

Momento de Inércia com Pêndulo de Torção

FEP114 - Física Experimental II
Márcia Regina Dias Rodrigues

Cálculo do Momento de Inércia

O **momento de inércia** não depende somente da massa mas também como esta massa está distribuída em relação ao eixo de rotação

$$I = \int r^2 dm$$

■ **Pêndulo** - Disco e Cilindro

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

Cálculo do Momento de Inércia

■ Anel

anel “cônico” →
anel “côncavo” → Difíceis de calcular

anel plano $I = \frac{1}{2} M (R_E^2 + R_I^2)$

Modelo

- No pêndulo de torção considerando que o torque resultante é apenas devido ao torque restaurador do fio:

$$\tau_F = -k\theta$$

Torque restaurador

ângulo (pequeno)

$$k = \frac{K_0}{L}$$

Constante característica do fio (tipo de material e diâmetro)

$$\tau_F = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$-k\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Equação diferencial MH

$$\theta = \theta_M \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

Modelo

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

$$k = \frac{K_0}{L}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{IL}{K_0}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 I}{K_0} L$$

Modelo

■ Linearizando a equação: $y = T^2$; $x=L$

■ $y = ax+b$

$$T^2 = aL \qquad a_p = \frac{4\pi^2 I_p}{K_0} \qquad b = 0$$

$$L = L_0 + \Delta L$$

$$T^2 = aL_0 + a\Delta L$$

$$b = a\Delta L$$

$$\Delta L = \frac{b}{a}$$

Modelo

$$a_p = \frac{4\pi^2 I_p}{K_0}$$

Pêndulo de
torção

$$a_{pa} = \frac{4\pi^2 (I_p + I_a)}{K_0}$$

Pêndulo de torção
mais o anel

$$I_a = \left(\frac{a_{pa}}{a_p} - 1 \right) I_p$$

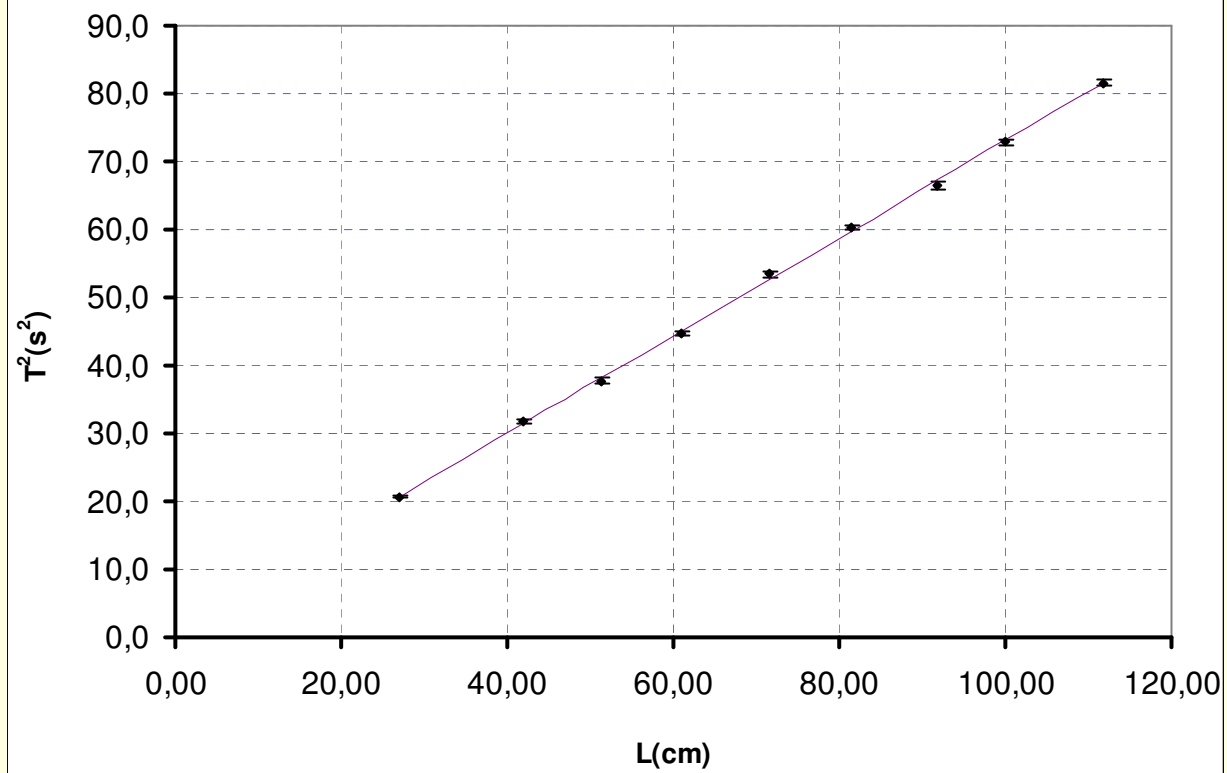
Obtido através dos
ajustes

Calculado através das medidas
das dimensões do pêndulo

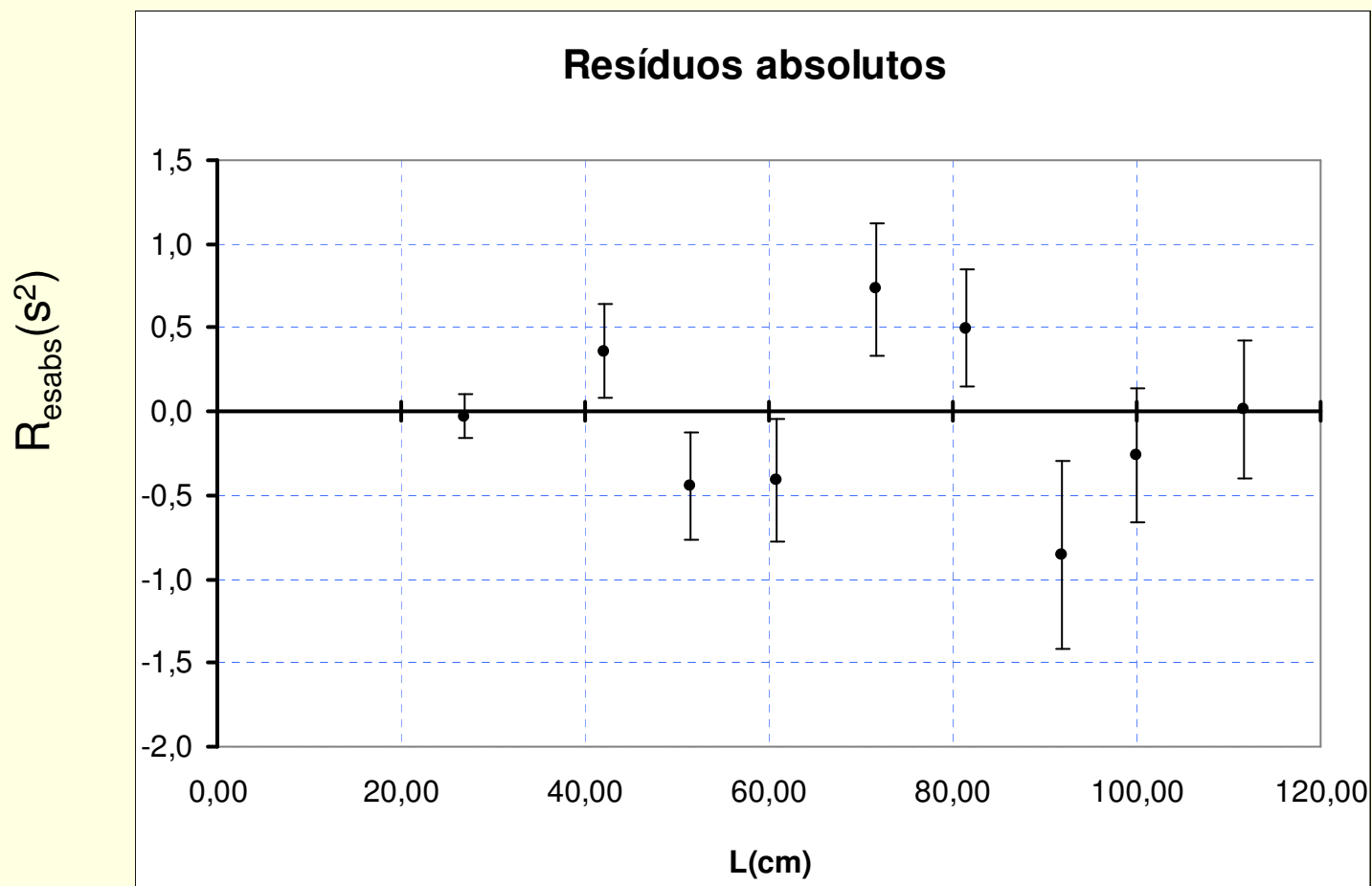
Adequação do Modelo

- Gráfico de T^2 por L
 - *Descreve o modelo proposto?*
- *Ajuste mmq – determinação dos parâmetros a e b*
 - *Qualidade do ajuste*
 - *análise dos resíduos*
 - *comparação do valor do χ^2 com o número de graus de liberdade.*

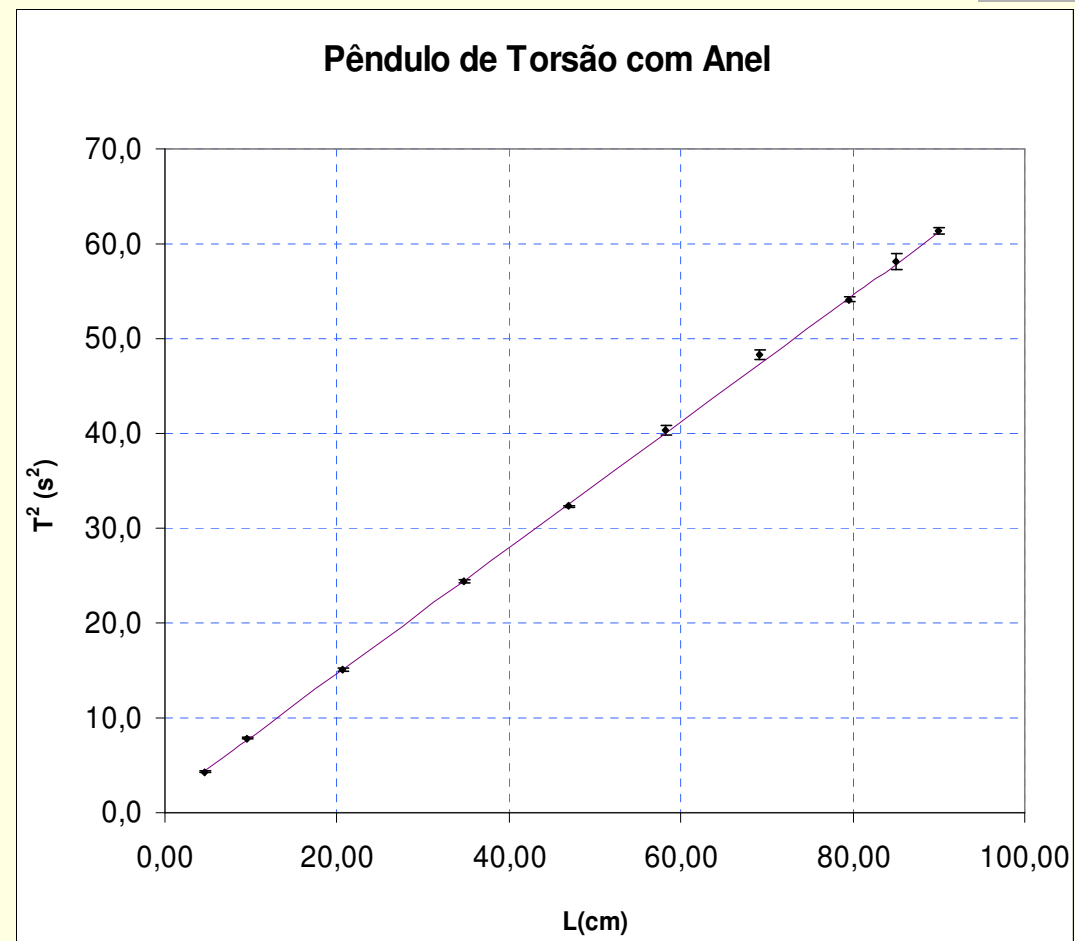
Dados e função ajustada



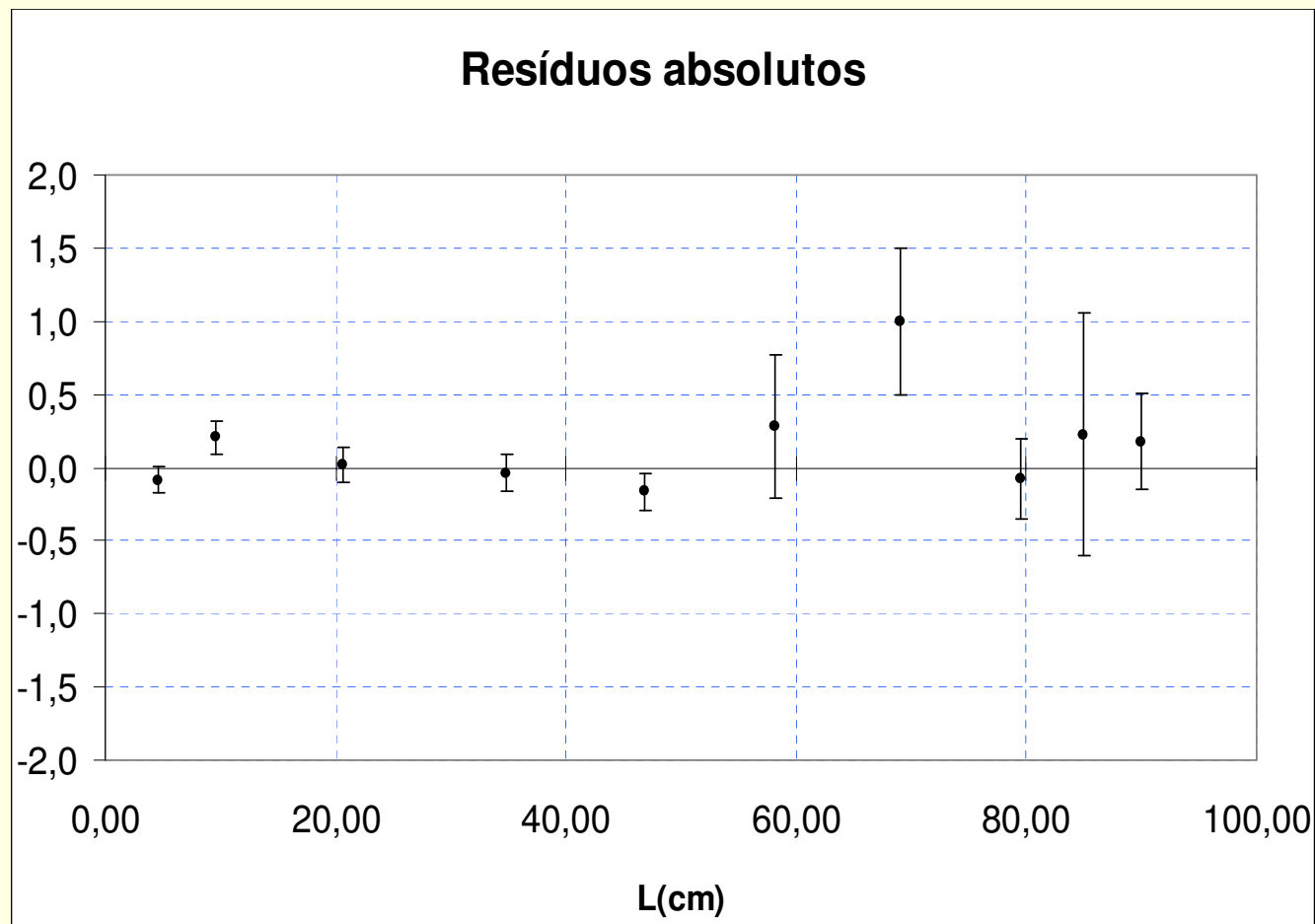
$N_{gl} = 9$
 $\chi^2 = 7$



Adequação do Modelo

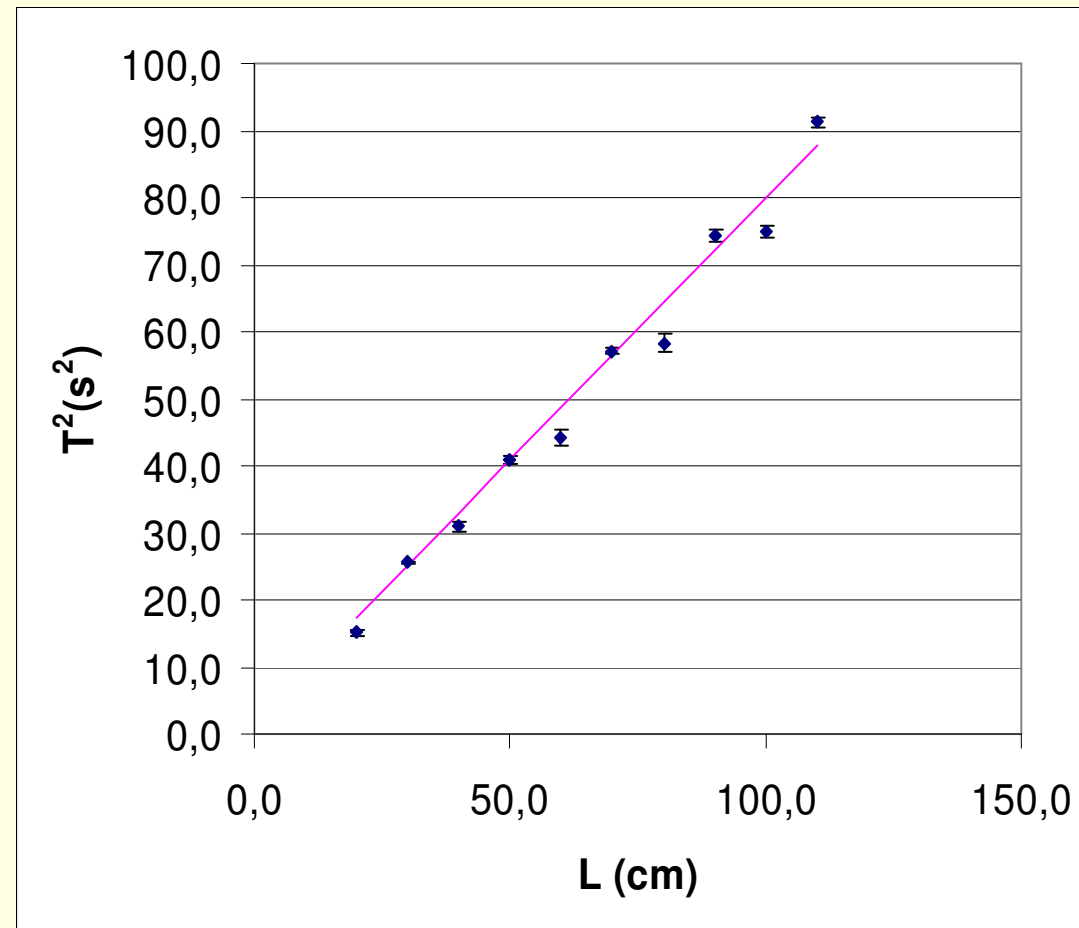


Adequação do Modelo

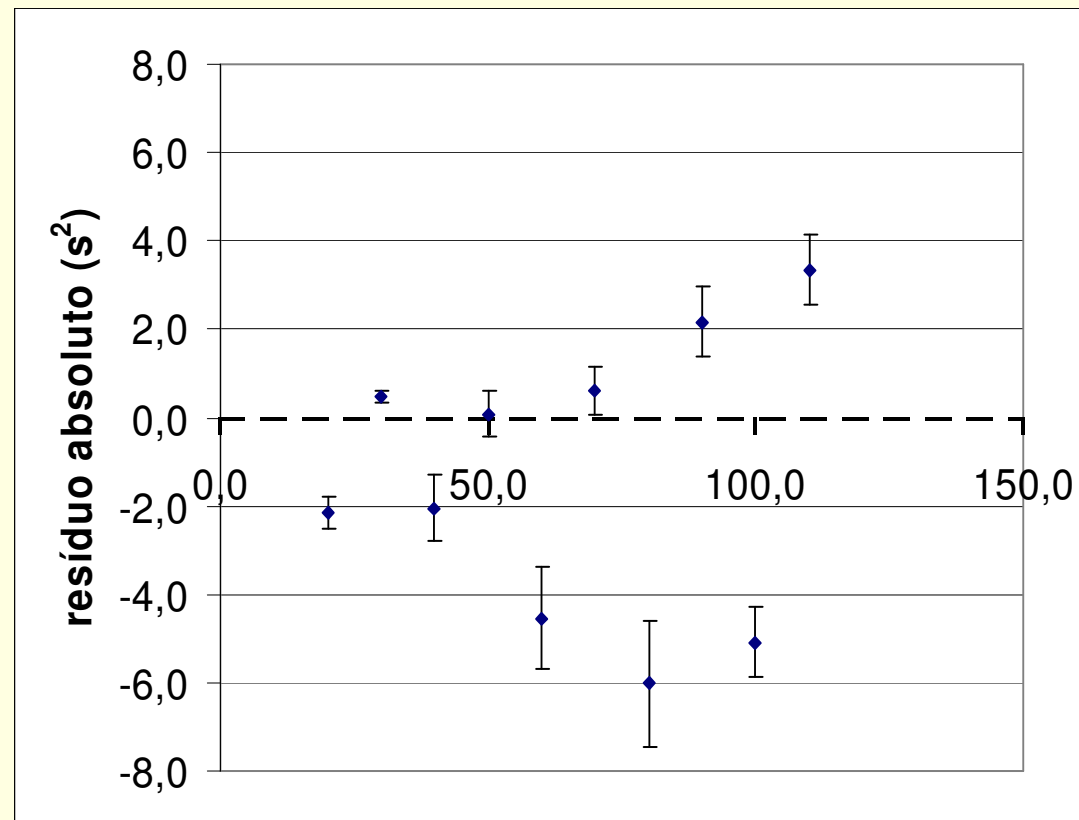


$$\chi^2 = 11$$
$$n_{gl} = 8$$

Efeitos Sistemáticos



Efeitos Sistemáticos



Os alunos se intercalaram na medida dos períodos, cada um media os períodos para um determinado L .

Determinação dos valores de I_a , K_0 e ΔL a partir dos parâmetros ajustados

Testes de consistência

- ΔL – mesmo valor para cada grupo com o anel e sem o anel. (Medidas de L até o Parafuso $\Delta L \sim 0$)
- K_0 – valores iguais para fios de diâmetro e de material iguais.
- Comparação do valor do momento de Inércia do anel plano obtido com o calculado.
- Comparação dos valores obtidos do momento de inércia para cada tipo de anel entre todos os grupos.

