**1)** Somente parte real igual a $-2^{50}$.

**2)** a)
$z = |z|\, e^{j\phi}$ , $w = |w|\, e^{j\psi}$ $\rightarrow$ $z^p = |z|^p e^{j\phi p}$ $\rightarrow$ $|z^p| = |z|^p$
pois $e^{j\phi p} = \cos(\phi p) + j\sin(\phi p)$ $\rightarrow$ $|e^{j\phi p}| = 1$
$z\,.\,w = |z|\, e^{j\phi}\,.\,|w|\, e^{j\psi} = |z|\,|w|\, e^{j(\phi+\psi)}$
Portanto,
$|zw| = |z|\,.\,|w|$ pois $|e^{j(\phi+\psi)}| = 1$

b)
Módulo: 0,02
Fase: -106,26º

**3)** a) $\int_{-1}^{+1}(3t^2+1)\delta(t)dt = 1$

b) $\int_{1}^{2}(3t^2+1)\delta(t)dt = 0$

c) $\int_{-\infty}^{+\infty}\left[t^2+\cos(\pi t)\right]\delta(t-1)dt = 0$

d) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\delta(2t-2)dt = \frac{1}{2e}$

Propriedade utilizada: $\delta(a\cdot t) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$

e) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\delta'(t)dt = 1$

Propriedade utilizada: $\int_{-\infty}^{+\infty}\phi(t)\cdot\delta'(t)dt = -\phi'(0)$

**4)** Se $x(t+T) = x(t)$, então assumindo $t = \tau - T$, tem-se
$$x(t+T) = x(\tau - T + T) = x(\tau) = x(\tau - T) = x(t)$$
e
$$\int_{\alpha}^{\beta} x(t)dt = \int_{\alpha+T}^{\beta+T} x(\tau - T)d\tau = \int_{\alpha+T}^{\beta+T} x(\tau)d\tau = \int_{\alpha+T}^{\beta+T} x(t)dt$$
Também
$$\int_{a}^{a+T} x(t)dt = \int_{a}^{0} x(t)dt + \int_{0}^{a+T} x(t)dt$$
Sabe-se que
$$\int_{\alpha}^{\beta} x(t)dt = \int_{\alpha+T}^{\beta+T} x(t)dt$$
Logo
$$\int_{a}^{0} x(t)dt = \int_{a+T}^{T} x(t)dt$$
Então

$$\int_a^{a+T} x(t)dt = \int_{a+T}^{T} x(t)dt + \int_0^{a+T} x(t)dt = \int_0^{a+T} x(t)dt + \int_{a+T}^{T} x(t)dt = \int_0^{T} x(t)dt$$

**5)**

(a) Periódico, $T_0 = 2\pi$;

(b) Periódico, $T_0 = 3$;

(c) Periódico, $T_0 = 24$;

(d) Não periódico;

(e) Periódico, $T_0 = \pi$;

(f) Periódico, $T_0 = 4$

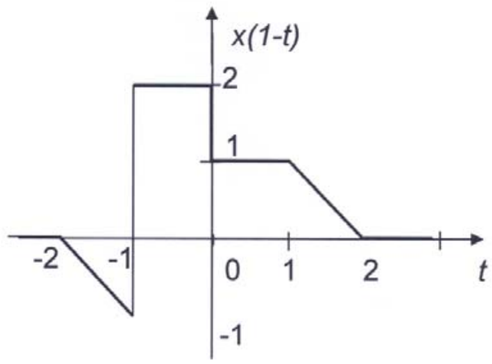
**6)** a) Periódico, $\omega_0 = 20$ rad/s

b) $s(k) = 10\cos(0{,}1k + 30^o) - 5sen(0{,}22k - 50^o)$

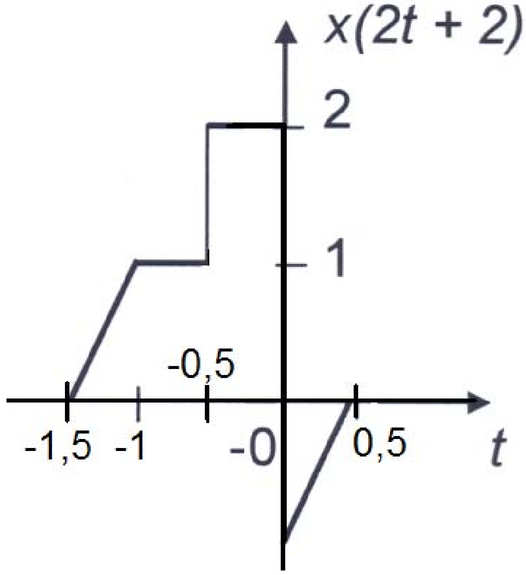
c) $P_{s(t)} = 62{,}5$

d)

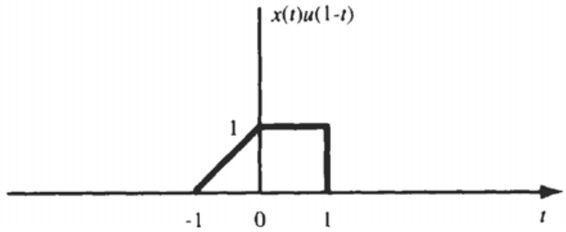
**7)** a)



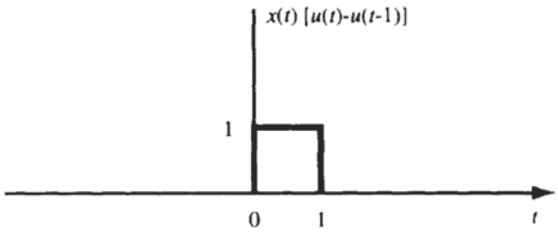

b)



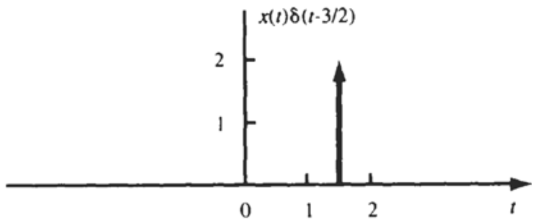
**8)** a)




b)




c)




**9)** (a) Energia;
(b) Potência;
(c) Nenhum dos dois.

**10)** Seja $\tau = -t$. Então pela definição

$$\mathbf{1}(-t) = \mathbf{1}(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau > 0 \\ 0 & \tau < 0 \end{cases}$$

Como $\tau > 0$ e $\tau < 0$ implicam, respectivamente, que $t < 0$ e $t > 0$, obtém-se

$$\mathbf{1}(-t) = \begin{cases} 0 & t > 0 \\ 1 & t < 0 \end{cases}$$

**11)** $P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$,

Fazendo com que o limite seja calculado de uma maneira tal que $T$ seja um múltiplo do período, $T = kT_0$, a energia normalizada total contida em $x(t)$ em um intervalo de comprimento $T$ é $k$ vezes a energia normalizada total contida em um período. Então:

$$P = \lim_{k\to\infty} \left[ \frac{1}{kT_0} k \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt \right] = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt$$

**12)** Sejam duas funções arbitrárias $g(t)$ e $\phi(t)$.

(i) Denota-se $g^{(n)}(t)$ como a n-ésima derivada de $g(t)$, isto é, $g^{(n)}(t) = \frac{d^n}{dt^n} g(t)$.

(ii) Supõe-se que a função $\phi(t)$ é contínua para $t = 0$ e nula fora de um intervalo determinado.

(iii) Considera-se que $\phi(t)$ é uma função teste que pode ser derivada um número arbitrário de vezes sendo $\phi^{(n)}(t)$ a sua n-ésima derivada e que $\dfrac{d\phi(t)}{dt}$ existe e é integrável em $0 < t < \infty$ e $\phi(\infty) = 0$.

(iv) Além disso, usa-se o fato de que as funções generalizadas $g(t)$ e $g^{(n)}(t)$ estão relacionadas conforme expressão

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) g^{(n)}(t) dt = (-1)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{(n)}(t) g(t) dt \qquad (1)$$

A demonstração pedida pode ser feita facilmente a partir da relação (1) e da definição matemática do impulso de Dirac, $\phi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\delta(t)dt$.

Considerando então $n = 1$ e $g(t) = \mathbf{1}(t)$ temos

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\mathbf{1}^{(1)}(t)dt = -\int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{(1)}(t)\mathbf{1}(t)dt \qquad (2)$$

Da definição do degrau unitário é possível reescrever o lado direito da equação (2) como

$$-\int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{(1)}(t)\mathbf{1}(t)dt = -\int_{0}^{+\infty} \phi^{(1)}(t)dt = -\phi(t)\Big|_0^{\infty} = -[\phi(\infty) - \phi(0)] = \phi(0)$$

Recorrendo a expressão que define o impulso de Dirac é possível reescrever (2) como $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\mathbf{1}^{(1)}(t)dt = \phi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\delta(t)dt$. Portanto, conclui-se que $\mathbf{1}^{(1)}t) = \delta(t)$.

**13)** a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\cdot\delta'(t)dt = -\int_{-\infty}^{+\infty} \phi'(t)\cdot\delta(t)dt = -\phi'(0)$

b) $$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\cdot[t\delta'(t)]dt = \int_{-\infty}^{+\infty} [t\phi(t)]\cdot\delta'(t)dt = -\frac{d}{dt}[t\phi(t)]\Big|_{t=0}$$

$$= -[\phi(t) + t\phi'(t)]\Big|_{t=0} = -\phi(0)$$

$$= -\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\cdot\delta(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\cdot[-\delta(t)]dt$$

Logo, conclui-se que:

$t\delta'(t) = -\delta(t)$