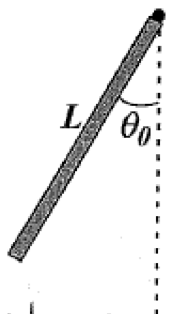
Física 1 IF/USP **3° Exercício para nota** - DIURNO (20/09/2010)

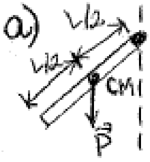
NOME: Débora Bacani Turma: 1/3

1) Considere uma barra delgada homogênea de comprimento L com massa M ($I_{CM} = ML^2/12$) presa a um pivô no seu topo, podendo girar sem atrito, como mostrado na figura.



(a) (2,0) Calcule o momento de inércia da barra em relação ao pivô.
(b) (2,0) A barra é deslocada inicialmente de um ângulo θ_0 em relação à vertical e é solta a partir do repouso. Utilizando o fato que a energia mecânica se conserva, determine qual é a velocidade angular da barra no ponto mais baixo do seu movimento?
(c) (2,0) Qual é a velocidade (linear) do centro de massa da barra quando essa passa pela parte mais baixa do seu movimento?
(d) (2,0) Utilizando o conceito de torque, determine a aceleração angular da barra para um ângulo θ qualquer ($\theta < \theta_0$).
(e) (2,0) Determine as componentes (tangencial e radial) do vetor aceleração linear do centro de massa da barra para um ângulo θ qualquer ($\theta < \theta_0$).

a)

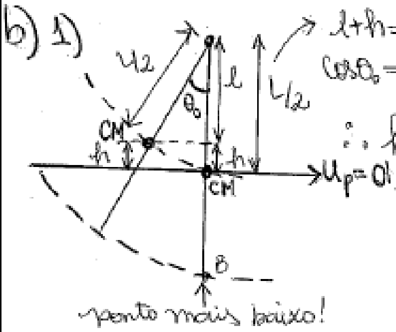


Pelo teorema dos eixos paralelos:

$$I_p = I_{CM} + MR^2 \text{ onde } R = L/2 \Rightarrow I_p = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{4} \Rightarrow \therefore \boxed{I_p = \frac{ML^2}{3}}$$

[kg m²]

b) 1)



$l + h = L/2$

$\cos\theta_0 = \frac{l}{L/2} \Rightarrow l = \frac{L}{2}\cos\theta_0$

$\therefore h = \frac{L}{2}(1 - \cos\theta_0)$ *

2) E a energia mecânica se conserva

$\therefore E_{Mi} = E_{Mf}$ (1)

Como a barra parte do REPOUSO:

$\therefore E_{Mi} = Mgh$ * (2)

E depois de solta, temos apenas ROTAÇÃO: $\therefore E_{MF} = \frac{I_p\omega^2}{2}$ (3)

$\therefore$ De (1), (2) e (3): $Mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2}\left(\frac{ML^2}{3}\right)\cdot\omega_B^2$

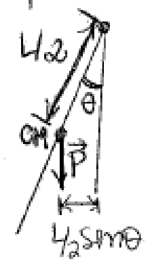
$\Rightarrow \omega_B^2 = \frac{3g}{L}(1-\cos\theta_0)$ → Velocidade angular no ponto mais baixo:

$$\boxed{\omega_B = \sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\theta_0)}}$$ [rad/s]

c) Velocidade linear do CM: $v_{cm} = \omega R_{cm}$

com $R_{cm} = L/2$ $\therefore v = \omega\frac{L}{2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\theta_0)}}$ [m/s]

d) Torque $\rightarrow$ aceleração angular $(\theta < \theta_0)$

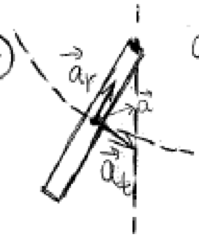


$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \rightarrow \vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}$$

$$\tau = Mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}\theta \Rightarrow Mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}\theta = \overbrace{\frac{ML^2}{3}}^{I_P}\alpha$$

$$\therefore \alpha = \frac{3}{2}\frac{g\operatorname{sen}\theta}{L} \quad [rad/s^2]$$

e)

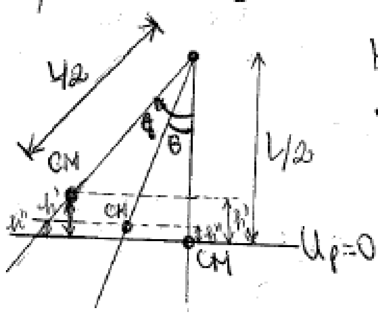


a_t = aceleração tangencial $\rightarrow$ $a_t = \alpha \cdot R$; $R = L/2$

a_r = aceleração radial $\rightarrow$ $a_r = \frac{v^2}{R}$; $R = L/2$

Como $\alpha = \frac{3}{2L}g\operatorname{sen}\theta \Rightarrow a_t = \frac{3}{2L}g\operatorname{sen}\theta\frac{L}{2} \rightarrow a_t = \frac{3g\operatorname{sen}\theta}{4}$ [m/s²]

Como $a_r = \frac{v^2}{L/2}$ e $v = \omega\overbrace{\frac{L}{2}}^{R}$ onde ω é para um θ qualquer $(\theta<\theta_0)$, temos por conservação de energia: $-\Delta U = \Delta T$



$$Mgh' = Mgh'' + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$Mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta_0) = Mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}\frac{ML^2}{3}\omega_\theta^2$$

$$\therefore \omega_\theta^2 = \frac{3g}{L}(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$\therefore \omega_\theta = \sqrt{\frac{3g}{L}(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

Como $a_r = \frac{v^2}{L/2} = \frac{\omega^2 (L/2)^2}{L/2} = \omega^2\frac{L}{2} \Rightarrow a_r = \frac{3g}{2}(\cos\theta - \cos\theta_0)$

[m/s²]