Física I - FEP0111

PROVA SUBSTITUTIVA

DIURNO E NOTURNO

07/12/2010

Nome: Gabarito Turma: _______

Nº USP: ___________________________

1. Resolva cada problema usando apenas a folha que contém o enunciado.
2. Coloque seu nome e turma em todas as páginas.
3. Onde for necessário use para a aceleração da gravidade o valor 10 m/s^2.
4. É permitido o uso de calculadora.
5. Todos os problemas têm o mesmo valor.
6. A prova tem duração de 120 minutos.
7. Justifique todas as suas respostas.

Q_1:
Q_2:
Q_3:
Q_4:
Nota:

Nome: ____Turma: _______

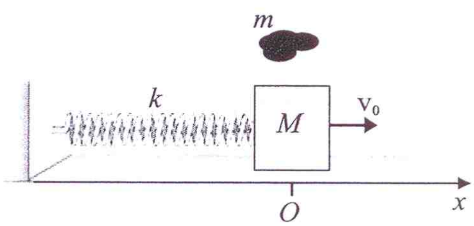
1. Um bloco de massa M=200 g, preso a uma mola de constante k=80 N/m, descreve um movimento harmônico simples horizontal com amplitude A=0,5 m. No instante em que o bloco passa pela posição de equilíbrio, um pedaço de massa de vidraceiro de massa m=50 g que vinha caindo verticalmente sobre o bloco, de uma pequena altura, gruda no bloco de massa M. Determine:

   (a) **(0,5)** A velocidade v_0 do bloco de massa M quando ele passa pela posição de equilíbrio, imediatamente antes da queda da massa m;

   (b) **(1,0)** A velocidade do sistema imediatamente após a massa m ficar grudada em M.

   (c) **(0,5)** A colisão entre M e m é elástica? Justifique sua resposta numericamente.

   (d) **(0,5)** A nova amplitude do movimento após a colisão.



a) $\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} M v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = \left(\frac{k}{M}\right) A^2 = w_0^2 A^2$

$V_0 = w_0 A$

$v_0 = \sqrt{\frac{80}{0{,}2}} \times 0{,}5 = 20 \times 0{,}5 \Rightarrow$ $\boxed{v_0 = 10 m/s}$

<u>ou</u>

$x(t) = A\cos(w_0 t + \varphi)$

$x(t) = 0{,}5\cos(20t + \varphi)$

$x(0) = 0 = 0{,}5\cos\varphi$ < $\varphi = \pi/2$; $\varphi = \frac{3\pi}{2}$

Para $\varphi = \pi/2$

$x(t) = -0{,}5 \text{ sen } 20t$

$v(t) = -10\cos 20t$

$v(0) = -10 < 0$ (mas $v_0 > 0$)

$\therefore \varphi = 3\pi/2 \Rightarrow$

$x(t) = 0{,}5 \text{ sen } 20t$

$v(t) = 10\cos 20t$

$v(0) = v_0 = 10 \Rightarrow \boxed{v_0 = 10 m/s}$

(b) $M v_0 = (M+m) v$

$v = \frac{M v_0}{(M+m)} = \frac{0{,}2 \times 10}{0{,}25} =$

$\therefore \boxed{v = 8 m/s}$

(c) $K_i = \frac{1}{2} M v_0^2$ e $U_i = 0$

$K_f = \frac{1}{2}(m+M) v^2$ e $U_f = 0$

$K_i = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times 10^2 = 10 J$

$K_f = \frac{1}{2} \times 0{,}25 \times 8^2 = 8 J$

$K_f < K_i \Rightarrow$ <u>inelástica</u>

(d) $w_0 = \sqrt{\frac{80}{0{,}25}} = 17{,}88$ rad/s

$K_f = \frac{1}{2} k A_N^2 = 8$

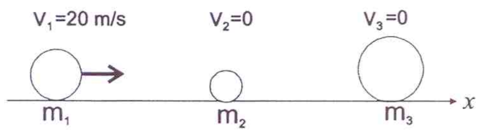
$A_N = \sqrt{\frac{16}{80}}$

$\boxed{A_N = 0{,}447 m}$

2. Duas partículas, de massas m_2=10 g e m_3=30 g, estão inicialmente paradas ao longo do eixo x quando uma terceira partícula de massa m_1= 20 g, com uma velocidade v_1= 20 m/s, incide sobre m_2. Em consequência, m_2 colide com m_3. O choque entre m_1 e m_2 é central e elástico, enquanto que o choque entre m_2 e m_3 é central e perfeitamente inelástico. Depois de terem ocorrido todas as colisões, calcule:

   (a) **(1,5)** A energia cinética de cada partícula;

   (b) **(1,0)** A velocidade de m_1 em relação ao centro de massa (CM) do sistema.



(a) $m_1 v_1 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$ (1)

$0{,}02 \times 20 = 0{,}02\, v_{1f} + 0{,}01\, v_{2f}$

$40 = 2 v_{1f} + v_{2f}$

$\dfrac{m_1 v_1^2}{2} = \dfrac{m_1 v_{1f}^2}{2} + \dfrac{m_2 v_{2f}^2}{2}$ (2)

$\dfrac{0{,}02 \times 20^2}{2} = \dfrac{0{,}02\, v_{1f}^2}{2} + \dfrac{0{,}01\, v_{2f}^2}{2}$

$800 = 2 v_{1f}^2 + v_{2f}^2$

$m_2 v_{2f} = (m_2 + m_3) v_{23f}$ (3)

$0{,}01\, v_{2f} = 0{,}04\, v_{23f}$

$v_{2f} = 4 v_{23f}$

De (1) $v_{2f} = 40 - 2v_{1f}$

$v_{2f}^2 = 1600 - 160\, v_{1f} + 4 v_{1f}^2$

Substituindo em (2)

$800 = 2 v_{1f}^2 + 1600 - 160\, v_{1f} + 4 v_{1f}^2$

$6 v_{1f}^2 - 160\, v_{1f} + 800 = 0$

$v_{1f} = \dfrac{160 \pm \sqrt{(160)^2 - 4 \times 6 \times 800}}{12}$

$v_{1f} = \dfrac{160 \pm 80}{12}$

$\begin{cases} v_{1f} = 20 \text{ m/s} \\ v_{1f} = \dfrac{20}{3} = 6{,}67 \text{ m/s} \end{cases}$

Se $v_{1f} = 20$ m/s $\Rightarrow v_{2f} = 0$ (não é solução)

$v_{1f} = \dfrac{20}{3}$ m/s $\Rightarrow v_{2f} = \dfrac{80}{3} = 26{,}67$ m/s

Substituindo o valor de v_{2f} em (3) $\Rightarrow v_{23f} = \dfrac{20}{3} = 6{,}67$ m/s

$\therefore T_{1f} = \dfrac{1}{2} \times 0{,}02 \times \left(\dfrac{20}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9} = 0{,}44$ J

$T_{2f} = \dfrac{1}{2} \times 0{,}01 \times \left(\dfrac{80}{3}\right)^2 = \dfrac{32}{9} = 3{,}56$ J → 1ª colisão

→ após a 2ª colisão $T_{2f} = \dfrac{1}{2} \times 0{,}01 \times \left(\dfrac{20}{3}\right)^2 = \dfrac{2}{9} = 0{,}22$ J

$T_{23f} = \dfrac{1}{2} \times 0{,}04 \times \left(\dfrac{20}{3}\right)^2 = \dfrac{8}{9} = 0{,}89$ J → somente a partícula 3

$T_{3f} = \dfrac{6}{9} = 0{,}67$ J

(b) $V_{CM} = \dfrac{0{,}02 \times 20}{0{,}06} = \dfrac{20}{3}$ m/s $\Rightarrow$ $\boxed{V_{1r} = V_{CM} - V_{1f} = 0}$

Nome: ______________________________ **Turma:** ____

3. Um equilibrista, de massa $\mathbf{m} = \mathbf{M/3}$, está, no instante inicial t_0, na extremidade de uma longa barra horizontal homogênea, de comprimento $\mathbf{D}$ e massa $\mathbf{M}$, que por sua vez está girando em torno de um eixo vertical que passa pelo centro de massa da barra. O equilibrista começa então a caminhar sobre a barra, em direção ao eixo de rotação, com uma velocidade constante v, em relação à barra, chegando em seu centro no instante t_f. Se, no instante inicial, o período de rotação da barra era T_0, pergunta-se:

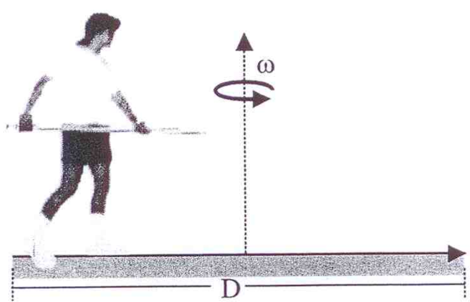
   (a) **(1,0)** Qual será o período de rotação T_f quando o equilibrista atingir o centro da barra?

   (b) **(1,0)** Nesse movimento a energia do sistema aumentou, diminuiu ou permaneceu a mesma? Calcule e justifique.

   (c) **(0,5)** Qual a aceleração angular média do sistema no intervalo de tempo $t_0 \le t \le t_f$?

Dados: $I_{CM}^{barra} = MD^2/12$

Obs.: Considere o equilibrista como uma massa puntiforme.



(a) Só existem forças internas $\Rightarrow \vec{L}_i = \vec{L}_f$

$$I_0\omega_0 = I_f\omega_f$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{e} \quad \omega_f = \frac{2\pi}{T_f}$$

$$I_0 = \frac{MD^2}{12} + m\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{M}{12}D^2 + \frac{M}{3}\frac{D^2}{4}$$

$$I_0 = \frac{MD^2}{6}$$

$$I_f = \frac{MD^2}{12}$$

$$\therefore \quad \frac{MD^2}{6}\cdot\frac{2\pi}{T_0} = \frac{MD^2}{12}\cdot\frac{2\pi}{T_f} \Rightarrow \boxed{T_f = \frac{T_0}{2}} \Rightarrow \omega_f > \omega_0$$

(b) $T_i = \frac{1}{2}I_0\omega_0^2 + \frac{1}{2}mv^2$

$$T_f = \frac{1}{2}I_f\omega_f^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta T = T_f - T_i = \frac{1}{2}\left(I_f\omega_f^2 - I_0\omega_0^2\right)$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}\left(\frac{I_0}{2}(2\omega_0)^2 - I_0\omega_0^2\right)$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}I_0\omega_0^2 > 0 \quad (\text{aumentou}) \Rightarrow \Delta T = \frac{1}{2}\frac{MD^2}{6}\times\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{MD^2\pi^2}{3T_0^2}$$

(c) $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t}$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L/2}{v} = \frac{L}{2v}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\left(\frac{4\pi}{T_0} - \frac{2\pi}{T_0}\right)}{L/2v} \Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{2\pi}{T_0}\cdot\frac{2v}{L} \Rightarrow \boxed{\bar{\alpha} = \frac{4\pi v}{LT_0}}$$

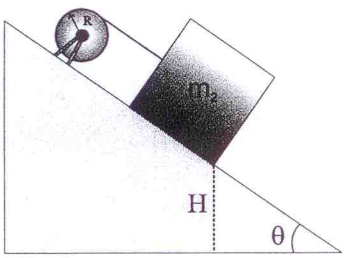
4. Um cilindro uniforme de massa m_1 e raior R gira apoiado em suportes sem atrito. Uma corda,nele enrolada, tem sua extremidade presa a um corpo de massa m_2, colocado num plano inclinado sem atrito, de ângulo θ, conforme a figura. Com a massa m_2 em repouso e à uma altura H, o sistema começa a mover-se. Determine:

$I_{cil\,CM} = \frac{1}{2} m_1 R^2$

(a) **(1,0)** A aceleração de m_2;

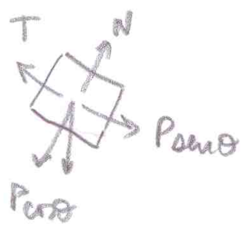
(b) **(0,5)** A tensão na corda;

(c) **(1,0)** A velocidade de m_2 quando ele chega na base do plano. Dê sua resposta em termos de m_1, m_2, g e H. e θ



(a) $\odot \curvearrowright T$ $\quad \tau = T.R = \frac{1}{2} m_1 R^2 . \alpha$

$TR = \frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{m_1 a}{2}$



$m_2 g \operatorname{sen}\theta - T = m_2 a$

$m_2 g \operatorname{sen}\theta - \frac{m_1 a}{2} = m_2 a$

$m_2 g \operatorname{sen}\theta = \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right) a$

$$\boxed{a = \frac{m_2 g \operatorname{sen}\theta}{\frac{m_1}{2} + m_2}}$$

(b) $T = \frac{m_1}{2} . \left(\frac{m_2 g \operatorname{sen}\theta}{\frac{m_1}{2} + m_2}\right)$

$$\boxed{T = \frac{m_1 m_2 g \operatorname{sen}\theta}{m_1 + 2m_2}}$$

(c) $v_2^2 = v_{02}^2 + 2aS$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{H}{S}$

$\Rightarrow S = \frac{H}{\operatorname{sen}\theta}$

$\therefore$

$v_2^2 = \left(\frac{2 \times m_2 g \cancel{\operatorname{sen}\theta}}{\frac{m_1}{2} + m_2}\right) . \frac{H}{\cancel{\operatorname{sen}\theta}}$

$v_2 = \sqrt{\frac{2 m_2 g H}{\left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)}}$