**MECÂNICA II – 4300306**

**20semestre - 2010**

**1a LISTA DE EXERCÍCIOS**

**1.** Mostre que a menor distância entre dois pontos em um plano é uma linha reta. Mostre que a menor distância entre dois pontos no espaço tridimensional, também é uma linha reta.

**2.** Mostre que a geodésica em uma superfície esférica é um grande círculo, isto é, um círculo cujo centro está no centro da esfera.

**3.** Mostre que a geodésica na superfície de um cilindro circular reto é um segmento de hélice.

**4.** Considere a luz passando de um meio de índice de refração n1 para outro de índice de refração n2. Utilize o princípio de Fermat para minimizar o tempo de percurso da luz e deduza a lei da refração (Lei de Snell): n1 sen θ1= n2 sen θ2.

**5.** Seja dado um sistema mecânico com um grau de liberdade cuja Lagrangeana é .

**a)**Para esse sistema, enuncie de forma clara o princípio da mínima ação.

**b)**Mostre que, admitindo-se a validade das equações de Lagrange, concluímos que o princípio da mínima ação também é válido.

**6.** Considere uma massa puntiforme que se movimenta em um campo de forças com simetria esférica, representado pelo potencial V(r), desde um ponto A(r1) até um ponto B(r2). Não existem forças dissipativas.

a) Determine a equação diferencial da trajetória que permite à partícula ir de A para B no menor tempo possível (problema da Braquistócrona).

b) Obtenha a solução para o potencial gravitacional V(r)= - .

**7.** Admita como conhecido experimentalmente o tempo que uma partícula leva para cair de uma distância y0 e que para todas as outras distâncias y percorridas, os tempos sejam desconhecidos. Suponha como conhecida a Lagrangeana do problema, mas ao invés de resolver a equação do movimento para y como função do tempo, considere a forma funcional de y como y(t)= at + bt2. Se as constantes a e b são ajustadas de maneira que o tempo de queda de y0, seja igual a t0 mostre diretamente que a integral será um extremo para valores reais dos coeficientes somente se a = 0 e b =.

**8.** Um anel de massa m movimentando-se no plano xy e sujeito a uma força F=cy, parte do ponto A (-x0,y0) e vai até o ponto B (x0,y0) movimentando-se num fio sem atrito. A velocidade inicial é v0 = y0. Mostre que o tempo de percurso é mínimo quando a forma do fio que une A a B é uma circunferência de raio .

**9.** Um disco de raio R rola sem deslizar dentro de uma parábola y = ax2. Qual a equação que representa o vínculo? Expresse a condição que possibilita o disco a rolar de tal maneira que ele só tem contato com a parábola em um e somente um ponto, independente da posição.

**10.** Uma partícula de massa m está vinculada a se mover sob ação da gravidade sem atrito, em uma superfície xy = z. Qual é a trajetória da partícula se ela inicia seu movimento a partir do repouso em (x,y,z) = (1,-1,-1) com o eixo z na vertical?

**11.** Um aro de massa m e raio r rola sem deslizar sobre um cilindro fixo de raio R. A única força externa que atua é a da gravidade. Se o aro começar a rolar a partir do repouso do topo do cilindro fixo, determine a partir do método dos multiplicadores de Lagrange o ponto de onde o aro cai de cima do cilindro.