Física I p/ IO – FEP111 (4300111)

2º Semestre de 2010

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Professor: **Antonio Domingues dos Santos**
E-mail: adsantos@if.usp.br
Fone: 3091.6886

07 de outubro

Quantidade de Movimento

Este tópico trata as situações envolvendo forças intensas e não constantes, exercidas sobre curtos intervalos de tempo, chamadas Forças Impulsivas.

Para isto, vamos definir um novo conceito que é a Quantidade de Movimento Linear (ou Momento Linear) de uma partícula.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

unidades: kg.m/s

Derivando-se esta expressão, temos:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

foi suposto a massa constante.

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

definição de Newton para a sua segunda lei.

Quantidade de Movimento

Para um sistema de partículas, temos:

$$\vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i$$

Igual a soma dos momentos individuais.

Do conceito de posição do Centro de massa, temos:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\left(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots\right) = \frac{1}{M}\left(\sum_i m_i\vec{r}_i\right)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\left(\sum_i m_i\vec{r}_i\right) \xrightarrow[\text{derivando}]{} \frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{1}{M}\left(\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}\right) = \frac{1}{M}\left(\sum_i m_i\vec{v}_i\right) = \vec{v}_{cm}$$

$$\vec{P}_{sis} = \sum_i m_i\vec{v}_i = M\vec{v}_{cm}$$

Momento Linear total de um sistema.

Quantidade de Movimento

Para um sistema de partículas, temos:

$$\vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i \qquad \vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{cm}$$

$\xrightarrow{\hspace{2cm}}$ **derivando**

$$\frac{d\vec{P}_{sis}}{dt} = M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = M\vec{a}_{cm} = \sum_i \vec{F}_{ext}$$

A variação do Momento Linear de um sistema depende das Forças Externas ao sistema

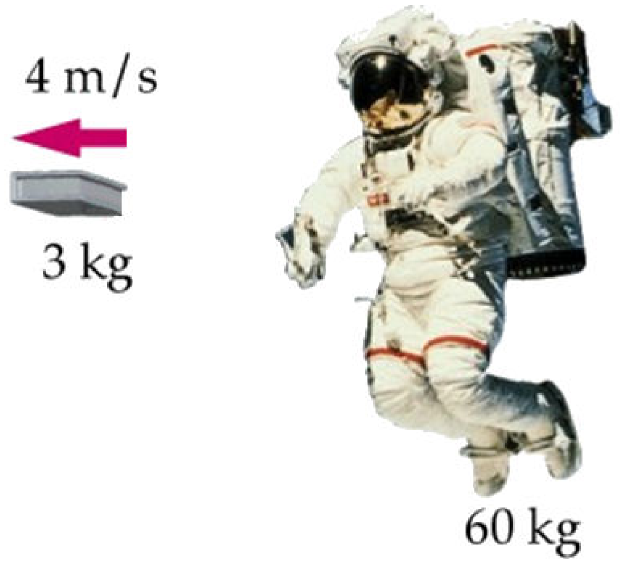
Na ausência de Forças Externas, o Momento Linear de um sistema se conserva.

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = 0 \quad \longrightarrow \quad \vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{cm} = \text{constante}$$

Lei da conservação da Quantidade de Movimento

Exemplo

Um astronauta de 60 kg, atira um objeto de 3 kg, com uma velocidade de 4 m/s. Qual é a velocidade de recuo do astronauta?



Considerando-se o sistema constituído por objeto + astronauta, não existem forças externas. Portanto, a Quantidade de Movimento se conserva.

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}_{sis}}{dt} = 0 \longrightarrow \vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{cm} = const.$$

$$(m_{astr}\vec{v}_{astr})_i + (m_{obj}\vec{v}_{obj})_i = (m_{astr}\vec{v}_{astr})_f + (m_{obj}\vec{v}_{obj})_f$$

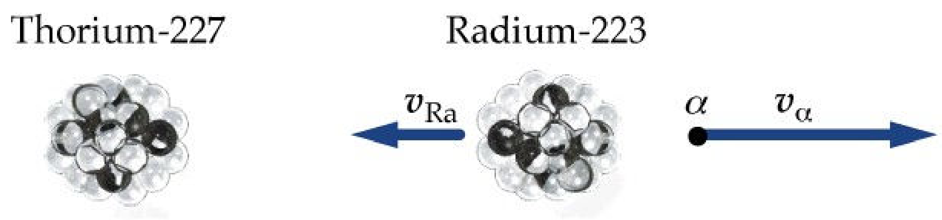
$$0 = (m_{astr}\vec{v}_{astr})_f + (m_{obj}\vec{v}_{obj})_f$$

$$\vec{v}_{astr_f} = -\frac{m_{obj}}{m_{astr}}\vec{v}_{obj_f} = 0{,}2m/s$$

A Quantidade de Movimento do sistema se conservou, mas a Energia Cinética aumentou !!!

Exemplo

Um núcleo radioativo de tório-227 (massa atômica 227 uma), em repouso, decai em um núcleo de rádio-223, emitindo uma partícula alfa (massa 4,0 uma). Sabendo-se que a energia cinética da partícula alfa é 6,0 MeV. Qual é a energia cinética de recuo do núcleo de rádio?



Quantidade de Movimento se conserva

$$0 = (m_{alfa}\vec{v}_{alfa})_f + (m_{radio}\vec{v}_{radio})_f$$

$$\left|\vec{v}_{radio}\right| = \frac{m_{alfa}}{m_{radio}}\left|\vec{v}_{alfa}\right|$$

Energia cinética da partícula alfa e do rádio

$$K_{alfa} = \frac{1}{2} m_{alfa} v_{alfa}^2 = 6{,}0 MeV$$

$$K_{radio} = \frac{1}{2} m_{radio} v_{radio}^2$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

$$\frac{K_{radio}}{m_{radio}} = \left(\frac{m_{alfa}}{m_{radio}}\right)^2 \frac{K_{alfa}}{m_{alfa}}$$

$$K_{radio} = \frac{m_{alfa}}{m_{radio}} K_{alfa} = 0{,}107 MeV$$

Impulso de uma Força

Este tópico trata as situações envolvendo forças intensas e não constantes, exercidas sobre curtos intervalos de tempo, chamadas Forças Impulsivas.

Definimos o vetor Impulso de uma força, como a integral no tempo desta força.

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

unidades: N.s

Como: $\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\vec{I}_{res} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{res} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

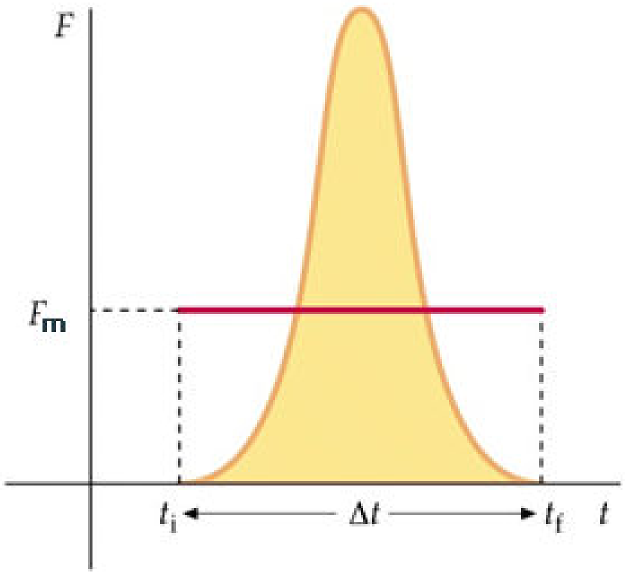
Teorema do Impulso-Quantidade de Movimento para uma partícula.

$$\vec{I}_{ext_{res}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{ext_{res}} dt = \Delta \vec{P}_{sis}$$

Teorema do Impulso-Quantidade de Movimento para um sistema.

Impulso de uma Força Média

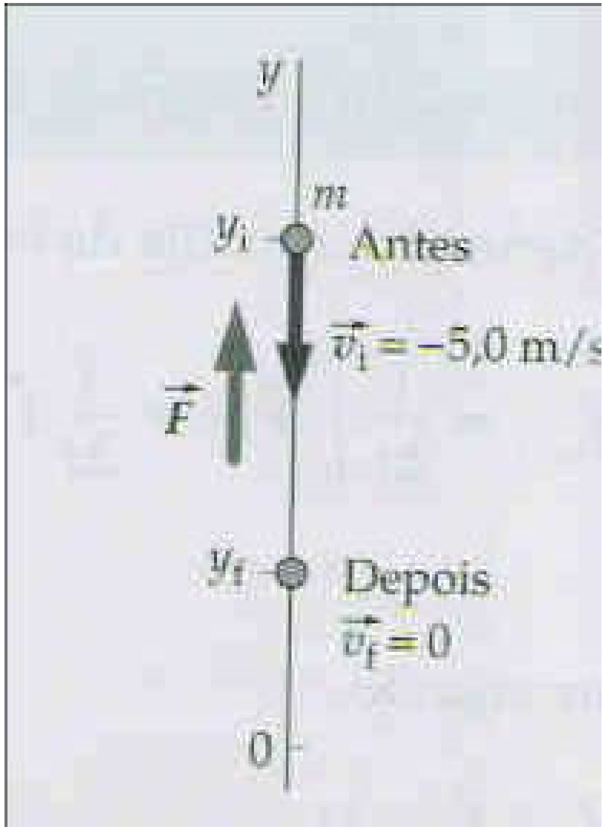
Eventualmente é útil se substituir uma força variável por seu valor médio.



$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_m dt = \vec{F}_m \int_{t_1}^{t_2} dt = \vec{F}_m \Delta t$$

$$\vec{F}_m = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$$

Exemplo



Com um eficiente golpe de karatê, um bloco de concreto é partido. Considere a massa da mão m=0,70 kg e que ela se move a 5,0 m/s quando atinge o bloco, parando 6,0 mm além do ponto de contato. (a) Qual é o impulso que o bloco exerce sobre a mão? (b) Quais são o tempo aproximado de colisão e a força média que o bloco exerceu?

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

$$\vec{I} = (0{,}70kg).(5m/s\hat{j}) = 3{,}5N.s\hat{j}$$

Considerando a desaceleração constante, a velocidade média é a média entre a velocidade inicial e a final (zero).

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{v_{med}} = \frac{\Delta y}{(v_i + v_f)/2}$$

$$\Delta t = \frac{0{,}006m}{2{,}5m/s} = 2{,}4ms$$

$$\vec{F}_m = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{3{,}5N.s\hat{j}}{2{,}4x10^{-3}s} = 1{,}5kN\hat{j}$$