FEP-111 Fisica I para Oceanografia

Márcio Katsumi Yamashita

Lista de Exercícios 6

Gravitação

1. Kepler determinou distâncias no sistema solar, a partir de suas observações. Por exemplo, ele encontrou a distância relativa entre o Sol e Venus da seguinte maneira. Como a órbita de Venus é mais próxima do Sol do que a órbita da Terra, sua posição no céu nunca é muito distante do Sol. Considere a órbita de Venus circular e a posição de Venus o mais afastado possível do Sol. (a) Sob estas condições, mostre que o ângulo b vale 90. (b) Se o ângulo de elongação máxima a entre Venus e o Sol é de 47, qual é a distância Venus - Sol? (c) Qual a duração do "ano"venusiano?

   R.

   a)Pela geometria vemos que é 90

   b)$1 u.a. \sin(47)$

   c) Usar terceira lei de kepler.

2. A massa de Saturno é de $5,7.10^{26} kg$. (a) Determine o período de sua lua Mimas, cujo raio orbital médio é de $1,86.10^{8} m$. (b) Determine o raio orbital médio de sua lua Titã, cujo período é de $1,38.10^{6} s$.

   R.

   a)

   Usando a terceira lei de Kepler: $T_M^2 = \frac{4\pi^2 r_M^3}{GM_S}$

   $T_M = \sqrt{\frac{4\pi^2 (1{,}86.10^8)^3}{5{,}7.10^{26}.6.67.10^{-11}}}$

   $T_M = 8,2.10^4 s$

   b)

   Usando a terceira lei de Kepler:

   $r_T = (\frac{T_T^2 G M_S}{4\pi^2})^{\frac{1}{3}}$

   $r_T = 1,2.10^9 m$

3. Suponha que voce deixe o sistema solar e chegue em um planeta com a mesma razão massa/volume da Terra, mas com um raio igual a 10 vezes o raio da Terra. Quanto voce pesaria neste planeta em comparação com o seu peso na Terra?

   R.

   $\frac{M_T}{V_T} = \frac{M_N}{V_N}$

   $\frac{M_T}{M_N} = 10^{-3}$

   $M_N = 1000 M_T$

   $g = \frac{GM}{r^2}$

O peso seria 10 vezes menor.

4. Uma esfera maciça de raio R tem o centro na origem. Ela tem uma densidade uniforme ρ, exceto pelo fato de ter uma cavidade esférica de raio $r = \frac{R}{2}$ centrada em $x = \frac{R}{2}$. Determine o campo gravitacional nos pontos do eixo x, para $x > R$.

   R.

   Para uma esfera maciça

   $\frac{GM}{x^2}$

   Para uma esfera deslocada de $\frac{R}{2}$:

   $\frac{GM_c}{(x-R/2)^2}$

   $M_c = \frac{(R/2)^3}{R^3}M \rightarrow M_c = \frac{M}{8}$

   $\frac{GM/8}{(x-R/2)^2}$

   Assim o campo é: $GM(1 - \frac{1}{8(1-R/2)^2})$

5. Muitos satélites orbitam a Terra em altitudes de até $1000km$ acima da superfície da Terra. Satélites geossíncronos, no entanto, orbitam a uma altitude de $35790km$ acima da superfície da Terra. (a) Quanta energia é necessária para lançar um satélite de $500kg$ em uma órbita geossíncrona? (b) Repita o exercício para uma órbita com altitude de $1000km$.

   R.

   $K_f + U_f$ =Energia necessária

   $-\frac{GM_t m_s}{35790} + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$

   Condição fundamental: a força gravitacional é igual a força centripeta necessária para mante-lo em movimento sobre uma orbita circular.

   $\omega^2 r^2 = \frac{GM}{r}$

   $-\frac{GM_t m_s}{35790} + \frac{1}{2}\frac{GM_t M_s}{35790}$

   $\mapsto -\frac{1}{2}\frac{GM_t M_s}{35790}$

6. Um dos foguetes da nave Pioneer alcançou uma altitude $H = 1,25.10^6 km$.Supondo que o foguete tenha sido lançado verticalmente e que a atmosfera se estenda até uma altitude $h = 1,30.10^2 km$, determine a magnitude da velocidade v com que esse foguete atingiu a atmosfera terrestre em seu retorno. Despreze o efeito gravitacional da Lua sobre o foguete.

   R.

$-\frac{GMm}{r^2} = ma$

$\tau = \int_H^h F dx = \triangle K$

Trabalho é igual a variação de energia cinética.

$\mapsto -GMm \int_H^h r^{-2} dr \rightarrow GMm(\frac{1}{h} - \frac{1}{H})$

$\frac{1}{2}Mv^2 = 2GMm(\frac{1}{h} - \frac{1}{H})$

$v = (2GM(\frac{1}{h} - \frac{1}{H}))^{\frac{1}{2}}$

7. Dois satélites de massas m_1 e m_2 se encontram em órbitas circulares em torno da Terra (massa M_T) a uma distância R_1 e R_2, respectivamente, como na figura abaixo. Calcule a razão das velocidades orbitais em função dos períodos orbitais T_1 e T_2.

   R.

   $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{R_2^3}$

   $v = \frac{2\pi R}{T}$

   $\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_2 r_1}{T_1 r_2}$

   $\frac{v_1}{v_2} = (\frac{T_2}{T_1})(\frac{T_1}{T_2})^{2/3}$

   $\frac{v_1}{v_2} = (\frac{T_2}{T_1})^{1/3}$

8. Um sistema de estrelas triplas consiste de três estrelas orbitando uma em torno das outras. Por simplicidade assumimos que as três estrelas têm massa M e que elas se movem ao longo de uma órbita comum de raio R, mantendo uma separação angular de 120°. a) Determine a magnitude F da força de atração gravitacional resultante em cada estrela. b) Determine o período T do movimento.

   R.

   a)

   $F = \frac{GM^2\sqrt{3}}{3R^2}$

   b)

   $T = ?$

   $v = \frac{2\pi R}{T}$

   Aceleração Centripeta.

   $\frac{GM}{R^2} = \frac{v^2}{r}$

$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$
$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{R}}}$

9. Dois corpos de massas $m_1 = m_2 = 6,4kg$ estão separados de uma distância $L = 0,16m$. Um terceiro corpo de massa $m = 0,10kg$ é abandonado de um ponto P, eqüidistante dos dois corpos a uma distância $h = 0,060m$ da reta que os une, conforme a figura . a) Determine a velocidade do corpo de massa m no instante que ele passa pelo ponto Q. b) Calcule a sua aceleração em P e Q.

   R.

   a)

   $F = \frac{-GMm\cos(\theta)}{r^2}$

   Como temos duas massas:

   $F = -\frac{GMmh}{(h^2+d^2)^{3/2}}$

   Fazendo a integração, pois a aceleração não é constante, temos:

   $\int_{0,06}^{0} F.dh$

   $\mapsto 2GMm[\frac{1}{\sqrt{h^2+d^2}}]_{0,06}^{0}$

   $2GMm[\frac{1}{0,08} - \frac{1}{0,1}]$

   $2GMm[2,5] = \frac{1mv^2}{2}$

   $v^2 = 10GM$

   b)

   Aceleração no ponto P.

   $g_1 = g_2 = \frac{GM}{r^2}$

   Na vertical temos: $a = \frac{2MGh}{r^3}$

   $a = 5,1.10^{-8}ms^{-1}$

   Aceleração no ponto Q.

   $a = 0$

   Pois temos duas componentes de força de mesmo modulo mas de direções diferentes.