

- 1) Dado um sistema com a descrição entrada-saída $\ddot{y} + k_1\dot{y} + k_2y = bu$, sendo y e u funções de t . k_1 , k_2 e b constantes reais, com $k_1 = 8$, $k_2 = 15$ e $b = 0$.
- Tomando como variáveis de estado $x_1=y$ e $x_2=dy/dt$, determine a descrição de estados e os pontos de equilíbrio do sistema.
 - Determine os autovalores e autovetores da matriz A do sistema.
 - Qual é a direção predominante em termos assintóticos?
 - Determine um diagrama de simulação do sistema descrito pela equação de estados.
 - Esboce no plano de fase as trajetórias que partem dos seguintes estados iniciais: $[3 \ 1]^T$, $[[0 \ 3]^T$, $[-3 \ 0]^T$
- 2) É dado o modelo predador-presa, apresentado no Capítulo 1, e repetido abaixo, sendo $x_1(t)$ a quantidade de presas e $x_2(t)$ a quantidade de predadores.

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = 6x_1(t) - 2x_1(t)x_2(t)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -2x_2(t) + 3x_1(t)x_2(t)$$

- Determine os pontos de equilíbrio deste sistema
 - Determine um diagrama de simulação
 - Mostre a partir das equações diferenciais (olhando para a “velocidade” de $x_1(t)$ e depois a de $x_2(t)$) que qualquer estado inicial tomado sobre o eixo x_2 converge para a origem do espaço de estados. Veja que o resultado é intuitivo, pois significa partir de um ecossistema sem presas, ou seja, o predador fica sem refeições.
- 3) É dado o modelo de Lotka-Volterra em que duas espécies de animais competem pela mesma fonte alimentar, por exemplo, carneiros e coelhos competindo por grama.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1(3 - x_1 - 2x_2) \\ \dot{x}_2 &= x_2(2 - x_1 - x_2) \end{aligned}$$

- Sabendo que coelhos se reproduzem mais rapidamente que os carneiros, veja qual variável de estado representa cada espécie.
- Determine os pontos de equilíbrio.
- Comente o resultado de (b) do ponto de vista da particular aplicação.
- Determine um diagrama de simulação do sistema.

Obs: as trajetórias deste sistema são bastante interessantes, o leitor poderá encontrar maiores detalhes em S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, 1994, pg. 158.