Nome: 1ª Prova na - 2010 Turma:

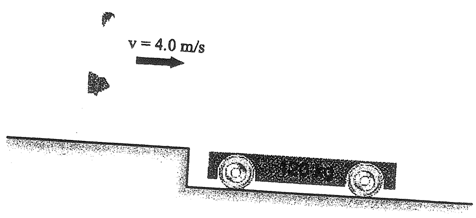
1. Uma pessoa de 60 kg, correndo inicialmente com uma velocidade de 4 m/s pula em um carrinho de 120 kg que encontra-se inicialmente em repouso. Ao pular, a pessoa escorrega, vindo a deslizar sobre a superfície superior do carrinho até parar, ficando em repouso em relação a este. O coeficiente de atrito cinético entre a pessoa e a superfície do carrinho é de 0,4. O atrito entre o carrinho e o solo pode ser desprezado. Pede-se calcular:

   (a) (0,5) A velocidade final do sistema carrinho mais pessoa em relação ao solo;

   (b) (0,5) A força de atrito atuando sobre a pessoa enquanto ela está deslizando;

   (c) (0,5) O trabalho realizado pela força de atrito; $\boxed{W_{atrito} = -320 \text{ joules}}$

   (d) (1,0) O deslocamento da pessoa sobre a superfície do carrinho em relação ao carrinho.



a) Só existem forças internas ⇒ conservação do momento linear

$\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{depois} \Rightarrow m_g v_g = (m_g + m_c) v \Rightarrow$

$60 \cdot 4 = (120+60) \cdot v \Rightarrow \boxed{v = \frac{4}{3} \text{ m/s}}$

b) $|F_{at}| = \mu m g = (0,4) \cdot 60 \cdot 10 \rightarrow \boxed{|F_{at}| = 240 N}$

c) Resolução em relação ao referencial do carrinho
(Referencial NÃO inercial)

O garoto fica em repouso em relação ao carrinho quando sua velocidade em relação ao carrinho é nula.
A variação da energia cinética do garoto é dada por:

$\Delta E_{cinética} = \cancel{\frac{1}{2} m_g v_f^2} - \frac{1}{2} m_g v_i^2 = -\frac{1}{2} m_g v_i^2 = -\frac{1}{2} \times 60 \times 10 . (4)^2$

$\boxed{\Delta E_{cinética} = -480 \text{ Joules}}$. Pelo Teorema da Energia Cinética temos: $\Delta E_c = W = W_{fat} + W_{força\ inercial} \Rightarrow$

$-480 = -240d - 120d \Rightarrow 360 d = 480$

$\boxed{d = \frac{4}{3} m}$

Nome: ____ Turma: ______

2. Uma mola está comprimida entre dois corpos de massas $m_1 = 4$ kg e $m_2 = 8$ kg como mostra a figura (a). Sabendo que a energia inicial armazenada na mola é 30 Joules e que os corpos, inicialmente em repouso, não estão presos à mola determine:

   (a) (0,5 ponto) A energia de cada corpo ao abandonar a mola.

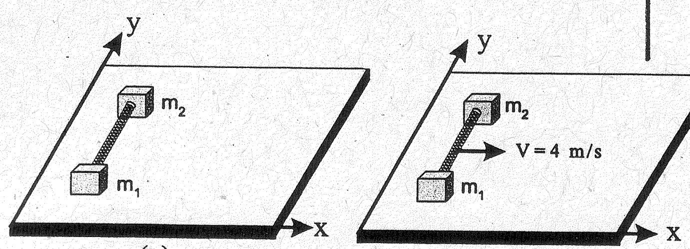
   (b) (0,5 ponto) Os vetores velocidade $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ de cada corpo ao abandonar a mola.

   Suponha agora que o sistema tenha velocidade inicial de 4 m/s perpendicular à mola, conforme mostra a figura (b). **Para esta situação determine:**

   (c) (0,5 ponto) O vetor velocidade de cada corpo ao abandonar a mola;

   (d) (0,5 ponto) A energia cinética do centro de massa;

   (e) (0,5 ponto) A energia cinética do movimento relativo ao centro de massa.



(a) (b)

a) $m_1 = m = 4\,kg \qquad m_2 = 2m = 8\,kg$

* Conservaçaõ energia

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2}(2m) v_2^2 = 30 \qquad \text{I}$$

* Conservaçaõ momento linear:

$$\cancel{m} v_1 = 2\cancel{m} v_2 \rightarrow \boxed{v_1 = 2v_2} \qquad \text{II}$$

Substituindo II em I obtemos

$$\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{5}{2}}\ m/s} \Rightarrow \boxed{v_1 = 2\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}\ m/s} \therefore$$

$$\boxed{E_1 = 20\ \text{joules}} \text{ e } \boxed{E_2 = 10\ \text{joules}}$$

b) $\vec{v}_1 = 2\sqrt{\frac{5}{2}}\ \hat{j}\ (m/s)$

$\vec{v}_2 = \sqrt{\frac{5}{2}}\ \hat{j}\ (m/s)$

c) $E_{CM} = \frac{1}{2} M \cdot V_{cm}^2$

$E_{CM} = \frac{1}{2}(4+8)\cdot(4)^2 = 96$

$$\boxed{E_{\text{cinetica CM}} = 96\,J}$$

d) $\boxed{E_{\text{relativa}} = 30\ \text{Jo[ules]}}$

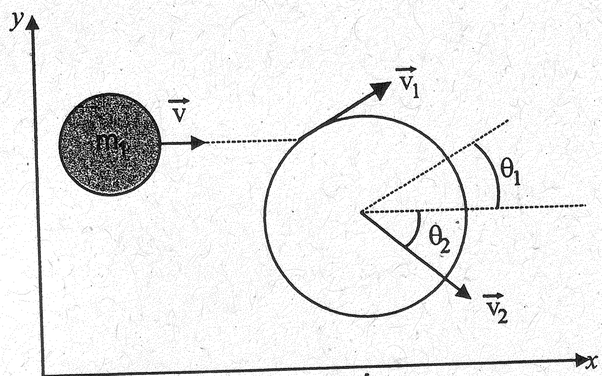
Nome: ____ Turma: _______

3. Uma bola de massa $m_1 = m$ deslocando-se a $\vec{v} = 12\,\hat{\imath}$ m/s, faz uma colisão perfeitamente elástica e oblíqua com uma bola em repouso de massa $m_2 = 2m$. A bola incidente é desviada de 60° em relação à direção inicial de movimento. Determine:

   (a) (1,0) O vetor velocidade de m_1 depois da colisão;

   (b) (0,5) O vetor velocidade de m_2 depois da colisão;

   (c) (1,0) O ângulo θ_2.



* Conservaçaõ energia cinética

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2}(2m) v_2^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{v^2 = v_1^2 + 2v_2^2} \quad \text{I}$$

* Conservaçaõ momento linear

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + 2m\vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_1 + 2\vec{v}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_2 = \frac{\vec{v} - \vec{v}_1}{2}} \quad \text{II}$$

Substituindo II em I temos:

$$v^2 = v_1^2 + 2\left[\frac{\vec{v} - \vec{v}_1}{2}\right] \bullet \left[\frac{\vec{v} - \vec{v}_1}{2}\right] \Rightarrow$$

↳ produto escalar

$$v^2 = v_1^2 + \frac{2}{4}\left\{v^2 + v_1^2 - 2\vec{v}_1 \bullet \vec{v}\right\} \Rightarrow$$

$$v^2 = v_1^2 + \frac{v^2}{2} + \frac{v_1^2}{2} - v_1 \cdot v \cdot \cos\theta_1$$

Reagrupando os termos obte

$$\frac{3}{2} v_1^2 - \frac{v^2}{2} - v_1 v \cos\theta_1 = 0.$$

Substituindo $v = 12$ e $\theta_1 =$

obtemos:

$$\frac{3}{2} v_1^2 - 72 - 12 \cdot v_1 \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{3}{2} v_1^2 - 6v_1 - 72 = 0}.$$

Resolvendo esta eq. de 2º gr

$$v_1 = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 432}}{3} = \frac{6 \pm \sqrt{468}}{3}$$

$$\boxed{v_1 = 9{,}21 \text{ m/s}} \text{ e } \boxed{v_2 = 5{,}43 \text{ m/}}$$

c) Pela conservação do momento no eixo y temos:

$$v_1 \sin\theta_1 \cdot \cancel{m} = 2\cancel{m} \cdot v_2 \sin\theta_2 \Rightarrow$$

$$\sin\theta_2 = \frac{v_1 \sin\theta_1}{2v_2}.$$

Substituindo valores:

$$\sin\theta_2 = \frac{9{,}21\,(\sqrt{3}/2)}{2 \cdot (5{,}43)} \Rightarrow$$

$$\sin\theta_2 = \frac{9{,}21 \cdot \sqrt{3}}{4 \times 5{,}43} \Rightarrow \boxed{\theta_2 \approx 47{,}3}$$

Nome: ____Turma: _______

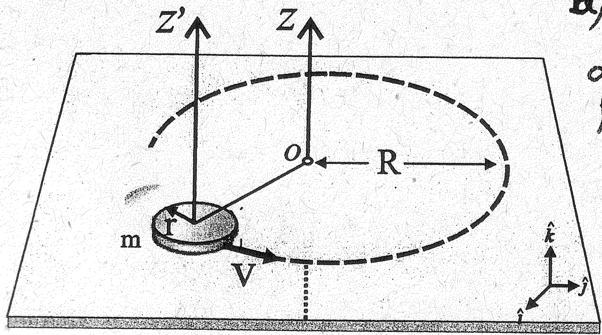
4. Um disco de raio r = 50 cm e massa m=1 kg é colocado em movimento, em cima de uma mesa, com velocidade angular inicial $\vec{\omega}_0 = 5\,\hat{k}$ (rad/s) num círculo de raio R = 1 m, como mostra a figura. Por causa do atrito, o cilindro pára de se movimentar depois de 45 segundos.

   (a) (0,5) Determine o momento de inércia do cilindro em relação ao eixo z sabendo que o momento de inércia do cilindro em relação a z' é dado por $I_{z'} = \frac{1}{2}mr^2$.

   (b) (0,5) Determine $\vec{\omega}(t)$

   (c) (1,0) Calcule o vetor torque da força de atrito em relação ao ponto O.

   (d) (0,5) Calcule o trabalho efetuado pelo torque.



b) $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\alpha}t$. Como o disco p[...] de se movimentar em 45 segund[...] temos:

$0 = 5\hat{k} + \vec{\alpha}.45 \Rightarrow \boxed{\vec{\alpha} = -\frac{1}{9}\hat{k}\ (\text{ra}}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\omega}(t) = 5\hat{k} - \frac{1}{9}t\,\hat{k}\quad (\text{rad/}}$

a) Teorema dos eixos paralelos:

$$I_z = I_{z'} + mH^2$$

onde $H = R$.

$$I_z = \frac{1}{2}.mr^2 + mR^2$$

Substituindo valores:

$$I_z = m\left(\frac{r^2}{2} + R^2\right) \Rightarrow$$

$$I_z = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

$$\boxed{I_z = \frac{9}{8}\ kg.m^2}$$

ou

$$\boxed{I_z = 1{,}125\ kg\,m^2}$$

c) $\vec{\tau} = I.\vec{\alpha}$

$$\vec{\tau} = \frac{9}{8}\left(-\frac{1}{9}\right)\hat{k} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{\tau} = -\frac{1}{8}\hat{k}\quad (N.m)}$$

d) $W = \Delta E_{cinetica} = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I[...]$

$\omega_f \to 0$

$$W = -\frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{8}\right).(5)^2$$

$$\boxed{W \simeq -14\ \text{Joules}}$$