Física 1 - FEP111

1ª Provinha - 16/08/2010 - Noturno

Nome: ______________________________ **Turma:**____

1) Em t=0 s, três partículas de massas $m_1 = 3$ kg em $\vec{r}_1 = -4\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$ (m), $m_2 = 1,0$ kg em $\vec{r}_2 = 4\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$ (m), e $m_3 = 2,0$ kg em $\vec{r}_3 = 4\hat{\imath}$ (m), estão se movendo com velocidades $\vec{v}_1 = +2\hat{\imath}$ (m/s), $\vec{v}_2 = +8\hat{\jmath}$ (m/s) e $v_3 = -2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$ (m/s), respectivamente. Em t=2 s, um mecanismo interno altera o movimento das partículas e verifica-se m_1 move-se com velocidade $\vec{v}_1 = -2\hat{\imath}$ (m/s) e que m_2 pára. Sabendo que durante todo o tempo elas **estão sujeitas somente a forças internas**, determine:

(1,0) **a)** O vetor posição do centro de massa no instante inicial;
(1,0) **b)** O vetor velocidade de m_3 em t=2 s;
(1,0) **c)** O vetor velocidade do centro de massa em t=0 e t=2 s;
(1,0) **d)** O vetor posição do centro de massa em t=2 s;
(2,0) **f)** A energia cinética do movimento relativo em t=0 e t=2 s;
(1,0) **g)** Qual foi a energia absorvida ou liberada devido à alteração do movimento das partículas?

(a) $\vec{R}_{cm}(t=0s) = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3}{M} = \dfrac{3(-4\hat{\imath}-4\hat{\jmath}) + 1(4\hat{\imath}-6\hat{\jmath}) + 2(4\hat{\imath})}{6} = -3\hat{\jmath}$ //

(b) $\vec{P}(t=0s) = \vec{P}(t=2s)$ (Conservação do momento linear)

$\Rightarrow \sum_i m_i \vec{v}_i^{\,antes} = \sum_i m_i \vec{v}_i^{\,final} \Rightarrow 3\cdot 2\hat{\imath} + 1\cdot 8\hat{\jmath} + 2(-2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}) = 3\cdot(-2\hat{\imath}) + 2\vec{v}_3$

$\therefore \boxed{\vec{v}_3 = 2\hat{\jmath} + 4\hat{\imath}}$

(c) $\vec{v}_{cm}(t=0s) = \dfrac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{M} = \dfrac{2}{3}\hat{\jmath} + \dfrac{1}{3}\hat{\imath}$. Como $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$, logo $\vec{v}_{cm}$ é constante.

$\boxed{\therefore \vec{v}_{cm}(t=0s) = \vec{v}_{cm}(t=2s) = \frac{1}{3}\hat{\imath} + \frac{2}{3}\hat{\jmath}}$

(d) $\vec{R}_{cm}(t) = \int \vec{v}_{cm}\,dt = \vec{v}_{cm}\cdot t + C$, C = constante de integração. Como $\vec{R}_{cm}(0) = -3\hat{\jmath}$,

logo $C = \vec{R}_{cm}(0) = -3\hat{\jmath}$ e, portanto, $\vec{R}_{cm}(t) = \left(\frac{1}{3}\hat{\imath} + \frac{2}{3}\hat{\jmath}\right)t - 3\hat{\jmath}$. Em t = 2s, temos:

$\boxed{\vec{R}_{cm}(2s) = \frac{2}{3}\hat{\imath} - \frac{5}{3}\hat{\jmath}}$

(e) Em t = 0, o movimento relativo ao C.M.

$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{cm} = \frac{5}{3}\hat{\imath} - \frac{2}{3}\hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{u}_1|^2 = 29/9$
$\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{cm} = -\frac{1}{3}\hat{\imath} + \frac{22}{3}\hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{u}_2|^2 = 485/9$
$\vec{u}_3 = \vec{v}_3 - \vec{v}_{cm} = -\frac{7}{3}\hat{\imath} - \frac{8}{3}\hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{u}_3|^2 = \frac{113}{9}$

$T_{inicial} = \frac{1}{2}m_1|\vec{u}_1|^2 + \frac{1}{2}m_2|\vec{u}_2|^2 + \frac{1}{2}m_3|\vec{u}_3|^2$

$\Rightarrow \boxed{T_{inicial} = \frac{113}{3}\,J}$

Em $t = 2s$, novamente devemos calcular as velocidades relativas:

$\vec{\mu}_1' = -\frac{7}{3}\hat{\imath} - \frac{2}{3}\hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{\mu}_1'|^2 = 53/9$

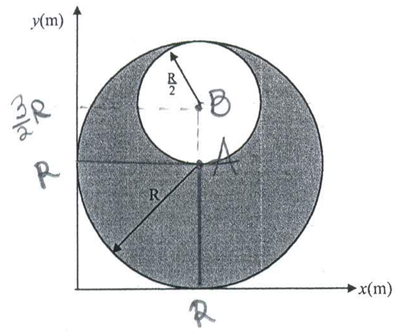
$\vec{\mu}_2' = -\frac{1}{3}\hat{\imath} - \frac{2}{3}\hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{\mu}_2'|^2 = 5/9$

$\vec{\mu}_3' = \frac{11}{3}\hat{\imath} + \frac{4}{3}\hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{\mu}_3'|^2 = 137/9$. Portanto, a energia cinética final do movimento relativo é:

$$T_{final} = \frac{1}{2} m_1 |\vec{\mu}_1'|^2 + \frac{1}{2} m_2 |\vec{\mu}_2'|^2 + \frac{1}{2} m_3 |\vec{\mu}_3'|^2 = \frac{73}{3} J \therefore \boxed{T_{final} = \frac{73}{3} J}$$

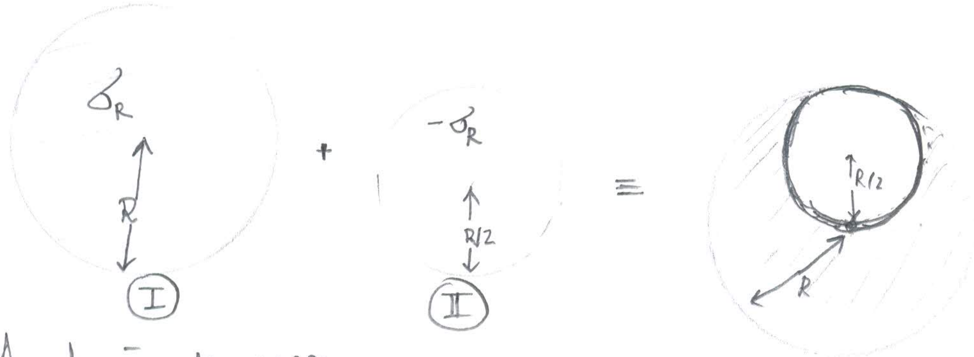
(g) A variação de energia: $\Delta T = \frac{73}{3} - \frac{133}{3} = -20 J$. Portanto, a energia é liberada.

2) (3,0) Uma chapa circular, de raio R, tem um buraco circular de raio R/2. Utilizando o sistema de coordenadas especificado na figura, determine as coordenadas do centro de massa da chapa furada, em função de R.



$A = (R, R)$
$B = (R, 3/2\,R)$

Por simetria, devemos ter $\vec{X}_{cm} = R\hat{i}$. Vamos tratar a chapa de raio $\frac{R}{2}$ com uma distribuição de massa $\sigma_{R/2}$ negativa. Para a chapa de raio R, temos σ_R, com $\sigma_{R/2} = -\sigma_R$ e $\sigma_R > 0$.



$\sigma = \frac{\text{massa}}{\text{Área}}$

A relação de massa:

$\sigma_R = \text{constante}$ $\quad \left.\begin{array}{l} M \text{ —— } \pi R^2 \\ m \text{ —— } \pi (R/2)^2 \end{array}\right\}$ $M = 4m$. O vetor centro de massa:

$$\vec{R}_{cm} = \frac{m_I \vec{R}_I + m_{II} \cdot \vec{R}_{II}}{m_I + m_{II}}$$

mas: $\begin{cases} m_I = \sigma_R \cdot \text{Área} = \pi R^2 \sigma_R \\ m_{II} = -\sigma_R \cdot \text{Área} = -\frac{\pi R^2}{4} \sigma_R \end{cases}$. Então,

$$\vec{R}_{cm} = \frac{\cancel{\pi R^2 \sigma_R} \cdot (R\hat{i} + R\hat{j}) - \frac{\cancel{\pi R^2}}{4} \cancel{\sigma_R} \cdot (R\hat{i} + \frac{3}{2}R\hat{j})}{\frac{3}{4}\cancel{\pi R^2 \sigma_R}} = \frac{(R\hat{i} + R\hat{j}) - 1/4\,(R\hat{i} + \frac{3}{2}R\hat{j})}{\frac{3}{4}} =$$

$$= \frac{4}{3}R\hat{i} + \frac{4}{3}R\hat{j} - \frac{1}{3}R\hat{i} - \frac{1}{2}R\hat{j} = R\hat{i} + \frac{5}{6}R\hat{j}$$

$$\therefore \boxed{\vec{R}_{cm} = R\hat{i} + \frac{5}{6}R\hat{j}}$$