

Estática dos Flúidos

Pressão num fluido

TENSÃO e deformação volumétrica

Quando um objeto mergulha, a água exerce uma pressão aproximadamente uniforme sobre a superfície e esmaga o objeto, fazendo com que seu volume seja ligeiramente menor. Esta situação é diferente às situações observadas nos pontos anteriores. A pressão agora é uniforme em todas as direções, e a deformação resultante é uma variação do volume.

A **tensão volumétrica de compressão** (ou **tensão volumétrica**) e a deformação **de compressão volumétrica** (ou **deformação volumétrica**) serão utilizadas para descrever as grandezas associadas a estes fatos.

Se for escolhida uma secção reta arbitrária no interior de um fluido (líquido ou gás) em repouso, a força que atua em cada lado da secção reta será sempre perpendicular à área. Se tentarmos exercer uma força paralela à secção, o fluido escoará lentamente em virtude desse esforço. Quando um sólido está imerso num fluido e ambos estão em repouso, as forças que o fluido exerce sobre a superfície do corpo são sempre perpendiculares à superfície em cada ponto do corpo. A força ortogonal F por unidade de área A do corpo denomina-se **pressão** do fluido: $p = F/A$.

Quando aplicarmos uma pressão sobre a superfície de um fluido no interior de um recipiente, a pressão é transmitida através do fluido e também é exercida sobre a superfície de qualquer corpo imerso no fluido. Esse ppio denomina-se *lei de Pascal*: desprezando-se as diferenças de pressão em profundidades diferentes do fluido, a pressão é a mesma em todos os pontos do fluido e em todos os pontos sobre a superfície de qualquer corpo submerso.

A pressão desempenha o mesmo papel da tensão em uma deformação volumétrica. A deformação correspondente é a fração da variação do volume ΔV e do volume inicial V_0 .

$$\text{Deformação volumétrica} = \frac{\Delta V}{V_0}$$

A deformação volumétrica é uma variação do volume por unidade de volume. Igual que os outros tipos de deformações, é um número puro, sem unidades.

Quando a lei de hooke é obedecida, um aumento da pressão (tensão volumétrica) produz uma deformação volumétrica proporcional (fração da variação de volume). O módulo de elasticidade correspondente denomina-se **módulo de compressão** designado por B . Quando a pressão sobre um corpo varia de uma quantidade pequena Δp , e a deformação volumétrica correspondente é $\Delta V/V_0$ a lei de hooke assume a forma:

$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V/V_0} \quad (\text{módulo de compressão})$$

O sinal negativo dessa expressão significa que um aumento de pressão sempre produz uma diminuição de volume. Quando Δp é positivo, ΔV é negativo. O módulo de compressão B é uma grandeza positiva.

A pressão exercida por um fluido sobre um corpo, tende a comprimir o mesmo. A razão entre a variação da pressão (Δp) e a diminuição relativa do volume ($-\Delta V/V$), é chamada *módulo de compressibilidade*

$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}$, sendo este quociente com sinal negativo, o módulo de compressibilidade é positivo, pois o volume de qualquer corpo diminui com o aumento da pressão).

Quanto mais difícil for comprimir um corpo, menor será a razão $\Delta V/V$, para uma certa variação de pressão, e maior o módulo de compressibilidade. Todas as substâncias (sólidas, líquidas ou gasosas) possuem um módulo de compressibilidade. Os líquidos são relativamente incompressíveis e têm valores elevados de B , pouco dependem da temperatura e pressão. Os gases são comprimidos com facilidade e os valores de B dependem muito da pressão e da temperatura.

Para pequenas variações de pressão em um sólido ou em um líquido, consideramos B constante. O módulo de compressão de um gás, depende da pressão inicial p_0 .

O inverso do módulo de compressão denomina-se **compressibilidade** que é designada pela letra **k** .

$$k = \frac{1}{B} = -\frac{\Delta V/V_0}{\Delta p} = -\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad (\text{compressibilidade}).$$

A compressibilidade é dada pela fração da diminuição do volume, $-\Delta V/V_0$, por unidade de aumento Δp da pressão.

Propriedades dos fluídos

Nos exemplos abordados na primeira parte desta disciplina, consideramos os “corpos rígidos” como uma idealização dos corpos sólidos. A partir de hoje iremos tratar os fluídos.

Que entendem por fluídos? → líquidos e gases.

Definição de fluído: entendem-se por fluidos, líquidos, gases ou vapores. A distinção entre os estados sólido e fluído fica clara se compararmos o comportamento de um com o do outro.

Vimos que um corpo sólido quase não altera a forma ou volume pela ação de forças externas. Um líquido tem um volume bem definido, mas não forma: já que se amolda ao recipiente que o contém. No caso de um gás, podemos dizer que não tem forma nem volume bem definidos, expandindo-se até ocupar todo o volume que o contém.

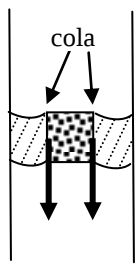
A propriedade dos fluidos é que podem se escoar ou fluir facilmente, dali o nome de fluidos.

Vimos nas aulas passadas que a *tensão* era igual a força dividida pela área:

$$tensão = \frac{F}{A}, \text{ mas é importante diferenciar entre tensões normais ou}$$

tangenciais as superfícies sobre as quais atuam.

Vimos exemplos de tensões normais ao longo da primeira parte, a normal de um corpo ou a força de tração de uma corda com um corpo pendurado, N e T, respectivamente.



Neste caso, o bloco está colado entre duas paredes com uma cola. No contato das superfícies com a cola, existem tensões tangenciais, também chamadas de *cisalhamento*. Estas tensões tenderiam a produzir um deslizamento de camadas adjacentes. Mas há reações de igual módulo e sentido oposto na cola solidificada, que equilibram o corpo, sustentando-o entre as paredes.

A diferença fundamental entre sólidos e fluídos está na forma de responder às tensões tangenciais. Vimos que um sólido, submetido a uma força tangencial, se deforma até que sejam produzidas tensões tangenciais internas que equilibrem a força (e se esta não ultrapassa o limite de cisalhamento, uma vez que acaba a força externa, o corpo volta à forma primitiva (deformação *elástica*)).

Um fluido, ao contrario de um sólido, não pode equilibrar a força tangencial, por menor que ela seja. Quando submetido a uma força tangencial, o fluído se escoa, e permanece em movimento enquanto a força estiver sendo aplicada. No nosso exemplo, se a cola não estiver solidificada, o bloco escorregará ao longo das paredes sob a ação da força do peso; só quando solidifica é que as forças da cola podem equilibrar as forças tangenciais exercidas pelo bloco.

Qualquer força por pequena que seja pode produzir num fluido uma deformação significativa. Um fluido real opõe resistência ao deslizamento relativo entre camadas adjacentes: esta resistência mede a *viscosidade* de um fluido, e depende da taxa de variação espacial da velocidade relativa de deslizamento. Comparando, num sólido, a resistência a esforços tangenciais depende da deformação, num fluido ela depende da *velocidade* de deformação, e é por isso que forças pequenas atuando durante bastante tempo, podem ocasionar grandes deformações. (exemplo: marés).

Num fluido em equilíbrio não pode haver tensões tangenciais.

Existe todo um leque de substâncias com propriedades intermediárias entre sólidos e fluidos, dependendo da magnitude das forças e do tempo em que

o escoamento sob a ação de esforços tangenciais se torna visível: massa de pão, gelatina, piche (?). Este último se fratura com um golpe brusco mas também escoar (com muita lentidão).

A seguir, veremos fluidos em equilíbrio = *estática dos fluidos*.

Elasticidade e Plasticidade

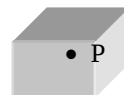
A proporcionalidade entre a tensão e a deformação em deformações elásticas possui um limite de validade. Quando abordamos os conceitos de tensão e deformação sempre houve a consideração que as “forças fossem suficientemente pequenas para que a lei de Hooke seja válida”.

Na escala macroscópica, um fluido se comporta como um meio contínuo, suas propriedades variam com continuidade em torno de cada ponto do fluido. Porém, na escala microscópica, em dimensões correspondentes às distâncias inter-atômicas, as propriedades sofrem flutuações que refletem a estrutura atômica da matéria.

Em condições normais, as distâncias inter-atômicas são tão pequenas comparadas com as dimensões macroscópicas, que as flutuações se tornam imperceptíveis, induzindo ao modelo do meio contínuo.

Podemos definir a densidade ρ de um fluido, considerando um elemento de volume infinitésimo $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, com dimensões muito menores que as macroscópicas, mas muito superiores às inter-atômicas de maneira que caibam nele um grande número de átomos para que as flutuações sejam desprezíveis, com a expressão:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta m}{\Delta V} \right) = \frac{dm}{dV}$$
 onde dm é a massa do volume ΔV do fluido em torno do ponto P. e o $\lim_{\Delta V \rightarrow 0}$ deve ser interpretado como um limite infinitésimo físico.



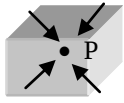
As unidades no Sistema internacional são kg/m^3 .

O grama foi definido originalmente, como a massa de um centímetro cúbico de água, e por isso a densidade da água é $1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

As densidades das substâncias variam com a temperatura. O valor exposto da densidade da água é válido para a temperatura de 4°C , que é o máximo da densidade da água. Quando a densidade de um corpo for maior que a da água, o corpo afunda na água; ao contrário, o corpo flutua. A razão entre a densidade de uma substância e a densidade da água é denominada *densidade relativa*. Ex. A *densidade relativa* do alumínio é 2,7, o que significa que um certo volume de alumínio tem massa igual a 2,7 vezes a massa da água que ocupa o mesmo volume.

A maioria dos sólidos e dos líquidos expandem-se ligeiramente quando aquecidos, e contraem-se quando comprimidos, mas essas variações de volume são relativamente pequenas e por isso é comum considerar as densidades dos sólidos e dos líquidos como independentes da temperatura e

da pressão. A densidade de um gás depende fortemente da pressão e da temperatura por isso é indispensável especificar estas duas grandezas ao mencionar o seu valor.

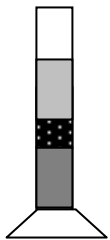


Um fluido está em equilíbrio, quando cada porção do fluido está em equilíbrio. Para isto, é necessário que a *resultante das forças que atuam sobre cada porção do fluido se anule*.

Para analisar as forças atuantes sobre uma porção de um médio contínuo devemos distinguir entre *forças volumétricas* e *forças superficiais*. As primeiras são de longo alcance, como a gravidade, que atuam em todos os pontos do meio, de tal forma que a força resultante sobre um *elemento de volume* é *proporcional ao volume*. Assim, neste caso, a força devida a gravidade de um elemento de volume ΔV em torno de um ponto do meio onde a densidade é ρ é:

$\Delta \vec{F} = \Delta m \vec{g} = \rho \Delta V \vec{g}$ ($\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dm = \rho \cdot dV$) (outro exemplo é o de forças elétricas sobre um fluido carregado).

As *forças superficiais* são forças de interação entre uma dada porção do meio, limitada por uma superfície S , e porções adjacentes; são forças interatômicas, de curto alcance, transmitidas pela superfície S . A reação entre dois corpos sólidos em mecânica dos corpos rígidos ou mecânica, é uma força de curto alcance, é um exemplo de força superficial, exemplo: compressão e normal. Num recipiente contendo um líquido, a força com que a porção do líquido situada acima de uma dada secção horizontal atua sobre a porção situada abaixo é uma *força superficial* aplicada na superfície de separação.

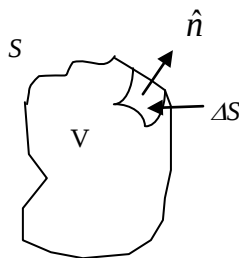


A força superficial sobre um elemento de superfície ΔS é proporcional à área ΔS , e a força por unidade de área corresponde à tensão:

$\text{tensão} = \frac{F}{A}$. Em geral a tensão pode depender da inclinação do elemento de

superfície: poderíamos tomar uma secção vertical ou oblíqua, em lugar da horizontal, do exemplo ao lado. Podemos especificar a inclinação definindo um vetor unitário normal à superfície ΔS (identificado como: $\hat{n}$).

Por convenção $\hat{n}$ é a normal externa, dirigida para fora da porção do elemento em consideração. Então, $\hat{n}$ aponta para fora do meio sobre a superfície do qual está sendo exercida a força superficial, e para dentro da porção contígua do meio, que está exercendo essa força. Uma componente positiva de tensão ao longo de $\hat{n}$ representa um esforço de *tração*, uma componente negativa, uma *pressão*.



No caso de um fluido em equilíbrio, não podem haver tensões tangenciais, então, *a força superficial sobre um elemento de superfície dS corresponde a uma pressão p :*

$$d\vec{F} = -p \hat{n} dS \quad \text{onde} \quad p = \left| \frac{d\vec{F}}{dS} \right| = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left| \frac{\vec{\Delta F}}{\Delta S} \right| \quad \text{que sempre é positiva mas o sinal (-)}$$

indica que trata-se de uma pressão (a pressão é uma grandeza escalar).

A pressão p num ponto qualquer de um fluido em equilíbrio é a mesma em todas as direções, mas a pressão no interior do fluido só depende da posição. (No Moises, pg. 64)

A unidade de pressão no sistema internacional é N/m^2 . 1 N/m^2 equivale a 1 Pa . Também são utilizadas o $\text{bar} = 10^5 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^3 \text{ milibars}$, a atmosfera, $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ e o $\text{mm de mercúrio} = 1 \text{ mm HG} = 1,316 \times 10^{-3} \text{ atm}$.

A pressão debaixo da água aumenta com a profundidade e ao contrario, a pressão atmosférica diminui com o aumento de altura. No caso particular da água, com uma densidade praticamente constante, a pressão aumenta linearmente com a profundidade (dado: a densidade da água só aumenta em $\sim 0,5 \%$ quando a pressão varia de 1 atm a 100 atm).

A superfície livre de um líquido, em contato com a atmosfera, é uma superfície isobárica, pois todos os seus pontos estão a pressão atmosférica, logo: *a superfície livre de um liquido em equilíbrio no campo gravitacional é uma superfície equipotencial desse campo.* Assim, a superfície livre dos oceanos é uma superfície esférica, com centro no centro da terra. Se nos limitarmos a escala de laboratório, na vizinhança da superfície da terra, a energia potencial de uma massa m é mgz (com z = altitude), de forma que a densidade de energia potencial de um fluido de densidade ρ é: ρgz .

Analisando uma coluna de água de altura h e área de secção reta A , observamos que para suportar o peso da coluna, a pressão na base da coluna tem que ser maior que a pressão no topo porque esta suporta a pressão mais o peso da coluna.

Este peso da coluna de líquido é: $w = mg = \rho V g = \rho A h g$

Se p_0 for a pressão no topo e p a pressão na base, a força para cima provocada pela diferença de pressão é $\Delta p = pA - p_0A$. Igualando esta força ao peso da coluna, obtemos:

$pA - p_0A = \rho g Ah$ ou $p = p_0 + \rho gh$, quando ρ é constante. Chamada lei de Stevin: *a pressão no interior de um líquido aumenta linearmente com a profundidade.*

A experiência conhecida hoje como “experiência de Torrichelli” foi realizada em 1643 por Vincenzo Viviani. Um tubo de ~ 1 m de comprimento, fechado numa extremidade e cheio de mercúrio, foi invertido – tampando a extremidade aberta – e essa extremidade foi submersa numa cuba com Hg. A coluna de Hg baixa até uma altura $h \sim 76$ cm.