

Estimando incerteza a partir de gráfico de resíduos

Física Experimental II - 2010
Prof. Paulo Pascholati
Cristiane Jahnke

O χ^2 de um ajuste é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - y_{aju}(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$

onde y_i é o ponto experimental da medida i , $y_{aju}(x_i)$ é a função ajustada calculada no ponto experimental x_i e n é o número de dados.

Esta expressão pode ser utilizada para **estimar** σ , quando as incertezas σ_i nos pontos experimentais são desconhecidas, mas for possível admitir como boa aproximação que tais incertezas são iguais.

Com a suposição de que todas as incertezas são aproximadamente iguais, podemos colocar σ em evidência, resultando:

$$\chi^2 \cong \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{aju}(x_i))^2$$

onde σ é a incerteza média dos dados. Isolando σ temos:

$$\sigma^2 \cong \frac{1}{\chi^2} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{aju}(x_i))^2$$

O χ^2 esperado de um ajuste de reta é igual ao número de graus de liberdade deste ajuste, $n-2$. Então a estimativa para a incerteza é dada por:

$$s \cong \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{aju}(x_i))^2}$$

Esta é a incerteza representativa da flutuação dos valores experimentais ao redor da reta ajustada.

Os resíduos do ajuste são dados por: $R_{ai} = y_i - y_{aju}(x_i)$

O resíduo de um dado ponto i é a diferença entre o valor experimental e o valor calculado pela função ajustada.

Quando usar esta estimativa?

- Quando todas as barras de incerteza estão passando pelo zero no gráfico de resíduos, isto significa que as incertezas dos dados estão *superestimadas*. Então é necessário estimar a incerteza conforme foi discutido anteriormente. Fazendo isto, a incerteza diminuirá e da ordem de *2/3 (68%)* dos dados terão suas barras de incerteza passando pelo zero.
- Quando poucas barras de incerteza passam pelo zero no gráfico de resíduos, é muito provável que as incertezas estão *subestimadas*. Neste caso, também é necessário estimar a incerteza conforme foi discutido anteriormente. Fazendo isto, a incerteza aumentará e cerca *2/3 (68%)* dos dados (em média) terão suas barras de incerteza passando pelo zero.

Um bom ajuste possui o gráfico de resíduos com os dados distribuídos aleatoriamente em torno do zero e, em média, 2/3 (68%) das barras de incerteza cruzam o zero.

Referências:

- *J. H. Vuolo, “Fundamentos da Teoria de Erros”, Editora Blucher, Ltda, São Paulo (1992).*
- *Apostila “Física Experimental II” 2010, página 30.*