Física 1 IF/USP **4° Exercício para nota** - DIURNO (18/10/2010)

NOME:____ Turma:____

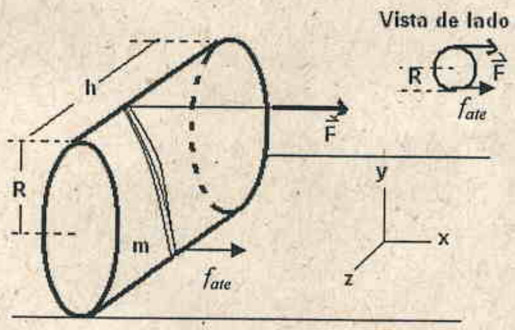
Sobre a superfície de um cilindro, de massa **m** e raio **R**, com $\mathbf{I_{CM}} = (\mathbf{mR^2})/2$, enrolamos um fio ideal e colocamos o cilindro sobre uma superfície horizontal. Se aplicarmos no cilindro uma força horizontal **F**, como mostra a figura, de forma que o cilindro role, **sem escorregar**:

(a) Calcule a aceleração do cilindro, responsável por seu movimento de translação. (4,0)

(b) Calcule a taxa de variação do momento angular $d\vec{L}/dt$, com relação ao eixo que passa pelo centro de massa do cilindro. (4,0)

(c) Prove que o momento de inércia do cilindro, $\mathbf{I_{CM}} = (\mathbf{mR^2})/2$, independe de sua altura h, ou seja, é igual ao momento de inércia de um disco de mesma massa e mesmo raio, girando em torno de um eixo perpendicular à sua superfície. (2,0)

(*Obs. : Todas as grandezas em negrito são conhecidas.*)



a) $F + f_{ate} = ma$ ① * ambos em modulo

$F \cdot R - f_{ate} \cdot R = I\alpha$ ②

Para a expressão ②, temos

$$F - f_{ate} = \frac{I\alpha}{R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{a}{R}$$

$$F - f_{ate} = \frac{ma}{2} \quad ③$$

Somando ① e ③, obtemos

$$2F = ma + \frac{ma}{2} = \frac{3}{2}ma \longrightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{4}{3}\frac{F}{m}\hat{i}}$$

b) Sabemos que $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{F} \cdot R - \vec{f}_{ate} \cdot R = I\vec{\alpha}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{a}{R} = \frac{mR}{2} \cdot \frac{4}{3} \frac{F}{m} \longrightarrow \boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = -\frac{2}{3} F \cdot R\,\hat{k}}$$

c) O momento de inércia do cilindro é $I_{CM} = \frac{mR^2}{2}$, para calcular o momento de inércia de um disco de massa m e raio R, temos

$$I_D = \int r^2\,dm \;, \text{ onde } dm = \rho\,dV \text{ e } \rho = \frac{M}{V} \longrightarrow \frac{dm}{M} = \frac{dV}{V} = \frac{2\pi r h\,dr}{\pi R^2 h} = \frac{2}{R^2} r\,dr$$

$$I_D = \int_0^R r^2 \frac{2M}{R^2} r\,dr = \frac{2M}{R^2}\int_0^R r^3\,dr = \frac{2M}{R^2}\left.\frac{r^4}{4}\right|_0^R \longrightarrow \boxed{I_D = \frac{MR^2}{2}}$$ independe da altura h