



PRO 2271 ESTATÍSTICA I

Prof.Dr. Marco Aurélio de Mesquita
marco.mesquita@poli.usp.br

São Paulo, 2008

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção



PRO 2271 ESTATÍSTICA I

Sumário:

1. Estatística Descritiva
2. Cálculo de Probabilidades
3. Distribuições de Probabilidades
4. Distribuições Contínuas
5. Intervalos de Confiança
6. Testes de Hipóteses
7. Análise de Variância
8. Correlação e Regressão Linear

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

2



PRO 2271 ESTATÍSTICA I

1. Estatística Descritiva

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção



Introdução

Estatística:

- ciência dos dados, proporciona métodos para coleta, representação e análise de dados

Aplicações:

- engenharia, administração, economia, ciências sociais, medicina e saúde, meio ambiente etc

Estatística Descritiva:

- síntese e representação dos dados

Inferência Estatística:

- afirmação sobre a população ou processo em estudo, com base em dados amostrais e sujeitas ao erro estatístico

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção 4



População e Amostra

População:

- conjunto de elementos com característica comuns (exemplo, alunos da POLI)

Amostra:

- qualquer subconjunto extraído da população (exemplo, uma turma de PRO2271)

População ou Processo?

Variáveis

- Qualitativas: atributos
- Quantitativas: inteiras (contagem) ou contínuas (medição)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

5



Exemplo - Variáveis

| Pessoas | Carros |
|-----------------------|---------------------|
| – Nome | – Marca / Modelo |
| – Idade | – Cor |
| – Gênero | – Ano de Fabricação |
| – Formação | – Motor |
| – Estado Civil | – Potência |
| – Cargo | – Torque |
| – Data de Contratação | – Aceleração |
| – Salário | – Consumo |
| – Peso | – Autonomia |
| – Altura | – Comprimento |
| | – Largura |

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

6




Parâmetros e Estatísticas

Parâmetro:

- valores que determinam a distribuição de uma variável aleatória associada a uma população ou processo

Estatística:

- valores calculados a partir de uma ou mais amostras, que fornecem estimativa de um parâmetro

| Parâmetro | Estatística |
|-----------|-------------|
| μ | \bar{x} |
| σ | s |
| p | \hat{p} |

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Produção

7




Amostragem

Exemplo: Levantamento de Opinião Pública

- 1. Amostragem Casual**
 - » centenas de milhares de eleitores na Av. Paulista, durante alguns meses de pesquisa, abordados aleatoriamente
- 2. Amostragem Aleatória**
 - » sorteio de dois mil eleitores, a partir do cadastro do TRE
- 3. Amostragem Estratificada**
 - » seleção dos domicílios eleitorais e, em seguida dos eleitores, proporcionalmente à população da região, estado, município, bairro e logradouro

Há diferentes Métodos de Amostragem para cada aplicação específica da Estatística

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Produção

8



Estadística Descritiva

Apresentar dados amostrais ou populacionais (censo)

Recursos: Tabelas e Gráficos

Relatórios Técnicos, Anuários Estatísticos etc

Exemplos:

- www.ibge.gov.br
- www.sistemas.usp.br/anuario
- www.anfavea.com.br/anuario.htm etc

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

9



Representação Gráfica

Diagrama de Barras e Circular

Histograma e *Box-Plot*

Diagrama de dispersão

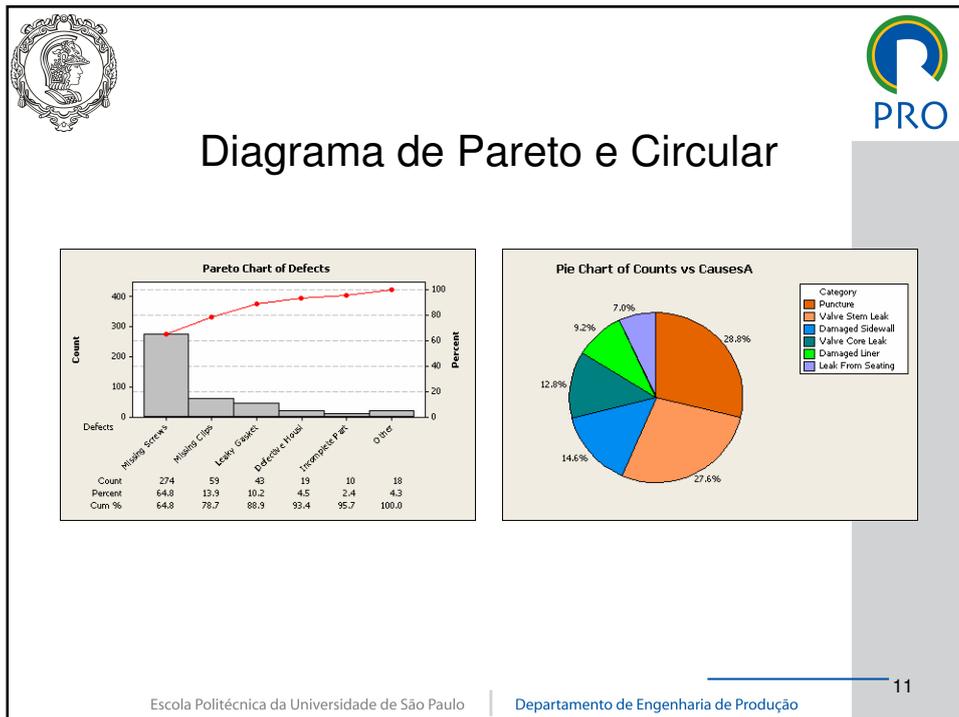
Gráficos de Controle

Séries Temporais

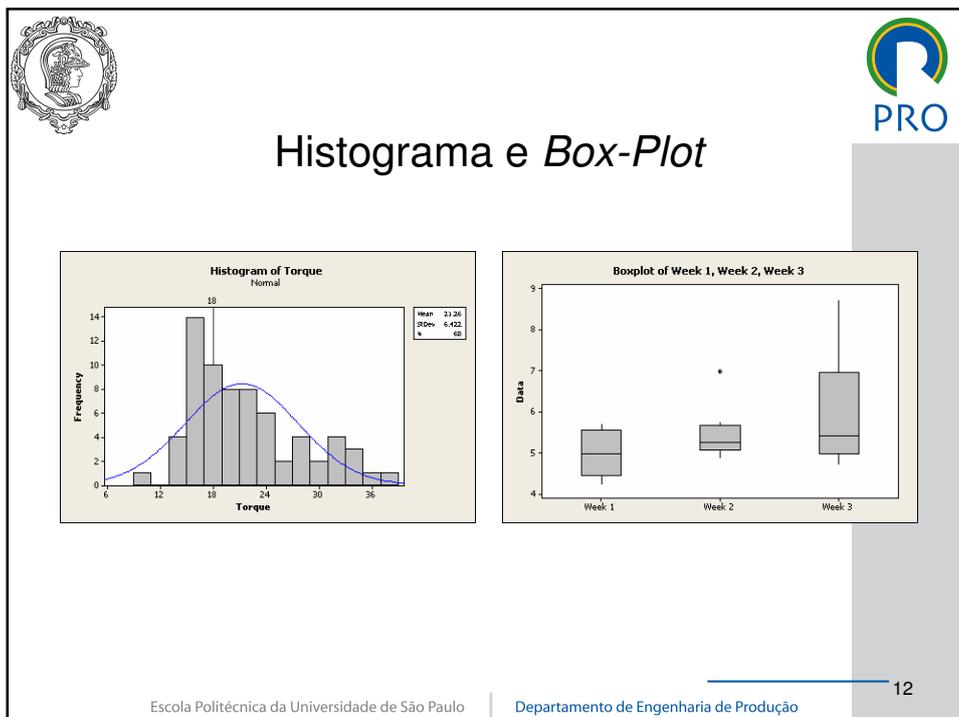
- etc, etc...

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

10



11

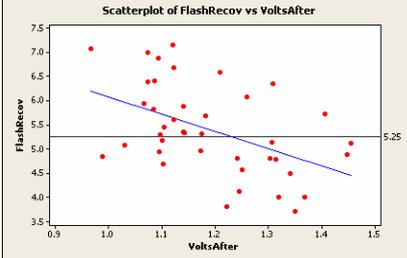


12



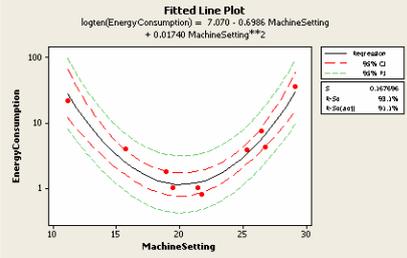

Diagrama de Dispersão

Scatterplot of FlashRecov vs VoltsAfter



Fitted Line Plot

logten(EnergyConsumption) = 7.070 - 0.6988 MachineSetting
+ 0.01740 MachineSetting²



| | |
|-----------|----------|
| S | 0.167096 |
| R-Sq | 99.1% |
| R-Sq(Adj) | 99.1% |

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

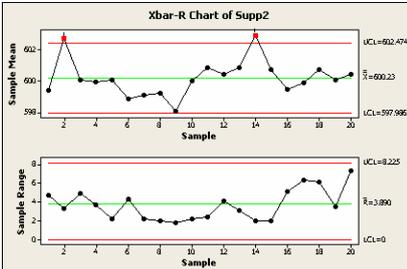
Departamento de Engenharia de Produção

13

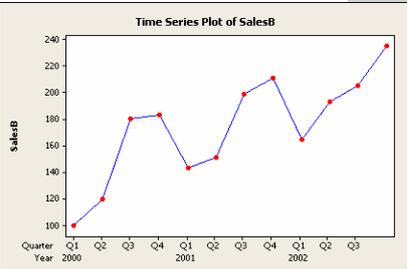



Gráficos de Controle e Série Temporal

Xbar-R Chart of SuppZ



Time Series Plot of SalesB



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

14




Estatísticas

Variáveis qualitativas

- Frequência Relativa (%)

Variáveis quantitativas

- Medidas de Tendência
 - » média, mediana, quartil etc
- Medidas de Dispersão
 - » amplitude, variância, desvio-padrão etc
- Outros Indicadores
 - » assimetria, curtose etc

15

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção




Exemplo 1 – Variável Qualitativa

Levantamento de Opinião Pública

- Amostra: 400 eleitores
- Variável: nível de aprovação
- Contagem: 96 “ótimo / bom”
- Estatística: 24% “ótimo / bom”
- Erro Padrão: $\pm 2,1\%$

$$n = 400 \quad \hat{p} = 24\% \quad s_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2,1\%$$

16

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção



Exemplo 2 – Variável Quantitativa



| | | | | | | | | | |
|------|------|-------------|------|------|------|-------------|------|------|------|
| 77,6 | 81,2 | 76,3 | 79,5 | 81,9 | 80,2 | 84,6 | 78,5 | 83,3 | 83,6 |
| 83,2 | 81,2 | 79,6 | 81,9 | 82,0 | 82,5 | 78,3 | 82,1 | 81,5 | 80,0 |
| 84,5 | 83,2 | 78,4 | 84,6 | 80,6 | 81,3 | 77,2 | 83,1 | 79,0 | 80,4 |
| 81,1 | 84,7 | 81,8 | 80,7 | 82,1 | 81,6 | 80,4 | 82,4 | 81,9 | 78,0 |
| 88,1 | 81,1 | 75,5 | 76,3 | 80,1 | 85,7 | 83,0 | 80,5 | 79,5 | 85,1 |
| 83,0 | 78,5 | 80,4 | 81,5 | 79,0 | 78,7 | 83,9 | 84,4 | 86,9 | 82,1 |
| 81,6 | 83,7 | 79,7 | 87,8 | 84,6 | 83,8 | 79,6 | 81,6 | 79,4 | 82,5 |
| 85,4 | 83,6 | 82,1 | 85,0 | 88,9 | 81,3 | 85,9 | 81,7 | 78,2 | 82,7 |
| 86,1 | 80,9 | 80,8 | 80,4 | 81,0 | 83,9 | 90,5 | 85,7 | 77,5 | 84,1 |
| 79,5 | 85,9 | 81,5 | 85,0 | 81,5 | 84,2 | 86,2 | 81,4 | 83,8 | 77,1 |

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

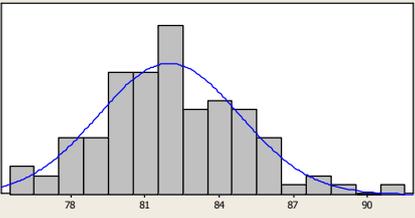
17



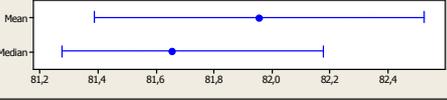
Exemplo 2 (cont.) – Saída Minitab®



Summary for X




95% Confidence Intervals



Anderson-Darling Normality Test

A-Squared 0,24
P-Value 0,763

Mean 81,954
StDev 2,858
Variance 8,168
Skewness 0,287284
Kurtosis 0,192293
N 100

Minimum 75,500
1st Quartile 80,125
Median 81,650
3rd Quartile 83,875
Maximum 90,500

95% Confidence Interval for Mean
81,387 82,521

95% Confidence Interval for Median
81,274 82,177

95% Confidence Interval for StDev
2,509 3,320

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

18



Média amostral

Média aritmética dos valores da amostra

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{T}{n}$$

Exemplo: 40, 50, 60, 80 e 120

$$\bar{x} = \frac{40 + 50 + 60 + 80 + 120}{5} = \frac{350}{5} = 70$$

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

19



Mediana

Mediana: valor intermediário da amostra ordenada

- se n ímpar, a mediana será o valor intermediário;
- senão, tomar a média dos dois valores intermediários

Exemplo:

- 40, 50, 60, 80 e 120
- mediana: $\tilde{x} = 60$

Média ou Mediana, qual o melhor indicador?

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção

20




Quartil

Quartis: dividem a amostra ordenada em 4 grupos

- 1o Quartil: 25% menores
- 2o Quartil = Mediana
- 3o Quartil: 25% maiores

Exemplo: notas da primeira prova de uma turma de 40 alunos

- n=40: $x_{\min}=0$ $Q_1=4,5$ $Md=5,5$ $Q_3=7,0$ $x_{\max}=9,5$

Outros indicadores: Decil (10%) e Percentil (1%)

21

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção




Medidas de Dispersão

Amplitude: $R = x_{\max} - x_{\min}$ (*Range*)

Variância: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

Desvio Padrão: $s = \sqrt{s^2}$ (*standard deviation*)

22

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção



Cálculo da Variância



Exemplo 1: 40 45 50 55 60

$$s^2 = \frac{(40-50)^2 + (45-50)^2 + (50-50)^2 + (55-50)^2 + (60-50)^2}{5-1}$$

$$s^2 = 62,5 \Rightarrow s = \sqrt{s^2} = 7,9$$

Exemplo 2: 10 30 50 70 90

$$\bar{x} = 50 \quad s = 31,6$$

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

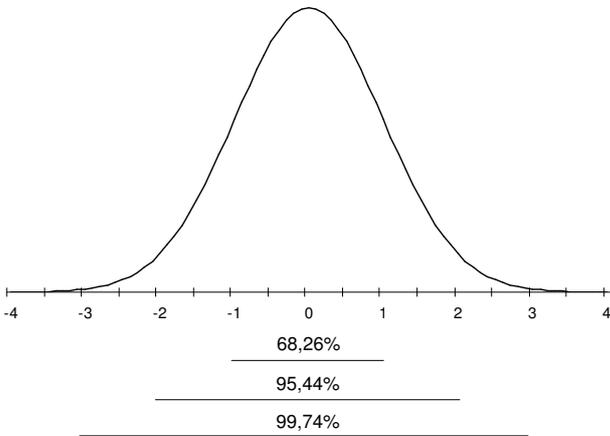
Departamento de Engenharia de Produção

23



Desvio Padrão - Curva Normal





The figure shows a normal distribution curve centered at 0 on a horizontal axis ranging from -4 to 4. Three horizontal bars below the curve indicate the following percentages of data within specific ranges:

- 68,26% between -1 and 1
- 95,44% between -2 and 2
- 99,74% between -3 and 3

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

24




Cálculo da Variância (cont.)

Fórmula Alternativa de Cálculo:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{Q - \frac{T^2}{n}}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

onde: T = soma simples e
Q = soma dos quadrados

25

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção




Cálculo da Variância (cont.)

Exemplo: 40, 45, 50, 55 e 60

$$n = 5 \quad T = 250$$

$$Q = 40^2 + 45^2 + 50^2 + 55^2 + 60^2 = 12.750$$

$$\Rightarrow s^2 = \frac{12750 - 250^2/5}{5-1} = 62,5$$

$$s^2 = \frac{Q - \frac{T^2}{n}}{n-1}$$

26

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção




Resumo Estatístico

Amostra: 40 45 50 55 60

| Estatística | Valor |
|--------------------|-------|
| Tamanho da Amostra | 5 |
| Média | 50,0 |
| Mediana | 50 |
| Amplitude | 20 |
| Variância | 62,5 |
| Desvio-padrão | 7,9 |
| Coef. de Variação | 15,8% |

27

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção




Propriedades da Média e Variância

Seja x_1, x_2, \dots, x_n uma amostra aleatória e $y=ax+b$, então:

1. $\bar{y} = a \cdot \bar{x} + b$
2. $s_y^2 = a^2 \cdot s_x^2 \quad (s_y = |a| \cdot s_x)$

Exemplo: 40, 45, 50, 55 e 60, $y=(x-50)/5 \Rightarrow x=5y+50$

$y: -2, -1, 0, +1 \text{ e } +2 \Rightarrow \bar{y} = 0 \quad s_y^2 = 2,5$

$\Rightarrow \bar{x} = 50 \quad s_x^2 = 62,5$

28

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo | Departamento de Engenharia de Produção



Cálculo da Média e Variância

a partir da Distribuição de Freqüências



$$\text{Média: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i \cdot f_i}{n} = \frac{T}{n}$$

$$\text{Variância: } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i^2 \cdot f_i - \frac{(\sum_{i=1}^m x_i \cdot f_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{Q - \frac{T^2}{n}}{n-1}$$

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

29

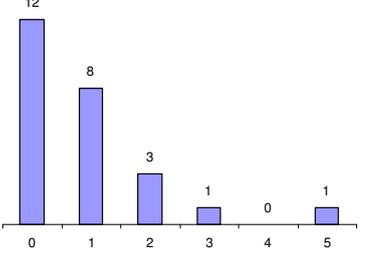


Exemplo



Determine a média e o desvio padrão da amostra abaixo.

| x_i | f_i | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|----------|-------|-----------|-------------|
| 0 | 12 | 0 | 0 |
| 1 | 8 | 8 | 8 |
| 2 | 3 | 6 | 12 |
| 3 | 1 | 3 | 9 |
| 4 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 5 | 25 |
| $n = 25$ | | $T = 22$ | $Q = 54$ |



$\bar{x} = 0,88$ $s = 1,20$

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

30

EXERCÍCIOS

- 1) Um processo de fabricação é controlado, retirando-se regularmente amostras com 250 itens. Após a inspeção de 20 amostras, obteve-se a seguinte distribuição de defeitos: Mancha, 104; Trinca, 10; Deformação, 42; Quebrado, 4; Risco, 20; Aspereza, 6 e 14 outros defeitos. Construa um **gráfico de Pareto** e analise os resultados. Qual a probabilidade de uma peça manchada?

Tabela 1.1 Distribuição de freqüências dos defeitos no processo de inspeção.

| Tipo de Defeito | Freqüência | Freqüência Acumulada | Freqüência Relativa | Freq. Relativa Acumulada |
|-----------------|------------|----------------------|---------------------|--------------------------|
| Mancha | | | | |
| Deformação | | | | |
| Risco | | | | |
| Trinca | | | | |
| Aspereza | | | | |
| Quebrado | | | | |
| Outros | | | | |
| Total | | | | |

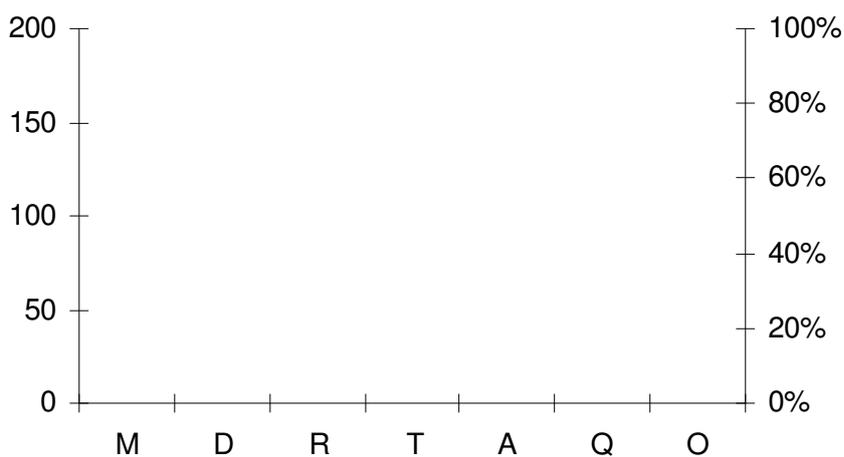


Figura 1.1 Gráfico de Pareto por tipo de defeito.

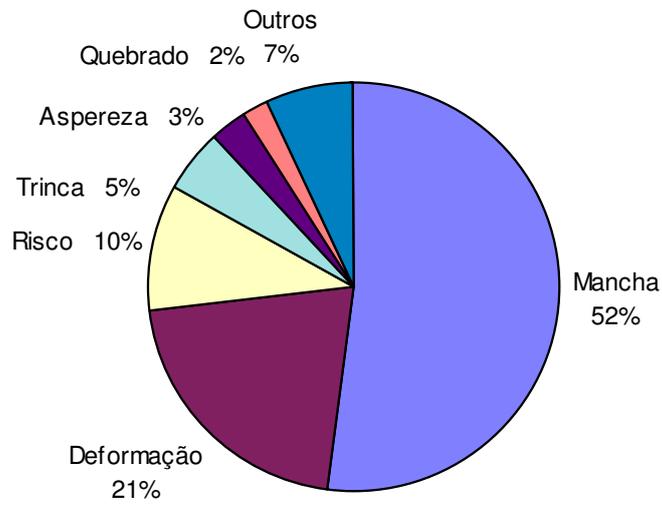


Figura 1.2 Diagrama Circular por tipo de defeito.

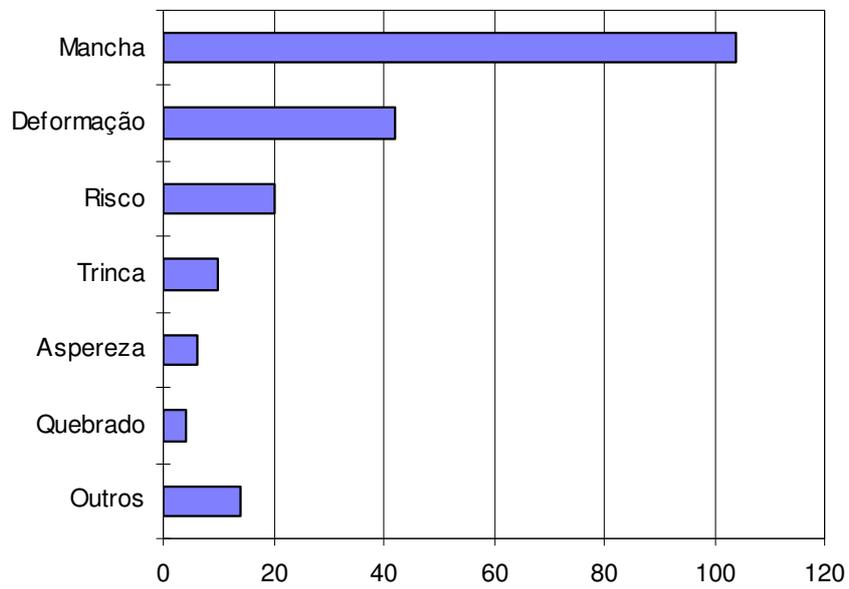


Figura 1.3 Diagrama de Barras por tipo de defeito.

- 2) Os dados abaixo correspondem à quantidade de defeitos por unidade, em uma amostra com 100 dispositivos. Qual o tipo de variável em questão? Represente graficamente os dados da amostra e determine o número médio de defeitos por unidade.

Tabela 1.2 Distribuição de defeitos por unidade.

| Quantidade de defeitos | Frequência | Freq. Rel. Acumulada | |
|------------------------|------------|----------------------|--|
| 0 | 20 | | |
| 1 | 30 | | |
| 2 | 25 | | |
| 3 | 14 | | |
| 4 | 7 | | |
| 5 | 3 | | |
| 6 | 0 | | |
| 7 | 1 | | |
| 8 | 0 | | |
| Total | 100 | | |

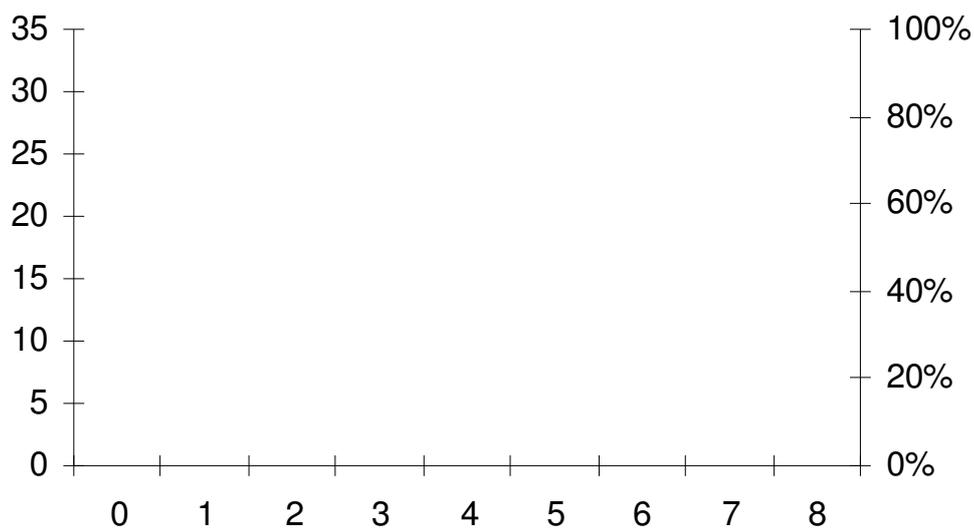


Figura 1.4 Distribuição de defeitos por unidade.

- 3) Os dados abaixo representam a carga estática máxima em um ensaio de resistência. Elabore um diagrama de ramos-e-folhas a partir desta da amostra. A seguir, determine uma distribuição de freqüências e construa o histograma correspondente.

| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 76,3 | 81,5 | 78,2 | 77,9 | 80,2 |
| 82,6 | 78,0 | 76,7 | 75,9 | 78,5 |
| 78,4 | 79,4 | 79,0 | 81,6 | 74,6 |
| 77,6 | 79,6 | 81,1 | 77,3 | 80,2 |
| 78,5 | 84,1 | 81,5 | 82,5 | 79,1 |

74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84

Tabela 1.3 Distribuição de freqüências ...

| Classe | Freqüência Absoluta | Freq. Abs. Acumulada | Freqüência Relativa | Freq. Rel. Acumulada |
|-------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
| 74,0 - 75,9 | | | | |
| 76,0 - 77,9 | | | | |
| 78,0 - 79,9 | | | | |
| 80,0 - 81,9 | | | | |
| 82,0 - 83,9 | | | | |
| 84,0 - 85,9 | | | | |
| Total | | | | |

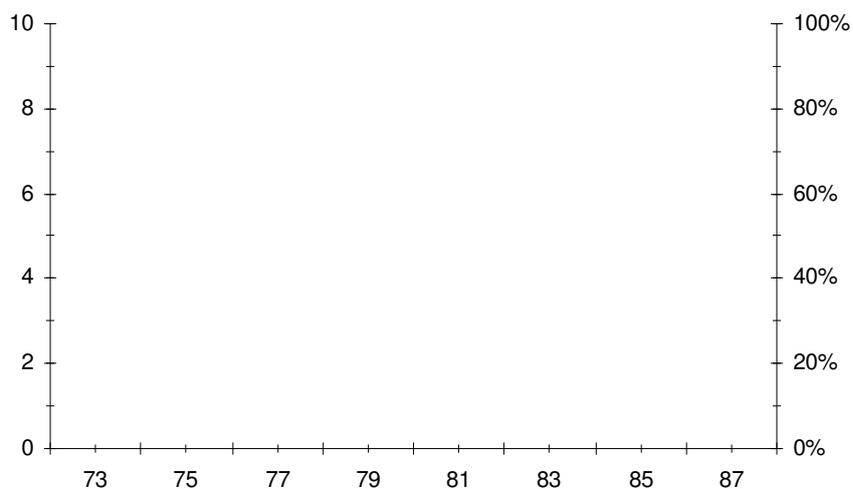


Figura 1.5 Distribuição de Freqüências ...

Descriptive Statistics:

| Variable | N | Mean | Median | TrMean | StDev | SE Mean |
|----------|----|--------|--------|--------|-------|---------|
| X | 25 | 79,212 | 79,000 | 79,200 | 2,303 | 0,461 |

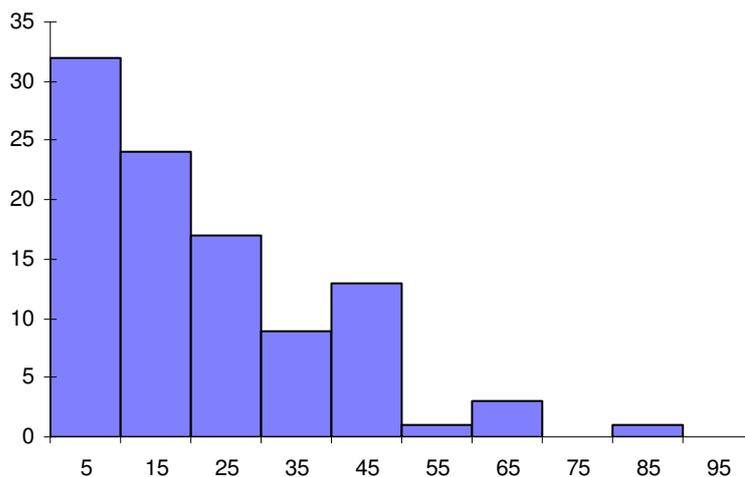
| Variable | Minimum | Maximum | Q1 | Q3 |
|----------|---------|---------|--------|--------|
| X | 74,600 | 84,100 | 77,750 | 81,300 |

- 4) Os dados abaixo constituem os tempos de reparo (em min) de um equipamento. Determine a distribuição de freqüências e construa o histograma correspondente. ■

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 43 | 32 | 40 | 08 | 03 | 22 | 46 | 01 | 20 | 16 |
| 19 | 48 | 08 | 06 | 60 | 18 | 49 | 09 | 16 | 10 |
| 09 | 66 | 05 | 14 | 12 | 26 | 09 | 19 | 04 | 04 |
| 81 | 45 | 29 | 22 | 36 | 01 | 06 | 30 | 36 | 06 |
| 28 | 20 | 01 | 18 | 44 | 55 | 66 | 10 | 03 | 13 |
| 35 | 34 | 01 | 04 | 11 | 30 | 20 | 27 | 14 | 20 |
| 07 | 10 | 29 | 10 | 40 | 18 | 40 | 01 | 46 | 05 |
| 15 | 48 | 27 | 08 | 31 | 01 | 17 | 13 | 04 | 21 |
| 10 | 03 | 34 | 09 | 23 | 47 | 47 | 05 | 25 | 28 |
| 01 | 14 | 01 | 17 | 12 | 24 | 07 | 02 | 01 | 11 |

Tabela 1.4 Distribuição dos tempos de reparo.

| Classe | Ponto Médio | Freqüência | Freqüência Acumulada |
|---------|-------------|------------|----------------------|
| 0 - 10 | 5 | 32 | 32 |
| 10 - 20 | 15 | 24 | 56 |
| 20 - 30 | 25 | 17 | 73 |
| 30 - 40 | 35 | 9 | 82 |
| 40 - 50 | 45 | 13 | 95 |
| 50 - 60 | 55 | 1 | 96 |
| 60 - 70 | 65 | 3 | 99 |
| 70 - 80 | 75 | 0 | 99 |
| 80 - 90 | 85 | 1 | 100 |
| Total | | 100 | |



$$\bar{x} = 21,0$$

$$s = 17,4$$

Figura 1.6 Distribuição dos tempos de reparo.

- 5) Calcule a média, a mediana, os quartis, a amplitude e o desvio padrão da amostra de valores abaixo. A seguir, represente os dados graficamente.

112,7 113,6 114,2 114,4 114,5 115,3 115,4 115,8
116,2 116,8 116,9 117,0 117,1 117,7 118,2 123,6

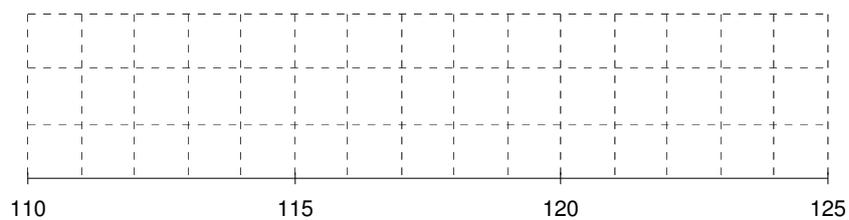


Figura 1.7 Diagrama *Box Plot*.

- 6) Os dados abaixo representam o desempenho de três grupos de 10 alunos em um teste. Construa um *box plot* para cada amostra e compare os resultados.

Tabela 1.5 Resultados dos testes de cada grupo.

| Grupo | Desempenhos | | | | | | | | | |
|-------|-------------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 90 | 94 | 96 | 100 | 104 | 106 | 106 | 110 | 113 | 115 |
| 2 | 73 | 76 | 80 | 82 | 86 | 88 | 91 | 97 | 104 | 110 |
| 3 | 80 | 82 | 84 | 86 | 86 | 86 | 87 | 93 | 98 | 100 |

Descriptive Statistics:

| Variable | n | Mean | StDev | Minimum | Maximum | Q1 | Median | Q3 |
|----------|----|--------|-------|---------|---------|-------|--------|--------|
| A | 10 | 103,40 | 8,29 | 90,00 | 115,00 | 95,50 | 105,00 | 110,75 |
| B | 10 | 88,70 | 12,01 | 73,00 | 110,00 | 79,00 | 87,00 | 98,75 |
| C | 10 | 88,20 | 6,65 | 80,00 | 100,00 | 83,50 | 86,00 | 94,25 |

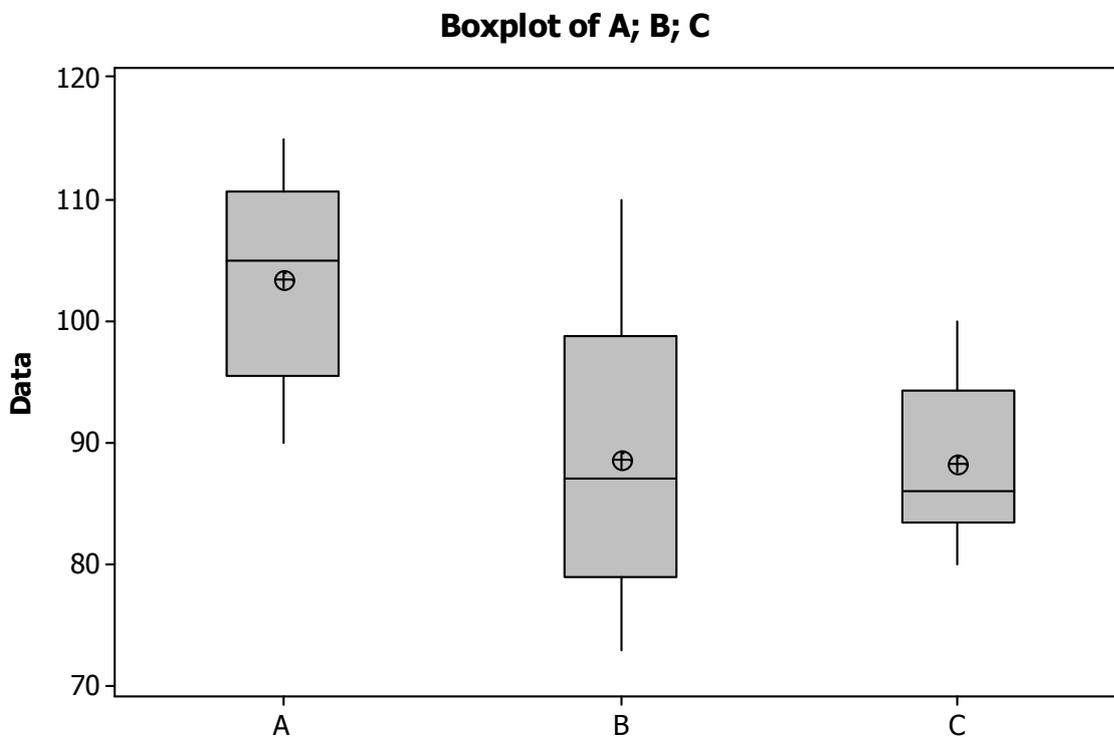


Figura 1.8 Diagrama comparativo dos desempenhos.

7) Os dados abaixo representam as notas finais de doze alunos nas disciplinas de Matemática e Física. Construa um **diagrama de dispersão** e verifique se há correlação linear entre as notas.

| Matemática | Física |
|------------|--------|
| 51 | 74 |
| 68 | 70 |
| 72 | 88 |
| 97 | 93 |
| 55 | 67 |
| 95 | 99 |
| 20 | 33 |
| 91 | 91 |
| 74 | 80 |
| 80 | 86 |

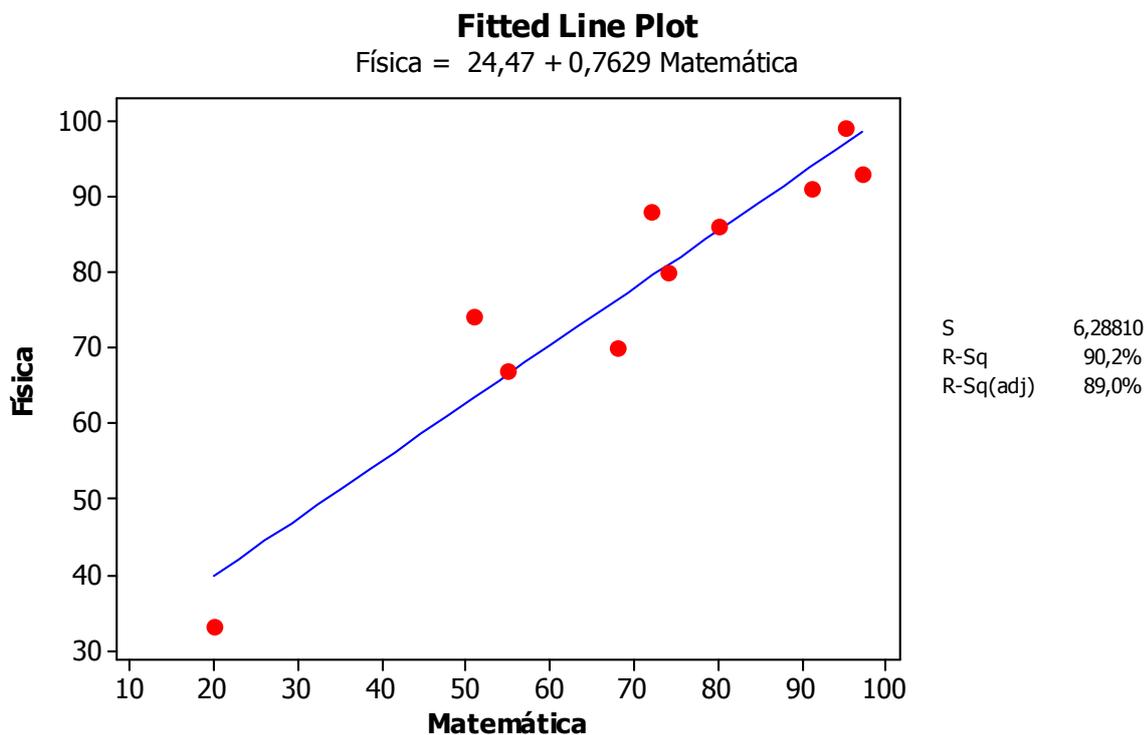


Figura 1.9 Digrama de Dispersão entre as notas de Matemática e Física.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1) Na inspeção de um lote de placas de circuito impresso, foram detectadas as seguintes desconformidades: componente incorreto, 210; soldagem incorreta, 121; faltando componente, 103; falha de componente, 68; outros, 81. Após a implementação de ações de melhoria, a incidência de defeitos em um lote com o mesmo número de placas resultou em: componente incorreto, 63; soldagem incorreta, 100; faltando componente, 24; falha de componente, 72; outros, 58. Represente graficamente os dados e compare as situações "antes" e "depois".

- 2) Determine uma distribuição de freqüências e construa o histograma correspondente para os dados abaixo. Calcule a média, os quartis, o desvio padrão amostrais e a porcentagem de valores fora do intervalo $82,5 \pm 2,5$.

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 75,5 | 78,4 | 79,6 | 80,5 | 81,3 | 81,7 | 82,4 | 83,6 | 84,5 | 85,7 |
| 76,3 | 78,5 | 79,6 | 80,6 | 81,3 | 81,8 | 82,5 | 83,6 | 84,6 | 85,9 |
| 76,3 | 78,5 | 79,7 | 80,7 | 81,4 | 81,9 | 82,5 | 83,7 | 84,6 | 85,9 |
| 77,1 | 78,7 | 80,0 | 80,8 | 81,5 | 81,9 | 82,7 | 83,8 | 84,6 | 86,1 |
| 77,2 | 79,0 | 80,1 | 80,9 | 81,5 | 81,9 | 83,0 | 83,8 | 84,7 | 86,2 |
| 77,5 | 79,0 | 80,2 | 81,0 | 81,5 | 82,0 | 83,0 | 83,9 | 85,0 | 86,9 |
| 77,6 | 79,4 | 80,4 | 81,1 | 81,5 | 82,1 | 83,1 | 83,9 | 85,0 | 87,8 |
| 78,0 | 79,5 | 80,4 | 81,1 | 81,6 | 82,1 | 83,2 | 84,1 | 85,1 | 88,1 |
| 78,2 | 79,5 | 80,4 | 81,2 | 81,6 | 82,1 | 83,2 | 84,2 | 85,4 | 88,9 |
| 78,3 | 79,5 | 80,4 | 81,2 | 81,6 | 82,1 | 83,3 | 84,4 | 85,7 | 90,5 |

- 3) Considerem-se as amostras I e II de um processo, apresentadas abaixo.
 Pede-se:
 - a) construa um *box-plot* para cada uma das amostras;
 - b) calcule a média e o desvio padrão de cada amostra;
 - c) compare os resultados obtidos.

| I | | | | | II | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 49,0 | 49,3 | 49,5 | 49,9 | 50,2 | 51,7 | 51,6 | 52,0 | 52,3 | 52,6 |
| 49,2 | 49,3 | 49,6 | 50,0 | 50,2 | 50,4 | 51,6 | 52,1 | 52,4 | 52,6 |
| 49,2 | 49,4 | 49,7 | 50,2 | 50,5 | 51,1 | 51,7 | 52,3 | 52,5 | 52,8 |
| 49,2 | 49,5 | 49,7 | 50,2 | 50,7 | 51,3 | 51,9 | 52,3 | 52,5 | 52,9 |
| | | | | | 51,5 | 52,0 | 52,3 | 52,5 | 52,9 |

- 4) Um experimento para avaliar a durabilidade de certo componente forneceu os seguintes resultados (em horas) : 75, 95, 100+, 81, 93, 66, 47, 100+, 35 e 69. Quais medidas de tendência central poderiam ser utilizadas para a variável em questão ? Como seria possível avaliar a dispersão da variável aleatória em questão. Represente os dados graficamente.

- 5) Calcule a média, a mediana, os quartis e o desvio padrão da seguinte distribuição de freqüências:

| x_i | f_i |
|-------|-------|
| 75 | 01 |
| 77 | 06 |
| 79 | 16 |
| 81 | 32 |
| 83 | 22 |
| 85 | 16 |
| 87 | 04 |
| 89 | 02 |
| 91 | 01 |
| | 100 |

- 6) Seja x_1, x_2, \dots, x_n uma amostra aleatória e \bar{x}, s^2, s , respectivamente, a média, a variância e o desvio padrão amostrais. Determine a média, variância e desvio padrão de z_1, z_2, \dots, z_n onde $z_i = (x_i - \bar{x})/s$.
- 7) Utilizando a planilha MS Excel, obtenha 25 amostras aleatórias com 10 valores cada a partir de uma distribuição normal com média 50 e desvio padrão 2. Construa os gráficos de controle da média e do desvio padrão.