

## FEP 255 – Mecânica dos corpos rígidos e Fluidos

### 2ª Lista de Exercícios, fevereiro de 2011

1. Cinemática das rotações: porque  $\omega = 0$  não implica  $\alpha = 0$ .

Um corpo rígido pode girar livremente em torno de um eixo fixo. O corpo pode ter aceleração angular diferente de zero mesmo que sua velocidade angular seja (talvez instantaneamente) nula? Qual seria o equivalente desta questão nos movimentos de translação? Dê exemplos físicos que ilustrem tais situações.

2. Um mergulhador faz 2,5 revoluções durante o seu salto de uma plataforma, a 10 metros do nível da água. Admitindo-se que sua velocidade angular inicial fosse nula, calcule a velocidade angular média desse mergulhador.

3. Um automóvel tem pneus com 40,0 cm de diâmetro e movimenta-se numa estrada plana e horizontal.

a) Calcule quantas rotações realiza essa roda por quilômetro rodado, sem derrapar.

O automóvel faz uma curva que corresponde a um arco de circunferência de  $\pi/2$  rd e raio 30,0 m, medido na roda interna e 31,4 m, medido na roda externa.

b) Calcule quantas voltas a mais deu a roda externa.

O carro demorou 3,70 s para descrever esse arco de circunferência.

c) Calcule as velocidades angulares das rodas internas e externas.

d) Determine o vetor velocidade angular das rodas e do carro em torno do centro da curva

4. O disco de CD de música (“compact disk/digital áudio) possui raios interno e externo para o material gravado (os concertos de violino de Tchaikovsky e Mendelssohn) de 2,50 e 5,80 cm, respectivamente. Durante a execução, o disco é varrido a uma velocidade linear constante, iniciado na borda interna para fora.

a) Se a velocidade angular do disco é 50,0 rad/s, qual é sua velocidade angular final? b) As linhas da varredura em espiral estão separadas de 1,60  $\mu\text{m}$ ; qual é o comprimento total da varredura? (dica: calcule a área do anel entre  $r_1$  e  $r_2$  em forma aproximada) c) Qual o tempo de execução?

5. Determinar velocidade e aceleração angulares a partir de  $\phi(t)$  por derivação.

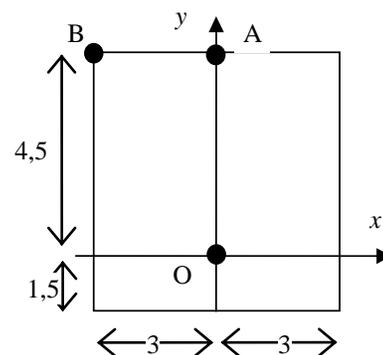
O ângulo que o volante de um gerador descreve durante um intervalo de tempo  $t$  é dado por

$\phi(t) = at + bt^3 - ct^4$  onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes. Qual é a expressão para sua: a) velocidade angular e b) aceleração angular?

6. Dado  $\alpha(t)$ , determinar  $\omega(t)$  e  $\phi(t)$  por integração.

Uma roda gira com aceleração angular  $\alpha$  dada por  $\alpha(t) = 4at^3 - 3bt^2$  onde  $t$  é o tempo e  $a$  e  $b$  são constantes. Se a roda possui velocidade angular inicial  $\omega_0$ , e se começa a analisar o movimento quando o ângulo é  $\phi_0$ , escreva as equações para a) a velocidade angular da roda e b) o ângulo descrito, como função do tempo.

7. A chapa quadrada da figura ao lado gira em torno do ponto O no plano  $xy$ . Determine os vetores velocidade e aceleração dos pontos A e B sabendo que a velocidade angular tem módulo 6 rad/s e a aceleração angular, 4  $\text{rad/s}^2$ . As dimensões estão em cm e os pontos foram exagerados para facilitar sua visualização.

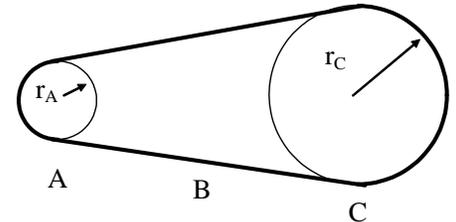


8. Um objeto rígido roda em torno do eixo Oz. Considere uma partícula localizada em  $r = 1,83 \mathbf{j} + 1,26 \mathbf{k}$ , em metros. No instante em que  $\omega = 14,3 \mathbf{k}$  (em rad/s), encontre a) a velocidade da partícula e b) o raio da trajetória circular da partícula.

9. a) Qual a velocidade angular em torno do eixo polar de um ponto sobre a superfície da Terra na latitude de  $40^\circ \text{ S}$ ? b) Qual a velocidade linear desse ponto? c) Quais os valores destas velocidades para um ponto no Equador?

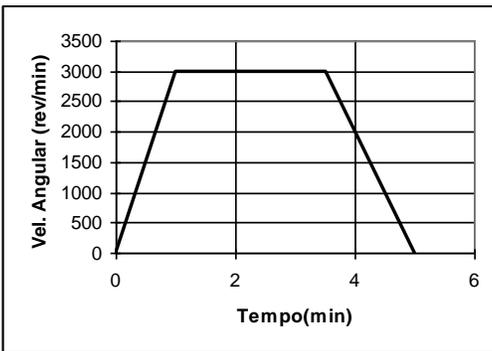
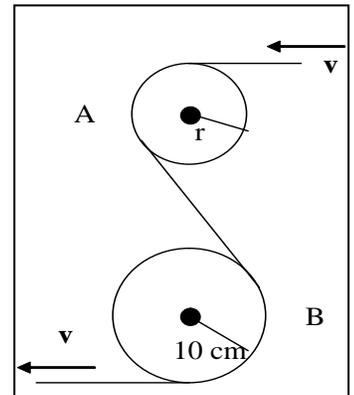
10. A órbita da Terra em torno do Sol é quase um círculo. a) Qual a velocidade angular da Terra (vista como uma partícula) em torno do Sol? b) Qual é sua velocidade linear nesta órbita? c) Qual é a aceleração da Terra com relação ao Sol?

11. Uma roda de raio  $r_A = 10,0 \text{ cm}$  está acoplada por uma correia B à roda C de raio  $r_C = 25,0 \text{ cm}$ , como mostra a figura abaixo. A roda A aumenta sua velocidade angular à razão uniforme de  $1,60 \text{ rad/s}^2$ . Determine o tempo necessário para que a roda C atinja uma velocidade rotacional de  $100 \text{ rev/min}$  a partir do repouso; suponha que não haja deslizamento da correia. Note que, se a correia não desliza, os módulos das velocidades lineares na borda das duas rodas são iguais.



12. A hélice de um avião possui um raio de  $1,5 \text{ m}$  e gira a  $2000 \text{ rev/min}$ . Se o avião é impulsionado à velocidade de  $480 \text{ km/h}$  com relação ao solo, qual é o módulo da velocidade linear de um ponto na ponta da hélice, quando visto a) pelo piloto e b) por um observador no solo? Suponha que a velocidade do avião seja paralela ao eixo de rotação da hélice.

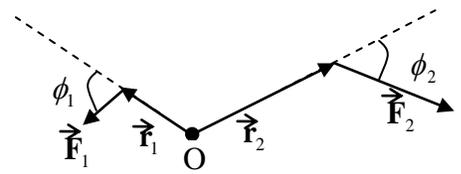
13. (MK5/11) Uma fita passa por duas polias conforme a figura ao lado. Se a velocidade da fita é constante e se o módulo da aceleração do ponto A da fita é  $4/3$  do ponto B, calcule o raio da polia menor.



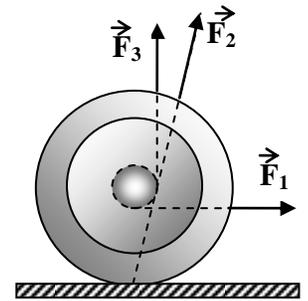
14. (RKH E.14) Como parte de uma inspeção de manutenção, a turbina de um motor a jato é posta a girar de acordo com o gráfico mostrado na figura ao lado. Quantas revoluções esta turbina realizou durante o teste?

15. São dados  $\vec{r} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$  (m) e  $\vec{F} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$  (N). a) Determine o torque. b) Calcule o vetor momento angular de uma partícula localizada em  $\vec{r}$  com momento linear  $\vec{p} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$  (em unidades do SI).

16. RHK E.2. A figura ao lado mostra as linhas de ação e os pontos de aplicação de duas forças em relação à origem O. Todos os vetores estão no plano da figura. Imagine estas forças atuando sobre um corpo rígido articulado no ponto O por um pino. a) Encontre a expressão para a intensidade do torque resultante sobre o corpo. b) Se  $r_1 = 2,30$  m,  $r_2 = 3,15$  m,  $F_1 = 6,20$  N,  $F_2 = 4,10$  N,  $\theta_1 = 75,0^\circ$  e  $\theta_2 = 58,0^\circ$ , quais são a intensidade, a direção e o sentido do torque resultante?

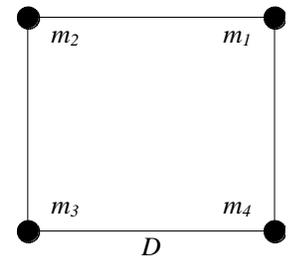


17. Um ioiô está em repouso sobre uma mesa horizontal e é livre para rolar (ver figura ao lado). Se a corda é puxada por uma força horizontal, como  $F_1$ , em que sentido o ioiô irá rolar? O que acontece quando uma força  $F_2$  é aplicada (a sua linha de ação passa pelo ponto de contato do ioiô com a mesa)? Se a corda é puxada na vertical com uma força  $F_3$ , o que acontece?



18. Suponha que o combustível nuclear do Sol esgote-se e ele sofra um colapso brusco, transformando-se numa estrela anã branca com diâmetro igual ao da Terra. Supondo que não haja perda de massa, qual seria o seu novo período de rotação, sabendo que o atual é de 25 dias? Admita que o Sol e a anã branca sejam esferas homogêneas e consulte o apêndice do livro-texto para achar o raio do Sol.

19. Quatro partículas ligadas por pequenas varetas de massa desprezível estão nos vértices de um quadrado, conforme figura ao lado. As massas das partículas são  $m_1 = m_3 = 3$  kg e  $m_2 = m_4 = 4$  kg, e o comprimento do lado do quadrado é  $D = 2$  m. a) Determine o momento de inércia do sistema em relação a um eixo perpendicular ao plano das partículas e que passe por  $m_4$ . Se o sistema rodar com velocidade angular de 2 rad/s em torno deste eixo, calcule: b) o momento angular do sistema.



20. Calcule o momento de inércia para:

a) Uma vareta homogênea de comprimento L e massa M; b) Um aro circular que gira em torno a um eixo perpendicular ao seu plano passando pelo próprio centro; c) Um disco homogêneo em relação a o eixo perpendicular ao seu plano e passando pelo próprio centro; d) Um cilindro homogêneo em relação ao próprio eixo; e) Uma casca esférica delgada em relação a um diâmetro; f) Uma esfera maciça em relação a um diâmetro.

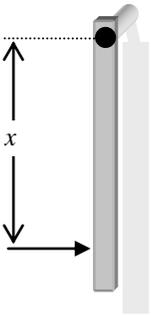
21. Uma esfera, um cilindro e um aro, com distribuição de massa homogênea, partem do repouso e rolam para baixo sobre o mesmo plano inclinado, sem escorregarem. Qual corpo atingirá a base primeiro?

22. Um carrossel, de raio 2 m e momento de inércia  $500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , gira sem atrito a 0,25 rpm. Uma criança de 25 kg, que estava sentada no centro do carrossel, desloca-se até a borda. Determine: a) a nova velocidade angular do carrossel e b) a energia cinética inicial e final.

23. Calcular o momento angular da Terra, na rotação em torno de seu eixo, e comparar este resultado com o momento angular da Terra no movimento de rotação em torno do Sol. Admitir que a Terra seja uma esfera homogênea de massa  $M = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg e raio  $R = 6,4 \cdot 10^6$  m. Você pode achar a fórmula para o momento de inércia de uma esfera homogênea em relação a um eixo que passe pelo seu centro em qualquer livro-texto. Considere também que a órbita da Terra em torno do Sol seja um círculo de raio  $r = 1,5 \cdot 10^{11}$  m.

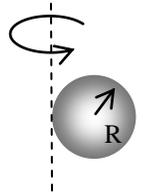
**24.** O rotor de um motor elétrico tem momento de inércia  $I_m = 2,47 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do seu eixo. O motor é montado com seu eixo paralelo ao de um satélite que tem momento de inércia  $I_s = 12,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  em torno do eixo. a) Descreva qualitativamente o que acontece ao ligar-se o motor quando tanto o satélite quanto o motor não estão rodando. b) Determine a velocidade angular de rotação adquirida pelo satélite quando o motor atinge a velocidade angular de rotação igual a  $\omega_m$ . c) Calcule quantas rotações do motor, a velocidade angular constante, são necessárias para que o satélite gire  $25,0^\circ$  em torno do eixo. d) Descreva qualitativamente o que acontece ao desligar-se o motor.

**25.** (Tipler, Cap. 9 E 24) Uma roda montada num eixo que oferece atrito está inicialmente em repouso. Um torque externo constante de  $50 \text{ N} \cdot \text{m}$  é aplicado à roda durante  $20 \text{ s}$ , atribuindo-lhe velocidade angular de  $600 \text{ rev/min}$ . O torque externo, depois desse tempo, é removido e a roda pára em  $120 \text{ s}$ . Calcular: a) o momento de inércia da roda e b) o torque do atrito, admitindo que seja constante.



**26.** (Tipler, Cap. 9 E 26) Uma barra homogênea, de massa  $M$  e comprimento  $L$ , pode girar, sem atrito, em torno de um eixo que passa por uma das suas extremidades e está na vertical, como mostra a figura ao lado. A barra é atingida por uma força  $F_0$ , durante um pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$ , num ponto à distância  $x$  do eixo. A) Mostre que a velocidade do centro de massa da barra, imediatamente depois do golpe é dada por  $v_0 = 3F_0 x \Delta t / 2ML$ . B) Calcule a força exercida pelo eixo sobre a barra e mostre que esta força é nula quando  $x = 2L/3$ . (Obs: O ponto  $x = 2L/3$  é o centro de percussão da barra).

**27.** (Tipler, Cap. 9 E 34) Com o teorema dos eixos paralelos determine o momento de inércia de uma esfera maciça, de massa  $M$  e raio  $R$ , em relação a um eixo tangente à superfície.



**28.** (Tipler, Cap. 9 E 34) Uma roda de vagão tem um diâmetro de  $1 \text{ m}$  e uma banda de rodagem, uniforme, de  $8 \text{ kg}$ . Cada um dos seis raios da roda tem a massa de  $1,2 \text{ kg}$ . Determinar o momento de inércia dessa roda em relação ao eixo de rotação.

**29.** (Tipler, Cap. 9 E 36) Uma chapa retangular homogênea tem a massa  $m$  e os lados  $a$  e  $b$ . a) Mostre, por integração, que o momento de inércia da chapa em relação a um eixo perpendicular ao seu plano e que passa por um vértice é  $m(a^2 + b^2)/3$ . b) Qual é o momento de inércia da chapa em torno de um eixo perpendicular ao seu plano que passa pelo seu centro de massa?

**30.** (Tipler, Cap. 9 E 38) A molécula do metano ( $\text{CH}_4$ ) tem quatro átomos de hidrogênio localizados nos vértices de um tetraedro regular de aresta igual a  $1,4 \text{ nm}$ , com o átomo de carbono no centro do tetraedro. Calcule o momento de inércia da molécula em relação a um eixo que passa pelo átomo de carbono e um dos átomos de hidrogênio.