Física Moderna 1 - **LISTA #6**

Distribuída: 04/11/2010

- Questões :
  1. [E&R[1], 6Q9].
  2. [E&R, 6Q14].
  3. [E&R, 6Q19].
  4. [E&R, 6Q21].
  5. [E&R, 6Q23].
  6. [E&R, 6Q25].
  7. [E&R, 6Q27].
  8. Compare o poço "quadrado" infinito com o seu correspondente finito. Onde a função de onda é diferente? Onde ela é igual? Justifique a descontinuidade da derivada no caso infinito.

- Problemas:
  1. [E&R, 6P5].
  2. [E&R, 6P7].
  3. [E&R, 6P8].
  4. [E&R, 6P9].
  5. [E&R, 6P19].
  6. [E&R, 6P20].
  7. [E&R, 6P22].
  8. [E&R, 6P29].
  9. Considere um poço "quadrado" como o esboçado na figura [1]. Quando $E < U$:
     (a) Escreva as soluções da equação de Schrödinger em $0 \leq x \leq L$ e $x \geq L$
     (b) Impondo as condições de contorno adequadas em $x = 0$ e $x = \infty$, obtenha as soluções que as satisfaçam.

[1] E&R: Eisberg - Resnick, Física Quântica, Campus, 1979.

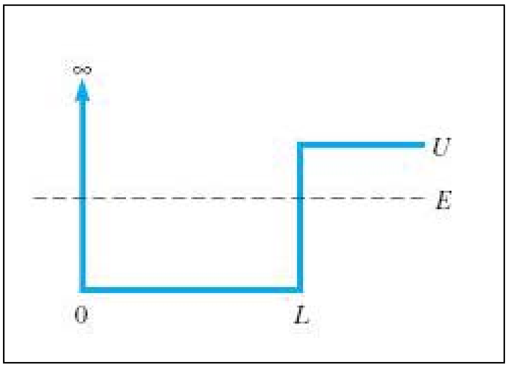

Figura 1: Poço "quadrado" com uma parede infinita em $x = 0$ e finita em $x = L$. Poços deste tipo aparecem, por exemplo, na descrição do núcleo atômico através de um potencial atrativo de profundidade constante. O problema é em 3-D (ou seja, é função de r, θ e φ), mas a dependência radial do potencial apresenta, nesse caso, comportamento semelhante.

(c) Obtenha os níveis de energia permitidos a partir da imposição das condições de continuidade da função de onda e sua derivada em $x = L$.

(d) Existem situações em que não existe solução para esse problema? Explique.[SMR[2], 5P23]

10. Considere um poço "quadrado" de largura 3×10^{-15} m, que contém uma partícula de massa 2 GeV/c^2. Quão profundo tem que ser esse poço de potencial de modo a conter três níveis de energia (Exceto pelo número de níveis de energia, esta situação é parecida com a do dêuteron, um hidrogênio pesado, composto por um próton e um nêutron. O dêuteron, na verdade, tem apenas um estado ligado) [T-Rex[3], 6P20]

11. Um elétron de condução (massa m e energia E) movendo-se próximo à superficie do metal é afetado por um potencial que, muito aproximadamente, pode ser descrito como tendo valor zero no interior do material e que assume, abruptamente, um valor constante V_0 ($V_0 > E$) fora do metal.

(a) Escreva as funções $\psi_>(x)$ (fora do metal) e $\psi_<(x)$ (dentro do metal); aplique as condições de contorno na interface.

(b) Obtenha a função de onda total $\Psi(x, t)$.

(c) Obtenha a densidade de probabilidade na região externa à superfície do metal.

(d) Calcule o coeficiente de reflexão R .

[2] SMR: Serway, Moses & Moyer, Modern Physics, Saunders, 1997.
[3] T-Rex: Thornton & Rex, Saunders, 2000.

(e) No caso das questões 11c e 11d, discuta se o resultado obtido está de acordo com as predições da mecânica clássica.

12. Verifique que a energia do oscilador harmônico simples no estado com $n = 1$ é $E_1 = \frac{3}{2}\hbar\omega$ através da substituição da função de onda $\psi_1(x) = Ax\exp\left(-\alpha x^2/2\right)$ diretamente na equação de Schrödinger ($\alpha = \frac{m\omega}{\hbar}$). Determine a constante de normalização, A.

13. Uma molécula de H_2 pode ser representada (mais precisamente: o comportamento vibracional da molécula de H_2 pode ser representado) por um oscilador harmônico simples com constante de mola $k = 1,1 \times 10^3$ N/m. Obtenha:

    (a) Os níveis de energia.

    (b) Os comprimentos de onda possíveis dos fótons emitidos quando a molécula de H_2 decai do terceiro estado excitado até o estado fundamental.

14. A equação de Schrödinger (ES) para o oscilador harmônico unidimensional (OH):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\psi(x) = E\psi(x),$$

pode ser convenientemente re-escrita em termos de variáveis sem dimensão,

$$\overline{x} = \frac{x}{\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}} \text{ e } \overline{E} = \frac{E}{\hbar\omega},$$

como:

$$\frac{1}{2}\left(-\frac{d}{d\overline{x}} + \overline{x}\right)\left(\frac{d}{d\overline{x}} + \overline{x}\right)\psi(\overline{x}) = \left(\overline{E} - \frac{1}{2}\right)\psi(\overline{x}).$$

    (a) Verifique que $\overline{x}$, $\overline{E}$ e $\overline{p}$ (definição no item 14b abaixo) são quantidades adimensionais.

    (b) Sabendo que a função de onda do estado fundamental do oscilador harmônico é dada por

$$\psi_0(\overline{x}) = Ae^{-\frac{1}{2}\overline{x}^2}$$
$$\psi_0(x) = A\exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right),$$

e usando as propriedades das quantidades (operadores!)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{d}{d\overline{x}} + \overline{x}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[-i\left(-i\frac{d}{d\overline{x}}\right) + \overline{x}\right] = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-i\overline{p} + \overline{x}\right)$$

e

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{d}{d\overline{x}} + \overline{x}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[i\left(-i\frac{d}{d\overline{x}}\right) + \overline{x}\right] = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(i\overline{p} + \overline{x}\right),$$

onde $\overline{p} = \dfrac{p}{\sqrt{m\hbar\omega}}$, obtenha a função de onda (a menos de uma constante de normalização) e a auto-energia do primeiro estado excitado do OH, em termos das variáveis dimensionais x e E.

(c) Verifique que função de onda obtida no item 14b satisfaz a ES do oscilador.