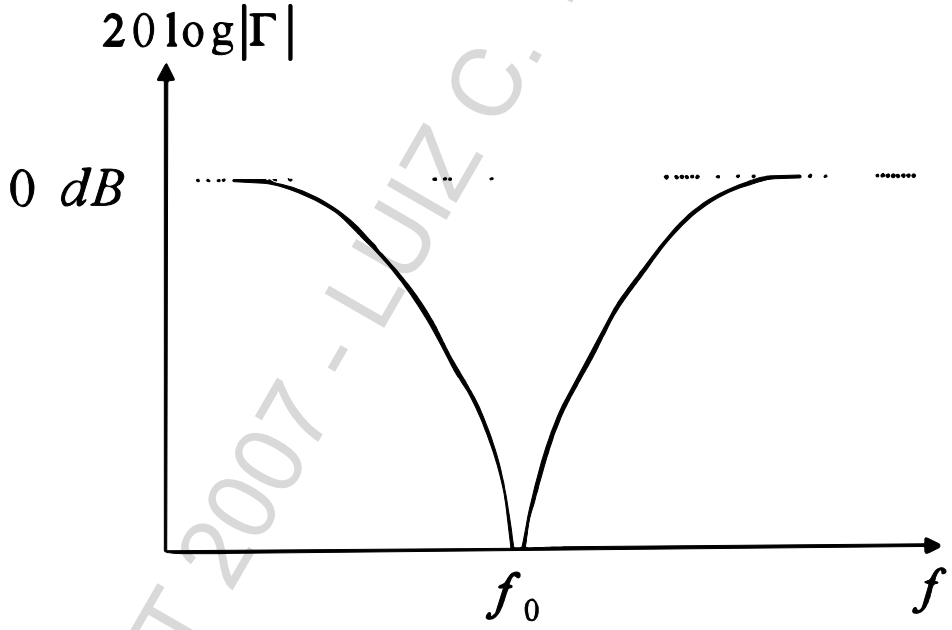


Figura 13 – Perda de retorno do ressoador coaxial para casamento perfeito.

Nessa situação tem-se a equivalência mostrada na Figura 14.

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRIN

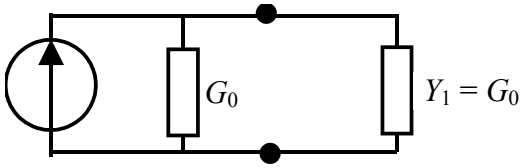


Figura 14 – Circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador para casamento perfeito.

Nos pontos de −3 dB da curva de impedância do ressoador teremos o modelo da Figura 15:

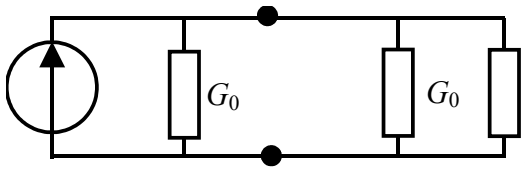


Figura 15 – Circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador nos pontos de –3 dB.

Neste caso a reflexão fica:

$$\Gamma_{3\,\mathrm{dB}} = -\frac{\left(G_0 \pm j\ G_0\right) - G_0}{\left(G_0 \pm j\ G_0\right) - G_0} = \frac{\mp j}{2 \pm j}$$

$$|\Gamma_{3\,\mathrm{dB}}| = \frac{1}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ \Rightarrow\ 20\ \log|\Gamma_{3\,\mathrm{dB}}| = -7\ \mathrm{dB}$$

Portanto a largura de faixa entre os pontos de –3 dB da curva de impedância do ressoador é equivalente à distância entre os pontos de –7 dB da curva de reflexão na entrada do ressoador, como mostra a Figura 16.

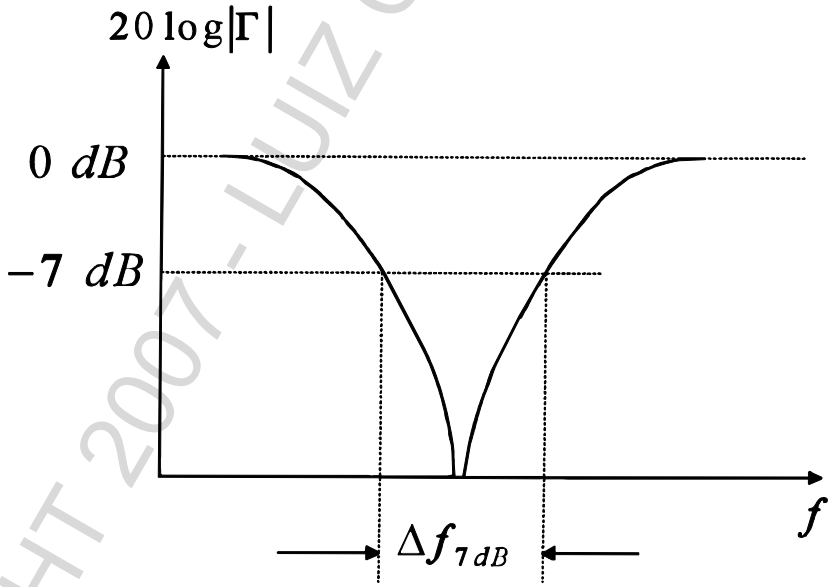


Figura 16 – Perda de retorno do ressoador coaxial para casamento perfeito, mostrando a largura de faixa de 7 dB.

Neste caso resulta:

$$Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f_{7\,\mathrm{dB}}} \quad (11)$$

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

Medida da curva de transferência do filtro

Usa-se o arranjo esquematizado na Figura 17.

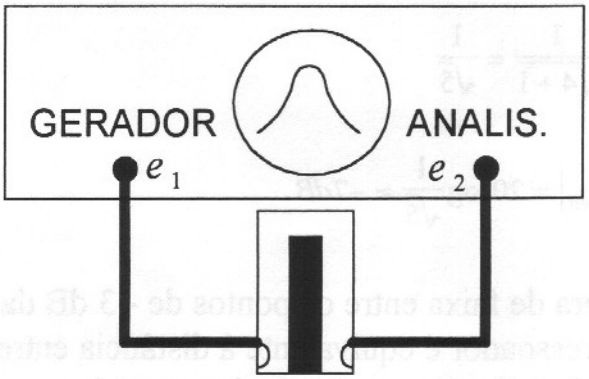


Figura 17 – Arranjo para a medida da perda de inserção do filtro.

A curva de resposta obtida tem o aspecto mostrado na Figura 18.

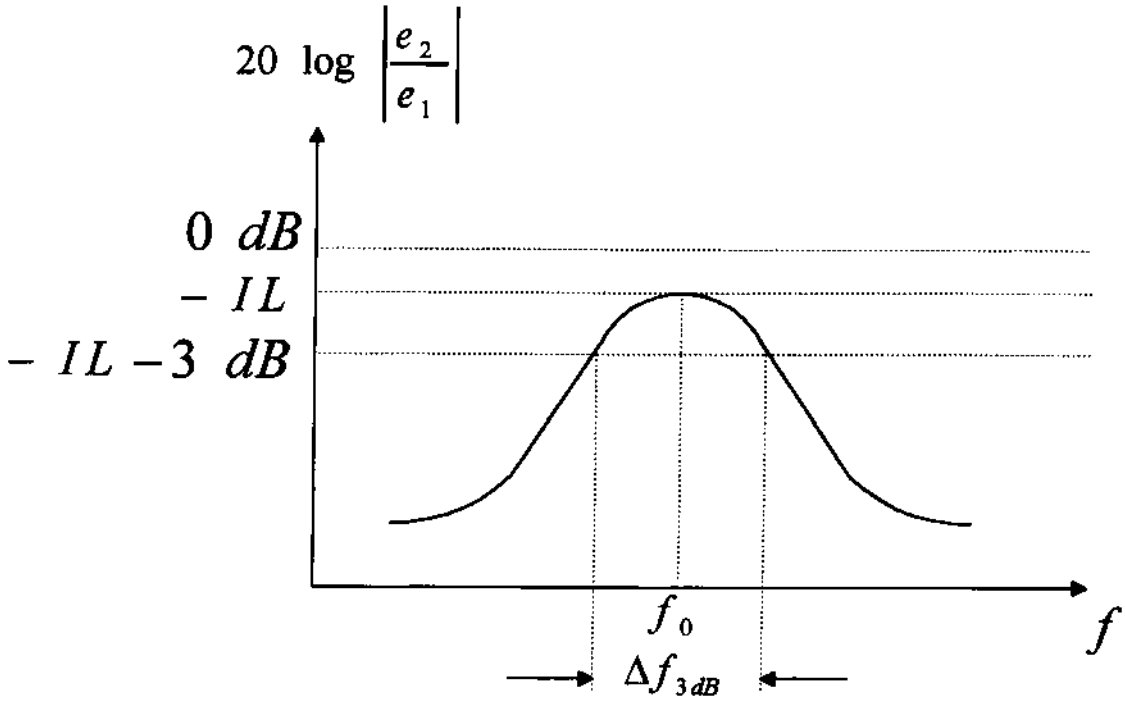


Figura 18 – Curva de resposta da função de transferência do filtro.

O Q é dado pela expressão

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_{3\ \mathrm{dB}}} \tag{12}$$

Por outro lado sabemos que

COPYRIGHT

$$\frac{1}{Q}=\frac{1}{Q_0}+\frac{1}{Q_L}+\frac{1}{Q_S}=\frac{1}{Q_0}+\frac{1}{Q_C} \qquad (13)$$

Onde Q_0 representa as perdas do ressoador , Q_C representa o efeito das cargas externas e Q é a reunião desses dois efeitos.

Se as impedâncias de carga e gerador forem iguais e os ângulos de acoplamento também forem iguais, teremos $Q_S = Q_L$, e, portanto

$$Q_S=Q_L=2\ Q_C\ . \qquad (14)$$

Da equação (13) pode-se então calcular

$$Q_S=Q_L=2\frac{Q_0\,Q}{Q_0-Q}\ . \qquad (15)$$

Parte Experimental

Ressoador Coaxial

1 - Medir as diversas dimensões do ressoador coaxial e confirmar sua freqüência de ressonância.

2 - Supondo que ele foi construído para perda mínima, calcular Q_0 .

3 - Medir o Q_0 pelo processo da reflexão na entrada do ressoador. Comparar com o valor teórico. Justificar discrepâncias.

4 - Medir as respostas em freqüência e as perdas de inserção para os diversos ângulos das espiras de acoplamento. Os ângulos da espira de acoplamento do gerador e da espira de acoplamento da carga devem ser iguais em cada caso.

Para a medida da perda de inserção ligue o sinal do gerador diretamente à entrada do analisador. Use os mesmos cabos utilizados nas medidas das curvas de resposta. O nível medido corresponderá à linha de zero dB.

5 - Com base na seletividade dessas respostas em freqüências, e na medida de Q_0, calcular, em cada situação de acoplamento, os valores de Q, do rendimento e da perda de inserção IL. Comparar o IL calculado com o IL medido no item anterior.

6- Determinar os valores de Q_S e Q_L para cada situação de acoplamento.

7 - A partir desses resultados calcular, para cada caso, os valores dos fatores de acoplamento K_S e K_L .

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

Apêndice A - Fator de qualidade devido à perda na linha

De acordo com a teoria de ressoador em linha de transmissão, seu fator de qualidade devido às perdas é dado por

$$Q_0 = \frac{\beta}{2\,\alpha} = \frac{\frac{2\,\pi}{\lambda}}{2\,\alpha} = \frac{\pi\,f_0}{c\,\alpha} \qquad \text{(A-1)}$$

Se as perdas forem causadas apenas pela resistividade dos condutores, tem-se

$$\alpha = \frac{R}{2\,Z_0} \qquad \text{(A-2)}$$

onde R é a resistência dos condutores da linha por unidade de comprimento.

Cálculo de *R*

Resistência do condutor externo

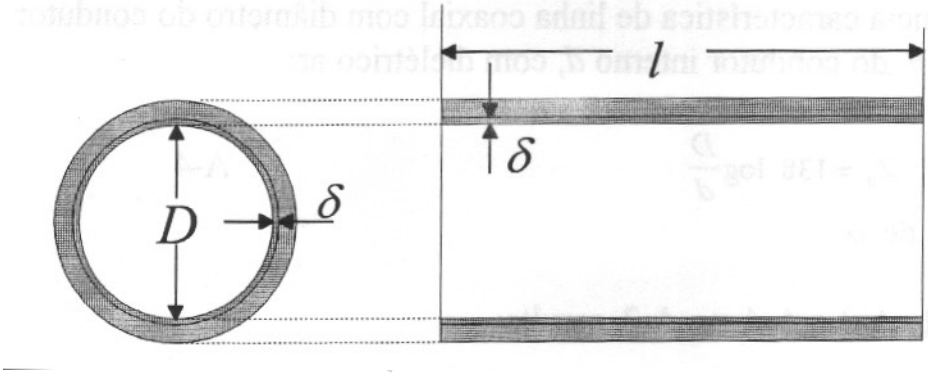


Figura A-1 – Condutor externo da cavidade coaxial.

Seção do condutor percorrida pela corrente elétrica:

$$S = \pi\,D\,\delta$$

Resistência total do condutor externo:

$$R_{TE} = \rho\frac{1}{S} = \frac{\rho\,l}{\pi\,D\,\delta}$$

Resistência do condutor externo por unidade de comprimento:

$$R_E = \frac{R_{TE}}{l} = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi\,D}$$

COPYRIGHT 2007 - PRINTINALIA - EPUSP

Resistência do condutor interno

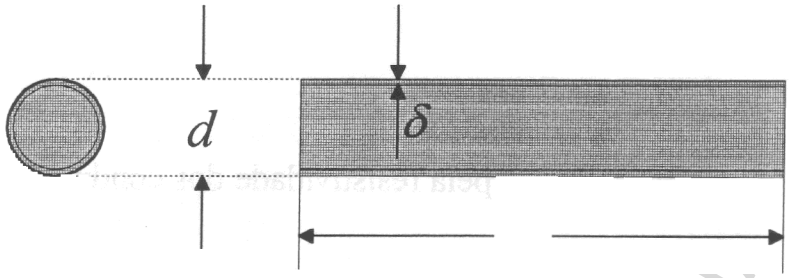


Figura A-2 – Condutor interno da cavidade coaxial.

Seguindo o mesmo roteiro anterior, conclui-se que a resistência do condutor interno, por unidade de comprimento é:

$$R_I = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi\, d}$$

Resistência total

$$R = R_E + R_I = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right) = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi\, D} \left(1 + \frac{D}{d} \right) \qquad \text{(A-3)}$$

Cálculo de Q_0

Substituindo-se (A-3) e (2) em (A-2) e, em seguida, utilizando-se (A-1), obtém-se

$$Q_0 = \frac{276\, \pi^2\, f_0\, D \log \frac{D}{d}}{c\, \frac{\rho}{\delta} \left(1 + \frac{D}{d} \right)} \qquad \text{(A-4)}$$

Considerando-se $c = 3 \times 10^8$ m/s e $\rho = 1{,}724 \times 10^{-8}\ \Omega$ m, e calculando-se

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\, f_0\, \mu_0\, \rho^{-1}}} = \frac{6{,}61 \times 10^{-2}}{\sqrt{f_0}} \text{ m (para } f_0 \text{ em Hz)},$$

temos

$$Q_0 = 35\, D\, \sqrt{f_0}\, \frac{\log \frac{D}{d}}{\left(1 + \frac{D}{d} \right)}$$

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP

Apêndice B – Fator de qualidade devido à perda no curto-circuito

Resistência do curto-circuito

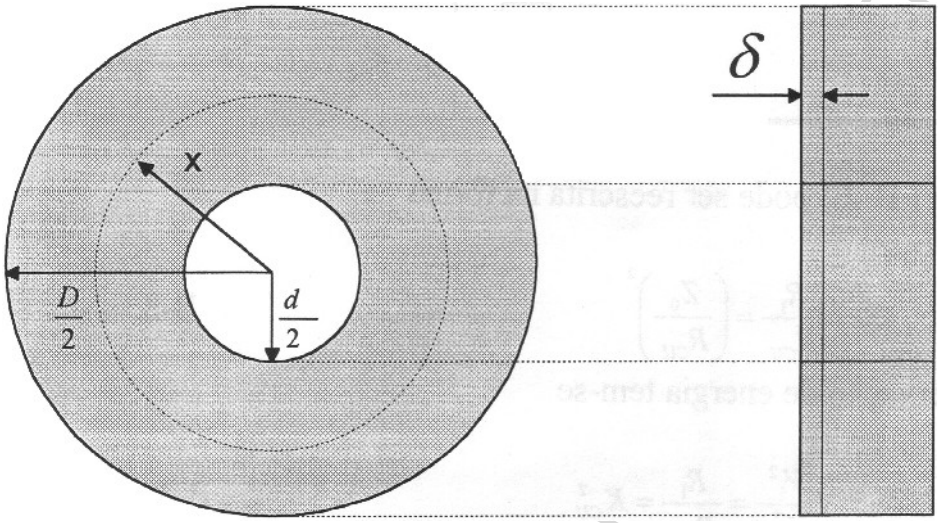


Figura B-1 – Terminação em curto-circuito da cavidade coaxial.

Área de condução da corrente a uma distância *x* do centro dos círculos:

$$S = 2\,\pi\,x\,\delta$$

Resistência de um segmento *dx* radial:

$$dR_{CU} = \frac{\rho\,dx}{S} = \frac{\rho}{2\,\pi\,\delta}\,\frac{dx}{x}$$

Resistência total:

$$R_{CU} = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \frac{\rho}{2\,\pi\,\delta}\,\frac{dx}{x} = \frac{\rho}{2\,\pi\,\delta}\,\ln\frac{D}{d} = \frac{2{,}3\,\rho}{2\,\pi\,\delta}\,\log\frac{D}{d}\ .$$

Substituindo-se os valores de ρ e δ resulta:

$$R_{CU} = 9{,}56\times10^{-8}\,\sqrt{f_0}\log\frac{D}{d} \qquad \text{(B-1)}$$

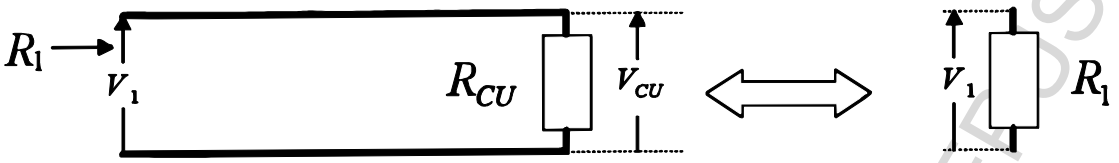
Fator de qualidade Q_{CU} devido à perda no curto circuito

Se na expressão (1) substituirmos $\beta\,l$ por $\frac{\pi}{2}$ e Z_l por R_{CU}, teremos a impedância resistiva na entrada da linha:

$$Z_1 = R_1 = \frac{Z_0^2}{R_{CU}} \qquad \text{(B-2)}$$

Isto sugere a equivalência abaixo

COPYRIGHT 2007 LUIZ C. TRI ... EPUSP



A equação (B-2) pode ser reescrita na forma

$$\frac{R_1}{R_{CU}} = \left(\frac{Z_0}{R_{CU}} \right)^2 \tag{B-3}$$

Pela conservação de energia, tem-se

$$\frac{V_1^2}{V_{CU}^2} = \frac{R_1}{R_{CU}} = K_{CU}^{-2} \tag{B-4}$$

Combinando (B-3) e (B-4) resulta

$$K_{CU}^{-2} = \left(\frac{Z_0}{R_{CU}} \right)^2 \tag{B-5}$$

Utilizando estes parâmetros na expressão (6), resulta

$$Q_{CU} = \frac{\pi}{4} \frac{R_{CU}}{\left(\frac{R_{CU}}{Z_0} \right)^2 Z_0} = \frac{\pi}{4} \frac{Z_0}{R_{CU}} \tag{B-6}$$

Substituindo-se os valores de Z_0 e de R_{CU} nessa expressão, obtém-se

$$Q_{CU} = \frac{\pi}{4} \frac{138 \log \frac{D}{d}}{9,56 \times 10^{-8} \sqrt{f_0} \log \frac{D}{d}} = \frac{1,13 \times 10^9}{\sqrt{f_0}} \tag{B-7}$$

Observação – A teoria que foi apresentada supõe que a construção do ressoador é perfeita.. Entretanto quando o dispositivo não é confeccionado com o máximo cuidado, ele pode apresentar algumas perdas adicionais devidas aos seguintes efeitos:

- A superfície do cobre, quando oxidada, se toma um condutor resistivo. Como a corrente elétrica caminha pela superfície, devido ao efeito pelicular, isto acaba aumentando as perdas. Para isto é necessário pratear a superfície interna do ressoador. Entretanto, quando a camada de prata é muito fina a corrosão, especialmente devido ao enxofre da atmosfera, acaba eliminando partes dessa camada. Isto faz com que o valor de Q_0 diminua com o envelhecimento do dispositivo. Ressoadores de melhor qualidade usam camada de ouro em lugar da de prata.

- As soldas utilizadas nas junções entre o cilindro e as bases, quando mal elaboradas, e rugosidades na superfície dos condutores, podem concentrar correntes em pequenas áreas do material acarretando perdas ôhmicas não desprezíveis.

Estes efeitos podem acarretar, sozinhos, um Q_0 de 6000 a 8000.

COPYRIGHT 2007 - LUIZ C. TRINTINALIA - EPUSP