FEP-111 Fisica I para Oceanografia

Márcio Katsumi Yamashita

Lista de Exercícios 5

Rotação e Momento Angular

1. Uma partícula se move com velocidade constante de $25ms^{-1}$ em um círculo de $90m$ de raio. (a) Qual é a sua velociade angular em relação ao centro do círculo? (b) Quantas voltas ela dá em $30s$?

   R.

   a)

   $v = \omega r \rightarrow \omega = \frac{v}{r} \rightarrow \omega = \frac{25}{90}$

   $\omega = 0,28 rad.s^{-1}$

   b)

   $\theta = \omega t \rightarrow \theta = 0,28.30 \rightarrow \theta = 8,4rad$

   $\mapsto 1,34 volta$

2. Uma roda-gigante de $12m$ de raio completa uma volta a cada $27s$. (a) Qual é a sua velocidade angular? (b) Qual é a velocidade linear de um passageiro? (c) Qual é a aceleração do passageiro?

   R.

   a)

   $\omega = \frac{2\pi}{27} \rightarrow \omega = 0,23 rad.s^{-1}$

   b)

   $v = \omega r \rightarrow v = 0,23.12 \rightarrow v = 2,76ms^{-1}$

   c)

   $a_c = r\omega^2 \rightarrow a_c = 0,63rads^{-1}$

3. Determine o momento de inércia de uma esfera maciça e uniforme de massa M e raio R em relação a um eixo tangente à sua superfície.

   R.

   $I = \frac{2}{5}\mathrm{MR}^2 + \mathrm{MR}^2$

   $I = \frac{7}{5}\mathrm{MR}^2$

4. Uma roda de vagão de $1,0m$ de diâmetro consiste em um aro fino de $8,0kg$ de massa e de 6 raios, cada um com $1,20kg$ de massa. Determine o momento de inércia da roda de vagão em relação ao seu eixo.

   R.

   $I = \mathrm{MR}^2 + 6.\frac{1}{3}\mathrm{mR}^2$

   $I = 2 + 0,6 \rightarrow I = 2,6kgm^2$

5. A molécula de metano (CH_4) possui quatro átomos de hidrogênio localizados nos vértices de um tetraedro regular de $0,18nm$ de lado, com o átomo de carbono no centro do tetraedro. Determine o momento de inércia desta molécula para rotações em torno de um eixo que passa pelos centros do átomo de carbono e de um dos átomos de hidrogênio.

   R.

   $I =$3.MR^2

   $R$$\rightarrow$distância do eixo de rotação e o átomo de hidrogênio $\rightarrow R = 0,06\sqrt{3}$

   $I = 3.0,0108 \rightarrow I = 3,6.10^{-3} uma.nm^2$

6. Um cilindro de $2,5kg$, cujo raio é de $11cm$, inicialmente em repouso, pode girar livremente em torno do seu eixo. Uma corda de massa desprezível é enrolada em torno dele e puxada com uma força de $17N$. Supondo que a corda não escorregue, determine (a) o torque exercido pela corda sobre o cilindro, (b) a aceleração angular do cilindro e (c) a velocidade angular do cilindro após $0,50s$.

   R.

   a)

   $\vec{\tau} = \vec{r}$ x $\vec{F}$

   $\vec{\tau} = 1,87N.m$

   b)

   $\vec{\tau} = I\alpha$

   $\alpha = 123,63rad.s^{-2}$

   c)

   $\omega = \omega_0 + \alpha.t$

   $\omega = 61,81rad.s^{-1}$

7. Calcule a energia cinética da Terra, associada à rotação em torno de seu eixo e compare com a energia cinética do movimento orbital do centro de massa da Terra em torno do Sol. Suponha a Terra como uma esfera homogênea de 6,0x1024 kg de massa e 6,4x106 m de raio. O raio da órbita terrestre é 1,5x1011 m.

   R.

$m = 6,0.10^{24}kg$

$r = 6,4.10^6m$

$R = 1,5.10^11m$

Associada a rotação: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$

$I = \frac{2}{5}mr^2 \rightarrow 9,83.10^{37}$

$\omega = \frac{2\pi}{86400} \rightarrow 7,27.10^{-5}$

$K = 2,6.10^{29}kg.m^2.s^{-1}$

Associada a translação: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$

$I = mR^2 \rightarrow 1,35.10^{47}$

$\omega = \frac{2\pi}{360.86400} \rightarrow 2.10^{-7}$

$K = 5,4.10^{33}kg.m^2.s^{-1}$

Temos a energia associada a translação 4 ordens de grandeza superior a energia de rotação.

8. Um anel uniforme de $1,5m$ de diâmetro pivota em torno de um ponto de seu perímetro, livre para girar em torno de um eixo horizontal perpendicular ao seu plano. O anel é largado com seu centro à mesma altura do eixo. (a) Se o anel é largado do repouso, qual a sua velocidade angular máxima? (b) Qual é a menor velocidade angular que lhe deve ser dada na largada para que ele gire uma volta completa?

   R.

   a)

   $K = \frac{1}{2}I\omega^2$

   $I = 2MR^2$; $U = Mgh$

   $MgR = \frac{1}{2}(2MR^2)\omega^2$

   $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \rightarrow \omega = 3,65rad.s^{-1}$

   b)

   Como inicialmente soltamos o anel a partir do repouso, ele possui apenas energia potêncial e quando passa pelo ponto de equilíbrio ele possui a maior velocidade angular e começa a subir transformando essa energia cinética em potêncial chegando na mesma altura que a inicial. Para que o aro de uma volta completa temos de dar uma velocidade inicial de mesmo módulo para que o aro consiga chegar ao ponto mais alto, ou seja temos de dar um $v_0 = 3,65rad.s^{-1}$.

9. O sistema ao lado consiste em um bloco de $4,0kg$ colocado sobre uma prateleira horizontal sem atrito. Este bloco está preso a um cordão que passa por uma polia e tem sua outra extremidade presa a um bloco pendente de $2,0kg$. A polia é um disco uniforme de $8,0cm$ de raio e $0,6kg$ de massa. Determine a aceleração de cada bloco e as tensões no cordão.

   R.

   a)

$$\begin{cases} T_1 &= m_1 a \\ P_2 - T_2 &= m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau &= I\alpha \\ (T_2 - T_1) &= \frac{1}{2}Ma \end{cases}$$

   $\rightarrow m_2 g = a(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M)$

   $a = 3,17ms^{-2}$

   b)

   $T_1 = m_1 a \rightarrow T_1 = 12,68N\hat{i}$

   $P_2 - T_2 = m_2 a \rightarrow T_2 = 13,65N(-\hat{j})$

10. Um carro de $1200kg$ está sendo retirado da água por um guincho. No momento em que o carro está a $5,0m$ acima da água, a caixa de engrenagens quebra e o tambor do guincho gira livremente enquanto o carro cai. Durante a queda do carro, não existe deslizamento entre a corda, a polia e o tambor. O momento de inércia do tambor do guincho é $320kg.m^2$ e o da polia é $4,0kg.m^2$. O raio do tambor é $0,80m$ e o da polia é $0,30m$. Suponha o carro partindo do repouso e determine a sua velocidade de impacto com a água.

    R.

    Carro:

$$\begin{cases} Mg - T_1 = Ma \\ 12000 - T_1 = 1200a \end{cases}$$

    Polia 1:

$$\begin{cases} \tau &= I\alpha \\ (T_1 - T_2) &= \frac{4}{0,3^2}a \end{cases}$$

Polia 2:

$$\begin{cases} \tau &= I\alpha \\ T_2 &= \frac{320}{0{,}8^2}a \end{cases}$$

Substituindo o valor de T_2 na eq. da polia 1;

Substituindo o valor de T_1 na eq. do carro;

$\mapsto a = 6,67m.s^{-2}$

Por Torricelli encontramos a velocidade de impacto.

$v^2 = 2a \triangle s$

$v = 8,3ms^{-1}$

OUTRA MANEIRA DE RESOLVER:

Utilizar conservação de energia.

$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_t\omega_t^2 + \frac{1}{2}I_p\omega_p^2$

$120000 = 1200v^2 + 500v^2 + 44.4v^2$

$120000 = 1744.4v^2$

$v^2 = 68,8 \rightarrow v = 8.3m.s^{-1}$

11. Uma esfera maciça e uniforme de massa M e raio R está livre para girar em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro. Um cordão está enrolado em torno da esfera e preso a um objeto de massa m. Suponha que o cordão não deslize na esfera. Determine (a) a aceleração do objeto e (b) a tensão no cordão.

R.

a)

$I = \frac{2}{5}MR^2$

$$\begin{cases} \tau &= I\alpha \\ TR &= \frac{2}{5RMR^2}a \\ T &= \frac{2}{5}Ma \end{cases}$$

$P - T = ma$

$$\begin{cases} mg &= ma + \frac{2}{5}Ma \\ a &= \frac{5m+2M}{2mg} \end{cases}$$

b)

$T = \frac{2}{5}M\frac{5m+2M}{2mg}$

12. Dois corpos estão presos a cordas que, por sua vez, estão presas a duas rodas que giram em torno do mesmo eixo. As duas rodas estão soldadas entre si. O momento de inércia deste conjunto é $40kg.m^2$. Os raios das rodas são $R_1 = 1,2m$ e $R_2 = 0,4m$. (a) Se $m_1 = 24kg$, determine m_2 de forma a que não haja aceleração angular nas rodas. (b) Se $12kg$ são colocados em cima de m_1, determine a aceleração angular das rodas e as tensões nas cordas.

R.

a)

$I = 40kgm^2;$

$R_1 = 1,2m; R_2 = 0,4m$

$m_1 = 24kg; M_2 = ?$

$$\begin{cases} 240 & = & I\frac{a}{R_1} \rightarrow a = 7,2 \\ 10m_2 & = & I\frac{a}{R_2} \rightarrow a = 0,1m_2 \rightarrow m_2 = 72kg \end{cases}$$

b)

$m_1 = 36kg; M_2 = 72$

$R_1 = 1,2m; R_2 = 0,4m$

$$\begin{cases} m_1g - T_1 & = & m_1r_1\alpha \\ m_2g - T_2 & = & m_2r_2\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau = r_1(m_1g - mr_1\alpha) - r_2(m_2g - m_2r_2\alpha) \\ \alpha = 1,8rad.s^{-2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 & = & 282,2 \\ T_2 & = & 668,1 \end{cases}$$

13. Um corpo está rolando sem deslizar. Qual é a porcentagem da energia cinética total que tem a forma de energia cinética de translação, se o objeto for (a) uma esfera uniforme, (b) um cilindro uniforme ou (c) um aro.

R.

a) 40% b) 50% c) 100%

14. Uma esfera maciça e uniforme rola descendo um plano inclinado, sem deslizar. Se a aceleração linear do centro de massa da esfera é $0,2g$, qual é o ângulo de inclinação do plano com a horizontal?

R.

$$\begin{cases} \tau &= I\alpha = F_c R \\ F_e &= ma \end{cases}$$

$mg\sin(\theta) - F_e = ma$

$a = g\frac{\sin(\theta)}{1+I/mR^2}$

$\theta = 16,2°$

15. Um engenheiro de uma fábrica de brinquedos deve projetar um brinquedo do tipo montanha-russa. A bolinha de massa m e raio r deve descer rolando um trilho inclinado e percorrer o laço circular que o trilho forma, sem deslizar. A bolinha parte do repouso de uma altura h. O raio do laço é R. Determine a menor altura h, em termos de R e r, para a qual a bolinha permanecerá em contato com o trilho durante todo o percurso. (Não despreze o raio da bolinha.)

R.

Energia no inicio: MGH Energia no momento do loop:

$MG(2R+r) + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

No loop temos a a_c = peso:

Assim:

$MG(2R+r) + \frac{1}{2}MGR + \frac{2}{10}MGR = MGH$

$H = \frac{27}{10}R + r$

16. Um cilindro maciço, tem massa m e raio R. Ele é acelerado por uma força de tensão T que é aplicada através de uma corda enrolada em torno de um tambor de raio r. O coeficiente de atrito estático é suficiente para que o cilindro role sem deslizar. (a) Determine a força de atrito. (b) Determine a aceleração a do centro do cilindro. (c) Mostre que é possível

escolher r de forma que a aceleração a seja maior do que T/m. (d) Qual é o sentido da força de atrito nas circunstâncias da parte (c).

R.

a)

$$\begin{cases} \tau & = I\alpha \\ F_a R + Tr & = I\alpha \\ F_r & = T - F_a = ma \end{cases}$$

Isolando T da eq. do torque e substituindo na eq. da força temos:

$F_a = ma\frac{2r-R}{2(R+r)}$

b)

Isolando a F_a da eq. do torque e substituindo na eq. da força temos:

$a = (\frac{T}{M})(\frac{2}{3}(1+\frac{r}{R}))$

c)

Para a aceleração ser igual a $\frac{T}{M}$ temos $r = \frac{R}{2}$; portando qualquer que seja o valor de $r > \frac{R}{2}$ satisfaz a condição.

d)

Seja $r = \frac{3}{5}R$

Substituindo na equação da força de atrito:

$F_a = -cte(\frac{2r-R}{R+r})$

$F_a = -cte\frac{0{,}2}{1{,}6}$

Portando a força de atrito tem o mesmo sentido que a aceleração.

17. Os dias em Marte e na Terra têm quase a mesma duração. A massa da Terra é $9,35$ vezes a de Marte e Marte está em média, $1,52$ vez mais afastado do Sol do que a Terra. O ano marciano é $1,88$ vez mais longo do que o terrestre. Suponha que ambos sejam esferas uniformes com órbitas circulares em torno do Sol. Estime a razão (Terra para Marte) entre (a) suas quantidades de movimento angular de spin, (b) suas energias cinéticas de spin, (c) suas quantidades de movimento angular orbital e (d) suas energias cinéticas orbitais.

R.

a)

$L = I\omega$

$\frac{L_T}{L_M} = 9,35.4 \rightarrow 37,4$

b)

$K = I\omega^2$

$\frac{K_T}{K_M} = 37,4$

c)Orbital

$L = I\omega$

$\frac{L_T}{L_M} = 9,35.0,122 \rightarrow 1,145$

d)Orbital

$K = I\omega^2$

$\frac{K_T}{K_M} = 0,32$

18.

19.

20. Na figura ao lado, o plano inclinado é sem atrito e o fio passa pelo centro de massa do bloco. A polia tem um momento de inércia I e raio R. (a) Determine o troque resultante sobre o sistema. (b) Escreva uma expressão para a quantidade de movimento angular total do sistema em relação ao centro da polia. Suponha as massas se deslocando com uma velocidade v. (c) Determine a aceleração das massas usando os resultados anteriores e igualando o torque resultante à taxa de variação da quantidade de movimento angular do sistema.

R.

$$\begin{cases} -P_1 + T_1 &= m_1 a \\ +P_2 - T_2 &= m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau &= I\alpha \\ R(-T_1 + T_2) = \frac{I\alpha}{R} \end{cases}$$

$\tau R(P_2 \sin(\theta) + P_1) + Ra(m_1 - m_2)$

b)

$L_z = L_p + L_1 + L_2$

$L_z = I\omega + m_1 vR + m_2 vR$

c)

$\tau R(P_2 \sin(\theta) + P_1) + Ra(m_1 - m_2)$

$\frac{dL}{dt} = I\alpha + (m_1 + m_2)aR$

$a = \frac{R^2(P_2 \sin(\theta)+P_1)}{I+2mR^2}$

21. Voce está sobre uma plataforma sem atrito, que gira com uma rapidez angular de $1,5rot/s$. Seus braços estão estendidos e voce segura um peso em cada mão. O momento de inércia da plataforma, com voce de braços estendidos segurando os pesos é de $6,0kg.m^2$. Quando voce puxa os pesos para si, o momento de inércia diminui para $1,8kg.m^2$. (a) Qual é a rapidez angular final da plataforma? (b) Qual a variação da energia cinética do sistema? (c) De onde veio este aumento de energia?

R.

a)

$\omega = 1,5rots^{-1} \rightarrow 1,5.2\pi$ $I = 6$; Depois;

$I = 1,8$

$I_i\omega_i = I_f\omega_f$

$\omega_f = 5rot.s^{-1}$

b)

$K = \frac{1}{2}I\omega^2$

$\triangle K = 1,35.4\pi^2$

c)

O aumento de energia ocorreu pois o momento de inércia diminuiu e transformada em velcidade angular, mas a causa foi eu puxar os braços para junto ao corpo.