Física moderna 1 - 2º semestre/ 2010

Crédito-trabalho
Atividade 5: A Velha Mecânica Quântica
Data de entrega: 30/09/2010

17 de setembro de 2010

1. **Espalhamento Rutherford**

   Como mencionamosna atividade anterior (atividade 4), caso a energia fosse menor, efeitos quânticos poderiam ser importantes. O comprimento de onda, λ, associado ao movimento do projétil (comprimento de onda de de Broglie) aumentaria enquanto a distância de máxima aproximação ($D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZe^2}{Mv^2/2}$) diminuiria mais rapidamente, podendo atingir um limite em que os efeitos de difração seriam importantes ($\lambda \approx$ distância de máxima aproximação).

   - Calcule a relação $\frac{\lambda}{D}$, onde D é a distância de máxima aproximação, com relação a possíveis energias mais baixas da partícula alfa. Verifique que no caso do Au elas nunca terão a mesma ordem de grandeza e analise o caso para um elemento de número atômico menor.

2. **Problemas Interpretativos da Mecânica de Bohr**

   Embora a nova teoria tenha ganho aceitação imediata, sua interpretação física ainda estava *"repleta de discrepâncias internas, que se manifestam nos argumentos sobre continuidade versus descontinuidade, e partícula versus onda."* W. Heisenberg

   ### *Princípio da Correspondência*

   "...Rutherford tinha analisado um modelo "saturniano"do átomo ou, em linguagem mais moderna, um modelo nuclear. Bohr levou esse modelo muito a sério, a despeito da dificuldade apresentada por sua instabilidade mecânica e elétrica.

   (...) para que o modelo sobrevivesse, fazia-se necessário achar uma solução radical que permitisse tanto a estabilidade quanto um raio fixo. (...)O *quantum* de ação, a constante de Planck, deveria desenpenhar um papel. (...) tentativas de se introduzir o h ou foram inócuas ou seguiram por trilhas erradas. Bohr poderou sobre esses problemas e idéias (...) Em junho ou julho 1912, preparou um memorando sobre o assunto, para discuti-lo com Rutherford.

   (...) No início de 1913 é que um estudante seu amigo, Hans Marius Hansen, indagou de Bohr o que é que seu modelo tinha a dizer a respeito de espectros. Quando Bohr afirmou que não sabia dizer nada sobre o assunto, Hansen aconcelhou-o a dar uma olhada na fórmula de Balmer. "Logo que vi a fórmula de Balmer, tudo se tornou claro para mim"—declarou Bohr muitos anos mais tarde."[1]

A partir de algumas hipóteses (uma delas fazendo uso de um embrião do princípio de correspondência para poder descrever o comportamento do elétron numa órbita estacionária). Bohr formula sua teoria, obtendo uma previsão teórica do espectro do átomo de hidrogênio e também explicava a regularidade nos espectros emitidos de vários átomos monoeletrônicos. Através do experimento de Franck-Hertz foi feita a verificação da existência de órbitas discretizadas.

Porém, a teoria de Bohr não podía ser considerada uma teoria completa. Sem o conhecimento dos mecanismos no qual a emissão/absorção de radiação ocorre, esta pode apenas determinar as frequências, mas não a intensidade nem a polarização da luz emitida/absorvida pelo átomo. [2]

Analisando o que foi dito anteriormente responda as seguintes perguntas: Qual a importância e quais foram as consequências do Princípio de correspondência no modelo quântico formulado por Bohr? Qual o limite clássico da teoria de Bohr?

Princípio de Incerteza de Heisenberg

No artigo no qual Heisenberg apresentou pela primeira vez o princípio da incerteza, ele utilizou dois argumentos que levam a versões conceitualmente distintas da relação de incerteza. Aqui iremos deduzir um dos argumentos utilizando a noção de "pacote de onda". O segundo, é a "experiência de pensamento" formulada por ele, o microscópio de Heisenberg[3] (Ver cap.3 seção 3-3 do livro do Eisberg ou na referência[4]).

- **Versão ondulatória**

  Uma onda plana é uma função matemática dada por:

  $$\Psi = sen(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi\nu t)$$

  Veja que o número de onda k ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$) e a freqüência ν da onda plana possuem valores conhecidos, não há incerteza. A onda plana se estende desde - ∞ até $+\infty$. O que implica em uma incerteza total na posição do elétron, que pode estar localizado em qualquer ponto do eixo x. Um pacote de ondas interessante de se trabalhar é o pacote gaussiano. A função gaussiana é dada por:

  $$\Psi(x) = Ae^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

  Como podemos ver na figura 1, a gaussiana cai (assume valores próximos de zero) muito rapidamente, fora do ponto máximo. Assim, quando a onda associada a um elétron possui uma forma gaussiana, nós temos mais informação sobre a localização do elétron do que quando este está associado a uma onda plana, em cujo caso a informação disponível é que não sabemos onde ele se localiza.

[1] Segre, E. Dos raios X aos Quarks. Físicos Modernos e suas Descobertas. Universidade de Brasília. Brasília, 1982.

[2] Tomonaga, S. Quantum Mechanics. Tokyo University of Education, Japan. Japan, 1968

[3] No livro do Eisberg-Resnick, está como 'microscópio de Bohr'

[4] CHIBENI, Silvio Seno. Certezas e incertezas sobre as relações de Heisenberg. Rev. Bras. Ensino Fís., São Paulo, v. 27, n.2, jun. 2005.

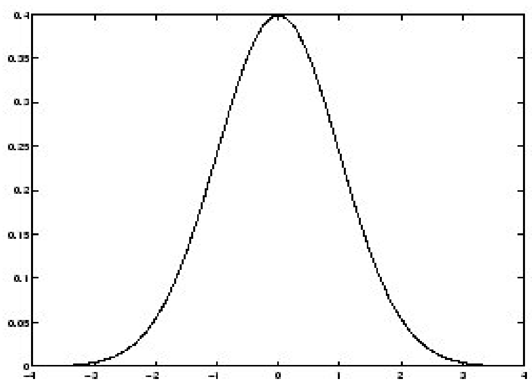

Figura 1: Gaussiana

Ao construirmos um pacote de ondas gaussiano estamos abrindo mão da precisão infinita que tínhamos no valor de k para o caso da onda plana.

(a) Faça a transformada de Fourier da função gaussiana dada acima e esboce o seu gráfico. O que representa a função que você obteve?

(b) Calcule os desvios padrão, σ_x, da posição x do pacote e o desvio σ_k do número de onda k.

(c) No resultado anterior substitua $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ e use a relação de de Broglie para obter o princípio da incerteza.[5] Qual é o significado físico do produto dos desvios?

Formulário:

$$\Psi'(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) e^{-ikx} dx \text{ (Transformada de Fourier)}$$

$$\int_0^\infty e^{-bx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2b}}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\bar{z^2} - \bar{z}^2}$$

$$\bar{z} = \int x |\Psi(x)|^2 dx$$

Difração de elétrons.

O aplicativo da referência [6] simula uma experiência onde podemos ver o comportamento dual (onda-partícula) dos constituintes do mundo quântico. É possível escolher, dentre 4 opções, qual tipo de partícula queremos que o canhão lance sobre o aparato. O aparato é feito de um material especial que gera um ponto luminoso no local onde a partícula colide. É possível ainda colocar um obstáculo com fendas no caminho percorrido pelas partículas após saírem do canhão em direção ao aparato.

Escolha as seguintes opções e responda às respectivas perguntas:

(a) "Elétrons", "alta intensidade" (na aba superior), deixe a opção "Gun Control" no máximo, e ligue o canhão lançador de partículas. Selecione a opção

[5] no caso do pacote gaussiano obteremos uma igualdade, para outras funções teremos $\sigma_x \sigma_p > \frac{\hbar}{2}$

[6] http://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-wave-interference

"Double Slides" e deixe as fendas com a menor largura possível ("slit width" no mínimo). Varie a separação entre as fendas ("slit separation") e descreva o que muda no padrão de difração. Agora fixe a separação entre as fendas e varie a largura das mesmas e descreva o que muda no padrão de difração. Fixe a largura e a separação das fendas e mude a velocidade do feixe de elétrons tanto para o valor máximo como para o valor mínimo e descreva o que muda no padrão de difração.

(b) Por que o padrão de difração do item anterior muda quando variamos a velocidade do feixe de elétrons?

(c) Agora mude as opções (na aba superior) para "Single Particles", "Elétrons", selecione "Double Slides", "Auto-Repeat" (abaixo de "Gun Control"), e na parte inferior da janela a opção "Rapid", ponha o "Screen Brightness"no máximo (1,0), a velocidade máxima (1500 Km/s), a largura das fendas e a separação entre as fendas mínima. Deixe o canhão ficar jogando elétron por elétron até você obter um grande número de pontos luminosos no aparato (demora mesmo). Olhando para a figura formada pelos pontos luminosos podemos afirmar que o elétron interfere consigo mesmo? Por quê?