1. Ache os autovalores e autofunções do seguinte problema de Sturm-Liouville

$$y'' + \lambda y = 0 \tag{1}$$
$$y(0) = 0 \text{ e } y'(L) = 0 \tag{2}$$

2. Ache os autovalores e autofunções do seguinte problema de Sturm-Liouville

$$(xy')' + \frac{\lambda}{x} y = 0 \tag{3}$$
$$y(1) = 0 \text{ e } y(e) = 0 \tag{4}$$

3. Verifique, por integração direta, que as seguintes famílias de funções são ortogonais com a função peso $w(x) = 1$ no intervalo $[-1, 1]$.

$$X_1(x) = x, X_2(x) = (3x^2 - 1)/2, X_3(x) = (5x^3 - 3x)/2 \tag{5}$$

4. Mostre que cada uma das funções do exercício anterior satisfaz a EDO abaixo para algum valor de λ.

$$((1 - x^2)X')' + \lambda X = 0 \tag{6}$$

5. Resolver a equação a derivadas parciais

$$u_t = u_{xx} \tag{7}$$

Com as condições de Von Neumann:

$$u_x(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0 \tag{8}$$
$$u(0, x) = \sin(2x) \tag{9}$$