SUMÁRIO

1 OBJETIVO

Esta Norma estabelece requisitos para expressão da incerteza de medição que os laboratórios de calibração devem atender para obter e manter a acreditação pela Cgcre/Inmetro.

2 CAMPO DE APLICAÇÃO

Este documento se aplica à Dicla, aos Laboratórios de calibração acreditados e postulantes à acreditação, aos avaliadores e especialistas que atuam nos processos de acreditação de laboratórios.

3 RESPONSABILIDADE

A responsabilidade pela revisão desta Norma é da Dicla .

4 REQUISITO

Os cálculos e a expressão das incertezas de medição referentes às calibrações realizadas pelos laboratórios de calibração acreditados e postulantes à acreditação devem ser elaborados e implementados de acordo com os princípios estabelecidos no documento "Versão Brasileira do Documento de Referência EA-4/02 - Expressão da Incerteza de Medição na Calibração" (janeiro/1999), em anexo.

5 REGISTRO DE MODIFICAÇÕES

Foi substituido o termo "credenciamento" por "acreditação".

/ANEXO

ANEXO - VERSÃO BRASILEIRA DO DOCUMENTO DE REFERÊNCIA EA-4/02 - EXPRESSÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA CALIBRAÇÃO

Nota: Por tratar-se de tradução de documento em língua estrangeira, este Anexo não segue as prescrições da NIG-GQUAL-001.

Expressão da Incerteza de Medição na Calibração

Versão Brasileira da Publicação EA-4/02
(Referência Original do Editor: EAL-R2)

Finalidade

A finalidade deste documento é harmonizar a avaliação da incerteza de medição na calibração, no âmbito da EA, e estabelecer, juntamente com os requisitos gerais do EA-4/01, as necessidades específicas para declarar a incerteza de medição nos certificados de calibração emitidos pelos laboratórios credenciados e apoiar os organismos de credenciamento dos países na atribuição coerente da melhor capacidade de medição dos laboratórios de calibração, por eles credenciados. Como as regras definidas neste documento estão de acordo com as recomendações do *Guia para a Expressão da Incerteza de Medição,* publicado por sete organizações internacionais envolvidas com normalização e metrologia, a implementação do documento EA-4/02 contribuirá também para a aceitação global dos resultados europeus de medição.

Expressão da Incerteza de Medição na Calibração

Primeira edição brasileira em língua portuguesa do
EA-4 / 02 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration

Concepção do documento original

EA Task Force Committee 2 (Calibration and Testing Activities)
Revisão do WECC Doc. 19-1990

Comissão de tradução e revisão da primeira edição brasileira

Prof. Maurício Nogueira Frota, Diretor da Dimci/Inmetro
Josefa Paredes Villalobos, Presidente do GT-3/RBC/Dicla/Inmetro, Incerteza de Medição

Adauto de Oliveira (Inmetro)
Álvaro de Medeiros Farias Theisen (Labelo/PUCRG)
Celso Pinto Saraiva (CPqD/Campinas)
Gilberto Fidélis (Certi/SC)
José Carlos Valente de Oliveira (Inmetro)
José Eustáquio da Silva (Cetec/MG)
José Luciano Duarte (IF/USP)
Léa Contier de Freitas (Inmetro)
Luiz Gonzaga Mezzalira (Mackenzie/SP)
Marco Antônio Giaggio (Certi/SC)
Marcos Motta de Souza (Inmetro)
Maurício Soares (Inmetro)
Nelson Schoeler (Certi/SC)
Renato Nunes Teixeira (Inmetro)
Ricardo José de Carvalho (ON/RJ)
Valter Quilici Pereira (CNEN/MG)
Vitor Manoel Loayza de Mendoza (Inmetro)
Walter Link (IPT/SP)
Walter Yoshiriko Aibe (Inmetro)
Wilson Maftoun (LAC/Copel/PR)

Apoio Administrativo
Annalina Camboim de Azevedo (SBM)

Designer da Capa
Ana Cláudia David de Andrade (SBM)

Autoria do documento original

O documento original (EA-4/02) foi redigido pela EA "Task Force" como revisão do documento anterior (WECC-19-1990) pelo Comitê 2 (Atividades de Calibração e Ensaio) da EA. A publicação engloba uma revisão integral do documento WECC-19-1990, substituindo-o.

Idioma Oficial

Segundo instruções da EA, o texto pode ser traduzido para outros idiomas conforme necessário. A versão em inglês permanece sendo a versão definitiva.

Informações adicionais

Para obter informações adicionais sobre o documento original EA-4/02, os interessados devem contactar os membros da EA nos seguintes países.

	Organização para Calibração	**Organização para Ensaios**
Áustria	BMwA	BMwA
Bélgica	BKO/OBE	BELTEST
Dinamarca	DANAK	DANAK
Finlândia	FINAS	FINAS
França	COFRAC	COFRAC
Alemanha	DKD	DAR
Grécia	Ministério do Comércio	ELOT
Islândia	ISAC	ISAC
Irlanda	NAB	NAB
Itália	SIT	SINAL
Países Baixos	RvA	RvA
Noruega	NA	NA
Portugal	IPQ	IPQ
Espanha	ENAC	ENAC
Suécia	SWEDAC	SWEDAC
Suiça	SAS	SAS
Reino Unido	UKAS	UKAS

Nota:

O Brasil, respaldado por contrato firmado entre a European Cooperation Accreditation (EA) e o Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Inmetro), se faz representar junto a EA, por intermédio da Divisão de Credenciamento de Laboratórios de Calibração (Dicla/Inmetro), que se encontra em processo de assinatura do *'Multi-Recognition Agreement' (MRA)* da EA.

Sumário

1 Introdução

1.1 Este documento estabelece os princípios e os requisitos para a avaliação da incerteza de medição em calibração e para a declaração desta incerteza em certificados de calibração. O tratamento é mantido em um nível geral para atender a todos os campos de calibração. O método esboçado poderá ser complementado por recomendações mais específicas para diferentes campos, para tornar a informação mais prontamente aplicável. No desenvolvimento de tais guias suplementares os princípios gerais estabelecidos neste documento devem ser seguidos para assegurar a harmonização entre os diferentes campos.

1.2 **O** tratamento neste documento está de acordo com o *Guia para a Expressão da Incerteza de Medição,* primeira edição publicada em 1993 em nome do BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML [ref 1]. Mas enquanto a [ref 1] estabelece regras gerais para a avaliação e expressão da incerteza de medição que podem ser seguidas na maioria dos campos da medição física, este documento concentra-se no método mais adequado para medições em laboratórios de calibração e descreve uma maneira não-ambígua e harmonizada de avaliar e declarar a incerteza de medição. Este documento consiste dos seguintes tópicos:

- definições básicas para o documento,
- métodos para a avaliação da incerteza de medição das grandezas de entrada,
- relação entre a incerteza de medição da grandeza de saída e a incerteza de medição das grandezas de entrada,
- incerteza expandida de medição da grandeza de saída,
- declaração da incerteza de medição,
- um procedimento passo a passo para o cálculo da incerteza de medição.

Exemplos mostrando a aplicação do método aqui delineado para problemas de medição específicos em diferentes áreas serão fornecidos em suplementos subsequentes. A avaliação da incerteza de medição é também abordada em diversos documentos da EA os quais fornecem orientação sobre métodos de calibração, alguns deles contendo exemplos específicos.

1.3 No âmbito da EA a **melhor capacidade de medição** (sempre se referindo a uma grandeza em particular, isto é, o mensurando) é definida como a menor incerteza de medição que um laboratório pode atingir no escopo do seu credenciamento, quando efetua calibrações mais ou menos rotineiras de padrões de medição próximos do ideal, destinados a definir, realizar, conservar ou reproduzir uma unidade daquela grandeza ou um ou mais de seus valores, ou quando realizam calibrações mais ou menos rotineiras de instrumentos de medição próximos do ideal projetados para a medição daquela grandeza. A avaliação da melhor capacidade de medição de laboratórios de calibração credenciados deve ser baseada no método descrito neste documento mas deverá ser normalmente sustentada ou confirmada por evidência experimental. Para auxiliar os organismos credenciadores com a avaliação da melhor capacidade de medição algumas explanações adicionais são apresentadas no anexo A.

2 Linhas gerais e definições

Nota: Os termos de relevância especial no âmbito do texto principal são escritos em negrito quando eles aparecem pela primeira vez neste documento. O anexo B contém um glossário destes termos junto com as referências aos documentos fonte dos quais as definições foram adotadas.

2.1 A declaração do resultado de uma medição somente é completa se ela contiver tanto o valor atribuído ao mensurando quanto a incerteza de medição associada a este valor. Neste documento todas as grandezas que não são conhecidas exatamente são tratadas como **variáveis aleatórias,** incluindo as grandezas de influência que podem afetar o valor medido.

2.2 A **incerteza de medição é** um parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando [ref. 2] . Neste documento o termo abreviado **incerteza é** utilizado no lugar de **incerteza de medição** desde que não haja risco de causar confusão. Para fontes típicas de incertezas em uma medição veja a lista fornecida no anexo C.

2.3 Os **mensurandos** são as grandezas particulares submetidas a medição. Em calibrações, usualmente se lida com somente um mensurando ou **grandeza de saída** Y que depende de uma série de **grandezas de entrada** X_i $(i= 1, 2, .., N)$ de acordo com a relação funcional

(2.1)

A função modelo f representa o procedimento de medição e o método de avaliação. Ela descreve como os valores da grandeza de saída Y são obtidos a partir dos valores das grandezas de entrada X_i. Na maioria dos casos será uma expressão analítica, mas também pode haver casos em que será descrita por um grupo de expressões que incluem correções e fatores de correção para efeitos sistemáticos, levando assim a uma equação mais complexa

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N)$$

que não pode ser representada por uma função analítica explícita. Além disso, f pode ser determinada experimentalmente, ou existir somente como um algoritmo de computação que deve ser avaliado numericamente, ou, ainda, pode ser uma combinação dos casos descritos acima.

2.4 O conjunto de grandezas de entrada X_i pode ser agrupado em duas categorias de acordo com a maneira pela qual o valor da grandeza e sua incerteza associada tenham sido determinados:

(a) grandezas cujas estimativas e incertezas associadas são diretamente determinadas na medição em curso. Esses valores podem ser obtidos, por exemplo, de uma única observação, de observações repetidas, ou através de julgamento baseado na experiência. Eles podem envolver a avaliação de correções para as indicações dos instrumentos bem como correções para grandezas de influência, tais como temperatura ambiente, pressão barométrica ou umidade;

(b) grandezas cujas estimativas e incertezas associadas são incorporadas à medição a partir de fontes externas, tais como grandezas associadas aos padrões de medição calibrados, materiais de referência certificados, ou dados de referência obtidos de manuais ou compêndios.

2.5 Uma estimativa do mensurando Y, a **estimativa de saída** designada por y, é obtida pela equação (2.1) usando **estimativas de entrada** x_i para os valores das grandezas de entrada X_i

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_N) \tag{2.2}$$

Entende-se que os valores de entrada são as melhores estimativas que foram corrigidas para todos os efeitos significativos para o modelo. Se não o foram, as correções necessárias devem ser introduzidas como grandezas de entrada separadas.

2.6 Para uma variável aleatória a **variância** de sua distribuição ou a raiz quadrada positiva da variância, chamada **desvio padrão, é** utilizada como uma medida da dispersão de valores. A **incerteza padrão de medição** associada a estimativa de saída ou resultado de medição y, designado por $u(y)$, é o desvio padrão do mensurando Y. Ela deve ser determinada a partir das estimativas x_i das grandezas de entrada X_i , e suas incertezas padrão associadas $u(x_i)$. A incerteza padrão associada a uma estimativa, tem a mesma dimensão da estimativa. Em alguns casos pode ser apropriado utilizar **a incerteza padrão relativa de medição,** que é a incerteza padrão de medição associada a uma estimativa dividida pelo módulo desta estimativa e que é portanto adimensional. Este conceito não pode ser utilizado se a estimativa for igual a zero.

3 Avaliação da incerteza de medição das estimativas de entrada

3.1 Considerações gerais

3.1.1 A incerteza de medição associada as estimativas de entrada é avaliada de acordo com os métodos de avaliação do Tipo A ou do Tipo B. A **avaliação do Tipo A da incerteza padrão** é o método de avaliação da incerteza pela análise estatística de uma série de observações. Neste caso, a incerteza padrão é o desvio padrão experimental da média que se obtêm de um procedimento de cálculo da média aritmética ou de uma análise de regressão adequada. A **avaliação do Tipo B da incerteza padrão** é o método de avaliação da incerteza por outros meios que não a analise estatística de uma série de observações. Neste caso, a avaliação da incerteza padrão é baseada em algum outro conhecimento científico.

Nota: Existem ocasiões, raramente encontradas em calibração, quando todos os valores possíveis de uma grandeza situam-se em um lado de um valor limite único. Um caso bem conhecido é o chamado erro de coseno. Para o tratamento de tais casos especiais veja [ref. 1].

3.2 Avaliação do Tipo A da incerteza padrão

3.2.1 A avaliação do Tipo A da incerteza padrão pode ser aplicada quando tenham sido feitas várias observações independentes para uma das grandezas de entrada sob as mesmas condições de medição. Caso haja suficiente resolução no processo de medição haverá uma dispersão ou espalhamento observável nos valores obtidos.

3.2.2 Suponha que a grandeza de entrada X_j medida repetidamente é a grandeza Q.

Com n observações estatisticamente independentes (n > 1), a estimativa da grandeza Q *é* $\bar{q}$, a **média aritmética** ou a **média** dos valores individuais observados $q_j\,(j = 1,2..,n)$;

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} q_j \qquad (3.1)$$

A incerteza de medição associada com a estimativa $\bar{q}$ é avaliada de acordo com um dos seguintes métodos:

(a) Uma estimativa da variância da distribuição de probabilidade fundamental é a **variância experimental** $s^2(q)$ dos valores de q_j que é dada por

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(q_j - \bar{q})^2 \qquad (3.2)$$

O valor (positivo) da raiz quadrada de $s^2(q)$ é chamado **desvio padrão experimental.** A melhor estimativa da variância da média aritmética $\bar{q}$ *é* a **variância experimental da média** dada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \qquad (3.3)$$

o valor (positivo) da raiz quadrada de $s^2(\bar{q})$ é chamada **desvio padrão experimental da média.** A incerteza padrão $u(\bar{q})$ associada à estimativa de entrada $\bar{q}$ é o desvio padrão experimental da média.

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \qquad (3.4)$$

Atenção: Geralmente, quando o número n de medições repetidas é baixo (n <10), a confiabilidade de uma avaliação do Tipo A da incerteza padrão, como expressa pela equação (3.4) deve ser considerada. Se o número de observações não puder ser aumentado, outros meios de avaliação da incerteza padrão apresentados neste texto devem ser considerados.

(b) Para uma medição que está bem caracterizada e sob controle estatístico, uma estimativa combinada ou **estimativa agrupada da variância** s_p, pode estar disponível e melhor caracterizar a dispersão do que o desvio padrão estimado obtido de um número limitado de observações. Se, em tal caso, o valor da grandeza de entrada Q for determinado como a média aritmética q de um número pequeno de n observações independentes, a variância da média pode ser estimada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \qquad (3.5)$$

A incerteza padrão é deduzida a partir deste valor pela equação (3.4).

3.3 Avaliação do Tipo B da incerteza padrão

3.3.1 A avaliação do Tipo B da incerteza padrão é a avaliação da incerteza associada com uma estimativa x_i. de uma grandeza de entrada X_i feita por outros meios que não a análise estatística de uma série de observações. A incerteza padrão $u(x_i)$ é avaliada pelo julgamento científico baseado em todas as informações disponíveis sobre a possível variabilidade de X_i. Valores pertencentes a esta categoria podem ser obtidos a partir de:

- dados de medições,
- experiência ou conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes,
- especificações do fabricante,
- dados provenientes de calibração e de outros certificados,
- incertezas atribuídas adados de referência provenientes de manuais ou publicações

3.3.2 O uso adequado da informação disponível para uma avaliação do Tipo B da incerteza padrão de medição exige discernimento baseado na experiência e conhecimento geral, sendo essa uma habilidade que pode ser aprendida com a prática. Uma avaliação do Tipo B da incerteza padrão bem fundamentada pode ser tão confiável quanto uma avaliação do Tipo A, especialmente em uma situação de medição em que a avaliação do Tipo A é baseada somente em um número comparativamente pequeno de observações estatisticamente independentes. Os seguintes casos devem ser distinguidos:

(a) Quando somente um **único valor é** conhecido para a grandeza X_i, por exemplo uma única medida, um valor resultante de uma medição anterior, um valor de referência da literatura, ou um valor de correção, este valor será utilizado no lugar de x_i. A incerteza padrão u(x_i) associada a x_i, deve ser adotada quando fornecida. Caso contrário, ela deve ser calculada a partir de dados de incertezas inequívocos. Se dados dessa natureza não estão disponíveis, a incerteza deve ser avaliada com base na experiência.

(b) Quando pode ser suposta uma **distribuição de probabilidade** para a grandeza X_i, baseada na teoria ou na experiência, então a esperança apropriada ou valor esperado, e a raiz quadrada da variância desta distribuição, devem ser considerados como a estimativa x_i e a incerteza padrão associada $u(x_i)$ respectivamente.

(c) Se somente os **limites superior e inferior** a_+ *e* a_- podem ser estimados para o valor da grandeza X_i (por exemplo, especificações do fabricante de um instrumento de medição, uma faixa de temperatura, um erro de arredondamento ou truncamento resultante da redução de dados automatizados), uma distribuição de probabilidade com densidade de probabilidade constante entre esses limites (distribuição de probabilidade retangular) deve ser suposta para a possível variabilidade da grandeza de entrada X_i. De acordo com o caso (b) acima tem-se:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \qquad (3.6)$$

para o valor estimado, e

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$

para o quadrado da incerteza padrão. Se a diferença entre os valores limites for denotada por $2a$, a equação (3.7) resulta em:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (3.8)$$

A distribuição retangular é uma descrição razoável, em termos de probabilidade, do conhecimento inadequado sobre a grandeza de entrada X_i na ausência de qualquer outra informação que não os limites de variabilidade. Mas se é sabido que valores da grandeza em questão, próximos ao centro do intervalo de variabilidade são mais prováveis do que valores próximos aos limites, uma distribuição triangular ou normal pode ser um modelo melhor. Por outro lado, se os valores próximos aos limites são mais prováveis do que valores próximos ao centro, uma distribuição em forma-de-U pode ser mais apropriada.

4 Cálculo da incerteza padrão da estimativa de saída

4.1 Para grandezas de entrada não correlacionadas o quadrado da incerteza padrão associada com a estimativa de saída y é dado por:

$$\mu^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \mu_i^2(y) \quad (4.1)$$

Nota: Existem casos, que ocorrem raramente em calibração, onde a função modelo é fortemente não linear ou alguns dos coeficientes de sensibilidade [ver equação (4.2) e (4.3)] são insignificantes e termos de ordem superior devem ser incluídos na equação (4.1). Para o tratamento de tais casos especiais veja [ref. 1].

A grandeza $\mu_i(y)(i = 1,2,.,N)$ é a contribuição à incerteza padrão associada à estimativa de saída *y*, resultante da incerteza padrão associada à estimativa de entrada x_i :

$$\mu_i(y) = c_i \mu(x_i) \quad (4.2)$$

onde c_i *é o coeficiente de sensibilidade* associado com a estimativa de entrada x_i, isto é, a derivada parcial da função modelo *f* com relação à variável X_i avaliada para as estimativas de entrada x_i

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \ \left| X_i = x_1 \ldots X_N = x_N \right. \quad (4.3)$$

4.2 O coeficiente de sensibilidade descreve o quanto a estimativa de saída *y é* influenciada por variações da estimativa de entrada x_i . Ele pode ser avaliado a partir da função modelo *f*, pela equação (4.3), ou usando métodos numéricos, isto é, calculando a mudança na estimativa de saída y devido a uma mudança na estimativa de entrada x_i de + $u(x_i)$ *e* - $u(x_i)$ e tomando, para os valores de c_i, a diferença resultante em y dividida por $2u(x_i)$. Algumas vezes pode ser mais apropriado encontrar a variação na estimativa de saída y de um experimento, simplesmente pela repetição da medição, por exemplo, $x_i \pm u(x_i)$.

4.3 Enquanto que $u(x_i)$ é sempre positiva, a contribuição $u_i(y)$ de acordo com a equação (4.2) é positiva ou negativa, dependendo do sinal do coeficiente de sensibilidade c_i. O sinal de $u_i(y)$ deve ser levado em conta no caso de grandezas de entrada correlacionadas, (ver equação (D4) no anexo D).

4.4 Se a função modelo f é uma soma ou diferença das grandezas de entrada X_i:

$$f(X_1, X_2 ....X_N) = \sum_{i=1}^{N} p_i X_i \tag{4.4}$$

a estimativa de saída de acordo com a equação (2.2) é dada pela correspondente soma ou diferença das estimativas de entrada:

$$y = \sum_{i=1}^{N} p_i X_i \tag{4.5}$$

enquanto os coeficientes de sensibilidade se igualam a p_i e a equação (4. 1) se converte em:

$$u^2(y) = \sum_{i-1}^{N} p_i^2 u^2(x_i) \tag{4.6}$$

4.5 Se a função modelo f é um produto ou quociente das estimativas de entrada X_i

$$f(X_1, X_2 ....X_N) = c \prod_{i=1}^{N} X_i^{p_i} \tag{4.7}$$

a estimativa de saída novamente é o produto ou quociente correspondente das estimativas de entrada.

$$y = c \prod_{i=1}^{N} x_i^{p_i} \tag{4.8}$$

Os coeficientes de sensibilidade são, neste caso, iguais a $p_i y / x_i$, e uma expressão análoga à equação (4.6) é obtida pela equação (4.1), caso as incertezas padrão relativas $w(y) = u(y) / |y|$ e $w(x_i) = u(x_i) / |x_i|$) são utilizadas:

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 w^2(x_i) \tag{4.9}$$

4.6. Se duas grandezas de entrada X_i e X_k forem de algum modo **correlacionadas,** isto se forem mutuamente dependentes de uma ou de outra forma, sua **covariância** deve também ser levada em conta como uma contribuição à incerteza. Veja no anexo D como isto deve ser feito. A habilidade para levar em conta o efeito de correlações depende do conhecimento do processo de medição e do julgamento das dependências mútuas das grandezas de entrada. De um modo geral, deve-se ter em mente que negligenciar correlações entre as grandezas de entrada pode levar a avaliações incorretas da incerteza padrão do mensurando.

4.7. A covariância associada com as estimativas de duas grandezas de entrada X_i e X_k pode ser considerada nula ou tratada como insignificante se:

(a)as grandezas de entrada forem independentes, por exemplo, porque elas foram repetidas, mas não simultaneamente observadas em diferentes experimentos independentes, ou porque, elas representam grandezas resultantes de diferentes avaliações que tenham sido feitas de modo independente, ou se

(b)cada uma das grandezas de entrada X_i e X_k pode ser tratada como constante, ou se

(c)investigações não fornecerem informações que indiquem a presença de correlação entre as grandezas de entrada X_i e X_k.

Às vezes correlações podem ser eliminadas pela escolha apropriada da função modelo.

4.8 A análise de incertezas para uma medição - às vezes chamada de planilha de incerteza de medição≠ - deve incluir uma relação de todas as fontes de incerteza junto com as incertezas padrão associadas da medição e os métodos para avaliá-las. Para medições repetidas, o número *n* de observações também deve ser declarado. Para garantir maior clareza, recomenda-se apresentar os dados relevantes para esta análise na forma de uma tabela. Nesta tabela todas as grandezas devem ser representadas por um símbolo X_i, ou uma identificação abreviada. Para cada grandeza, devem ser especificadas pelo menos a estimativa x_i, a incerteza padrão de medição associada $u(x_i)$, o coeficiente de sensibilidade c_i e as diversas contribuições de incerteza $u_i(y)$. A dimensão de cada uma das grandezas também deve ser declarada junto aos valores numéricos fornecidos na tabela.

4.9 Um exemplo formal deste arranjo é apresentado na Tabela 4. 1, sendo aplicável ao caso de grandezas de entrada não correlacionadas. A incerteza padrão associada com o resultado da medição *u(y),* fornecida no canto inferior direito da tabela é a raiz quadrada da soma quadrática de todas as contribuições de incerteza apresentadas na coluna mais à direita. A parte sombreada da tabela não é preenchida.

Tabela 4.1: Esquema de um arranjo organizado das grandezas, estimativas, incertezas padrão, coeficientes de sensibilidade e contribuições de incertezas utilizadas na análise de incerteza de uma medição.

Grandeza Xi	Estimativa x_1	Distribuição de probabilidade[2]	Incerteza Padrão $u(x_1)$	Coeficiente de sensibilidade c_1	Contribuição para a incerteza padrão $u_1(y)$	Graus de Liberdade[3]
X_I	x_1		$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$	V_1
X_2	x_2		$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$	V_2
- -	- -					- -
X_N	x_N		$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$	V_N
Y	y	k=			$u(y)$	V_{eff}

5 Incerteza expandida de medição

5.1 No âmbito da EA decidiu-se que os laboratórios de calibração credenciados por membros da EA devam declarar uma **incerteza de medição expandida** *U*, obtida pela multiplicação da incerteza padrão *u(y)* da estimativa de saída *y* por um **fator de abrangência** *k* .

$$U = ku(y) \qquad (5.1)$$

Nos casos em que uma distribuição normal (Gaussiana) possa ser atribuída ao mensurando e a incerteza padrão associada à estimativa de saída tenha suficiente contabilidade, o fator de abrangência padronizado *k*=2 deve ser utilizado. A incerteza expandida atribuída corresponde a uma **probabilidade de abrangência** de aproximadamente 95%. Estas condições são satisfeitas na maioria dos casos de serviços de calibração.

5.2 A hipótese de uma distribuição normal nem sempre pode ser facilmente confirmada experimentalmente. Porém, nos casos em que vamos componentes de incerteza, (isto é, $N \geq 3$) derivados de distribuições de probabilidade bem comportadas de grandezas independentes, por exemplo, distribuições normais ou distribuições retangulares, contribuem para a incerteza padrão associada com a estimativa de saída com quantidades, comparáveis, as condições do Teorema Central do Limite são satisfeitas e pode se supor que a distribuição da grandeza de saída é normal, com um alto grau de aproximação.

≠ NT: "Uncertainty Budget" foi traduzido por "planilha de incerteza"

·″ **Nota de Tradução-** Para enriquecer a planilha e dar transparência ao cálculo da incerteza de medição, foram incluídas como sugestão, na presente tradução, as colunas da distribuição de probabilidade e de graus de liberdade, que não constam do documento original.

5.3 A contabilidade da incerteza padrão atribuída à estimativa de saída é determinada por seu grau de liberdade efetivo (ver Anexo E). Entretanto, o critério de contabilidade é sempre satisfeito se nenhuma das contribuições para a incerteza for obtida de uma avaliação do Tipo A baseada em menos de 10 observações repetidas.

5.4 Se uma dessas condições (normalidade ou contabilidade suficiente) não for satisfeita, o fator de abrangência padronizado *k* = 2 pode fornecer uma incerteza expandida que corresponde a uma probabilidade de abrangência menor que 95%. Nestes casos, para assegurar que seja declarado um valor de incerteza expandida correspondente a mesma probabilidade de abrangência que no caso normal, outros procedimentos devem ser seguidos. O uso de aproximadamente a mesma probabilidade de abrangência é essencial sempre que dois resultados de medição da mesma grandeza possam ser comparados, por exemplo quando se analisam os resultados de uma comparação interlaboratorial ou se avalia conformidade com uma especificação.

5.5 Mesmo se uma distribuição normal puder ser suposta, ainda poderá ocorrer que a incerteza padrão associada com a estimativa de saída não tenha contabilidade suficiente. Se, neste caso, não for conveniente aumentar o número n de repetições da medição ou utilizar uma avaliação do Tipo B no lugar da avaliação do Tipo A, que tem pouca contabilidade, deve ser utilizado o método fornecido no anexo E.

5.6 Para os demais casos, isto é, todos os casos onde a hipótese da distribuição normal não possa ser justificada, informações sobre a real distribuição de probabilidade da estimativa de saída devem ser utilizadas para se obter um valor do fator de abrangência k que corresponda a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%.

6 Declaração da incerteza de medição nos certificados de calibração

6.1 Nos certificados de calibração o resultado completo da medição, consistindo da estimativa y do mensurando e da incerteza expandida associada U, deve ser fornecido na forma $(y \pm U)$. Além disso deve ser adicionada uma nota explicativa, para a qual, no caso geral, é recomendado o seguinte conteúdo:

> A incerteza expandida de medição relatada é declarada como a incerteza padrão da medição multiplicada pelo fator de abrangência $k = 2$, que para uma distribuição normal corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%. A incerteza padrão de medição foi determinada de acordo com a publicação EA-4/02.

6.2 Entretanto, nos casos onde o procedimento do anexo E tenha sido seguido a nota adicional deve conter o seguinte:

> A incerteza expandida de medição relatada é declarada como a incerteza padrão de medição multiplicada pelo fator de abrangência k = XX, o qual para uma distribuição t com v_{eff} = YY graus de liberdade efetivos corresponde a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%. A incerteza padrão da medição foi determinada de acordo com a publicação EA-4/02.

6.3 Recomenda-se que o valor numérico da incerteza de medição seja fornecido com no máximo dois algarismos significativos. O valor numérico do resultado da medição, na declaração final, deve ser arredondado para o último algarismo significativo do valor da incerteza expandida, atribuída ao resultado da medição. Para o processo de arredondamento, as regras usuais de arredondamento de números devem ser utilizadas (para mais detalhes sobre arredondamento veja ISO 31-0:1992, anexo B). Entretanto, se o arredondamento diminui o valor numérico da incerteza de medição em mais de *5*%, recomenda-se que o arredondamento seja feito para cima.

7 Procedimento passo a passo para o cálculo da incerteza de medição

7.1 Os passos seguintes constituem um guia para o uso deste documento na prática
(Nota: exemplos resolvidos em documentos suplementares):

(a) Expressar em termos matemáticos a dependência do mensurando (grandeza de saída) Y com as grandezas de entrada X_i , conforme a equação (2.1). No caso de uma comparação direta de dois padrões a equação pode ser muito simples, por exemplo $Y = X_1 + X_2$.

(b) Identificar e aplicar todas as correções significativas.

(c) Relacionar todas as fontes de incerteza na forma de uma análise de incertezas de acordo com a seção 4.

(d) Calcular a incerteza padrão $u(\bar{q})$ para as grandezas medidas repetidamente de acordo com a subseção 3.2.

(e) No caso de valores individuais, por exemplo, valores resultantes de medições prévias, valores de correção ou valores da literatura, adotar a incerteza padrão onde ela foi fornecida ou possa ser calculada de acordo com o parágrafo 3.3.2(a). Prestar atenção à forma utilizada na apresentação da incerteza. Se não houver nenhum dado disponível a partir do qual a incerteza padrão possa ser calculada, declarar um valor de $u(x_i)$ com base na experiência científica.

(f) Para grandezas de entrada para as quais a distribuição de probabilidade seja conhecida ou possa ser suposta, calcular a esperança e a incerteza padrão $u(x_i)$ de acordo com o parágrafo 3.3.2(b). Se somente os limites inferior e superior forem fornecidos ou possam ser estimados, calcular a incerteza padrão $u(x_i)$ de acordo com o parágrafo 3.3.2(c).

(g) Calcular para cada grandeza de entrada X_i a contribuição $u_i(y)$ para a incerteza associada com a estimativa de saída resultante da estimativa de entrada x_i de acordo com as equações (4.2) e (4.3) e somar seus quadrados como descrito na equação (4. 1) para obter o quadrado da incerteza padrão $u(y)$ do mensurando. Se, consideramos que, as grandezas de entrada são correlacionadas, aplicar o procedimento fornecido no anexo D.

(h) Calcular a incerteza expandida U por meio da multiplicação da incerteza padrão $u(y)$ associada à grandeza de saída por um fator de abrangência k escolhido de acordo com a seção 5.

(i) Relatar o resultado da medição no certificado de calibração incluindo a estimativa y do mensurando, a incerteza expandida associada U e o fator de abrangência k de acordo com a seção 6.

8 Referências bibliográficas

[1] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement,* primeira edição, 1993, corrigida e reimpressa em 1995, International Organization for Standardization (Genebra, Suíça).

[2] *International Vocabulary of Basic and General Tenns in Metrology,* segunda edição, 1993, Interntional Organization for Standardization (Genebra, Suiça).

[3] International Standard ISO 3534-1 *Statistics - Vocabulary and symbols - Part I :Probability and General Statistical Tertns,* primeira edição, 1993. International Organization for Standardization (Genebra, Suíça).

Nota de Tradução: As duas primeiras referências citadas acima já foram traduzidas para a língua portuguesa com os seguintes títulos:

[1] Guia para expressão da incerteza de medição, segunda edição brasileira publicada pelo Inmetro e pela ABNT, agosto 1998.

[2] Vocabulário Internacional de termos fundamentais e gerais de metrologia, publicado pelo Inmetro Portaria Inmetro 029, de 10/03/1995.

[3] A referência 3 não possui tradução, embora sua versão anterior tenha sido publicada pela ABNT em 1988 com o título Estatística: Terminologia (NBR 10536).

Anexo A

Comentários sobre a avaliação da melhor capacidade de medição

A1 A melhor capacidade de medição (veja seção 1 do texto principal) é um dos parâmetros utilizados para definir o **escopo** de um laboratório de calibração credenciado, os outros parâmetros sendo a grandeza física, o método de calibração ou tipo de instrumento a ser calibrado e a faixa de medição. A melhor capacidade de medição é normalmente declarada na **relação de serviços credenciados** e/ou em outros documentos que dão suporte à **decisão** sobre **o credenciamento** ou no respectivo **certificado de credenciamento** o qual, em muitos casos, é emitido como evidência do credenciamento. Ocasionalmente, a melhor capacidade de medição é declarada tanto na relação de serviços credenciados como nos documentos de apoio. A melhor capacidade de medição é uma das informações essenciais a ser encontrada nos catálogos de laboratórios credenciados que são regularmente emitidos por organismos credenciadores e é utilizada por usuários potenciais dos laboratórios credenciados para julgar a adequação de um laboratório para realizar um serviço de calibração em particular no laboratório ou fora de suas instalações.

A2 Para tornar possível a comparação das capacidades de diferentes laboratórios de calibração, em particular laboratórios credenciados por diferentes organismos credenciadores, a declaração da melhor capacidade de medição necessita ser harmonizada. Para facilitar isto, são dadas abaixo, algumas explicações do termo melhor capacidade de medição, com base na definição mencionada no texto principal..

A3 Pela expressão "calibrações mais ou menos de rotinas" entende-se que o laboratório deverá ser capaz de atingir a capacidade declarada no trabalho **normal** que executa no âmbito do seu credenciamento. Obviamente, há ocasiões em que o laboratório seria capaz de obter um resultado melhor como conseqüência de extensas pesquisas e precauções adicionais, mas estes casos não estão cobertos pela definição de melhor capacidade de medição, a menos que seja política explícita deste laboratório realizar tais investigações científicas (neste caso estas tomam-se o tipo de calibrações "mais ou menos de rotina" do laboratório).

A4 A inclusão do qualificativo "próximo do ideais" na definição significa que é recomendado que a melhor capacidade de medição não seja dependente das características do instrumento a ser calibrado. É inerente ao conceito de ser "próximo do ideais" que não deveria haver nenhuma contribuição significativa para a incerteza de medição, atribuível aos efeitos físicos que possam ser associados a imperfeições do instrumento a ser calibrado. Entretanto, deve ser entendido que tal instrumento deverá estar disponível. Se for estabelecido que, em um caso particular, até o mesmo instrumento disponível mais "ideal" contribui para a incerteza de medição, esta contribuição deverá ser incluída na determinação da melhor capacidade de medição, recomendando-se que seja declarado que a melhor capacidade de medição refere-se à calibração daquele tipo de instrumento.

A5 A definição de melhor capacidade de medição implica que no âmbito do **seu credenciamento** um laboratório não está autorizado a reivindicar uma incerteza de medição menor que a melhor capacidade de medição. Isto significa que deve ser requerido ao laboratório que declare uma incerteza maior que aquela correspondente à melhor capacidade de medição sempre que for constatado que o processo de calibração em questão contribui significativamente para a incerteza de medição. Tipicamente o equipamento sob calibração pode dar uma contribuição. Obviamente a incerteza de medição **real** nunca pode ser menor que a melhor capacidade de medição. Quando o laboratório declarar a incerteza real, deve-se requerer a aplicação dos princípios do presente documento.

A6 Deve ser salientado que, de acordo com a definição de melhor capacidade de medição, este conceito é só aplicável a resultados para os quais o laboratório reivindica sua condição de laboratório credenciado. Então, estritamente falando, o termo tem um caráter administrativo e não necessariamente precisa refletir a real capacidade técnica do laboratório. Poderia ser possível um laboratório solicitar o credenciamento para uma incerteza de medição maior que sua capacidade técnica se o laboratório tiver razões internas para isso. Tais razões internas usualmente envolvem casos onde a capacidade real tenha que ser mantida confidencial para usuários externos, por exemplo, quando estiver fazendo pesquisa e desenvolvendo trabalhos ou quando fornece serviços para clientes especiais. A política do organismo credenciador deve ser a de conceder o credenciamento para qualquer nível solicitado, se o laboratório for capaz de realizar calibrações neste nível. (Esta consideração refere-se não somente à melhor capacidade de medição, mas a todos os parâmetros que definem o escopo de um laboratório de calibração.)

A7 A avaliação da melhor capacidade de medição é tarefa do organismo credenciador. A determinação da incerteza de medição que define a melhor capacidade de medição deverá seguir o procedimento descrito no presente documento, com exceção do caso coberto pela subseção anterior. A melhor capacidade de medição deve ser declarada no mesmo nível exigido para os certificados de calibração, isto é, na forma de uma incerteza expandida de medição, normalmente com um fator de abrangência k=2. (Somente naqueles casos excepcionais onde não se possa supor a existência de uma distribuição normal ou quando a avaliação for baseada em dados limitados, a melhor capacidade de medição deve ser declarada uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%. Veja a seção 5 do texto principal.)

A8 Todos os componentes que contribuem de maneira significativa para a incerteza de medição devem ser levados em conta na avaliação da melhor capacidade de medição. A avaliação das contribuições que sabidamente variam com o tempo ou com qualquer outra grandeza física, pode ser baseada nos limites das possíveis variações que se supõem possam ocorrer sob condições normais de trabalho. Por exemplo, se é sabido que o padrão de trabalho utilizado deriva, a contribuição causada pela deriva entre calibrações subsequentes do padrão deve ser levada em conta na determinação da contribuição da incerteza, do padrão de trabalho.

A9 Em algumas áreas, a incerteza de medição pode depender de algum parâmetro adicional, como por exemplo, a freqüência da tensão aplicada na calibração de resistores padrão. Tais parâmetros adicionais devem ser declarados junto com a grandeza física em questão e a melhor capacidade de medição especificada para os parâmetros adicionais. Freqüentemente isto pode ser feito apresentando a melhor capacidade de medição como uma função desses parâmetros.

A10 A melhor capacidade de medição deveria normalmente ser declarada numericamente. Quando a melhor capacidade de medição é uma função da grandeza à qual ela se refere (ou de qualquer outro parâmetro), é recomendado que esta seja apresentada em uma forma analítica, mas neste caso pode ser ilustrativo que esta seja acompanhada de um diagrama. Deveria estar sempre inequivocamente claro se a melhor capacidade de medição é fornecida em termos absolutos ou relativos. (Usualmente a inclusão da unidade pertinente fornece a explicação necessária, mas no caso de grandezas adimensionais é necessário uma declaração separada.)

A11 Embora a avaliação deva ser baseada nos procedimentos deste documento, há no texto principal a exigência de que a avaliação normalmente deve ser “apoiada ou confirmada por evidência experimental". O significado desta exigência é que o organismo credenciador não deve confiar somente na avaliação da incerteza de medição. Comparações interlaboratoriais que substanciem a avaliação devem ser realizadas sob a supervisão de um organismo credenciador ou em seu nome.

Anexo B

Glossário de alguns termos relevantes

B1 **coeficiente de correlação.(**da [ref. 1] seção C.3.6)
Medida da dependência mútua relativa de duas variáveis aleatórias, igual à razão de suas variâncias e à raiz quadrada positiva do produto de suas variâncias.

B2 **coeficiente de sensibilidade associado a uma estimativa de entrada** (da [ref. 1] seção 5.1.3)
Variação diferencial na estimativa de saída gerada por uma variação diferencial em uma estimativa de entrada dividida por esta variação na estimativa de entrada.

B3 **corrrelação** ([ref 3] termo 1.13)
Relação entre duas ou mais variáveis aleatórias dentro de uma distribuição de duas ou mais variáveis aleatórias.

B4 **covariância** (da [ref. 1] seção C.3.4)
Medida da dependência mútua de duas variáveis aleatórias, igual ao valor esperado do produto dos desvios das duas variáveis aleatórias em relação a seus respectivos valores esperados.

B5 **desvio padrão experimental** (da [ref 2] termo 3.8)
Raiz quadrada positiva da variância experimental.

B6 **desvio padrão** (da [ref. 3] termo 1.23)
Raiz quadrada positiva da variância de uma variável aleatória.

B7 **distribuição de probabilidade** **(** [ref. 3] termo 1.3)
Uma função que fornece a probabilidade de uma variável aleatória assumir qualquer valor dado ou pertencer a um dado conjunto de valores.

B8 **estimativa agrupada da variância** (da [ref. 1] seção 4.2.4)
Estimativa da variância experimental obtida de grande número de observações do mesmo mensurando em medições bem caracterizadas sob controle estatístico.

B9 **estimativa de entrada~** (da [ref. 1] seção 4.1.4)
Estimativa de uma grandeza de entrada utilizada na avaliação do resultado de uma medição.

B10 **estimativa de saída** (da [ref. 1] seção 4.1.4)
Resultado de uma medição calculado pela função modelo, a partir das estimativas de entrada.

B11 **fator de abrangência** ([ref. 1] termo 2.3.6)
Fator numérico utilizado como um multiplicador da incerteza padrão de medição de modo a obter uma incerteza expandida de medição.

B 12 **grandeza de entrada** (da [ref 1] seção 4.1.2)
Grandeza da qual o mensurando depende, levada em conta no processo de avaliação do resultado de uma medição.

B13 **grandeza de saída** (da [ref. 1] seção 4.1.2)
Grandeza que representa o mensurando na avaliação de uma medição.

B14 **incerteza de medição** ([ref. 2] termo 3.9)
Parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos a um mensurando.

B 15 **incerteza expandida** ([ref. 1] termo 2.3.5)
Grandeza que define um intervalo em tomo do resultado de uma medição com a qual se espera abranger uma grande fração da distribuição dos valores que possam ser razoavelmente atribuídos ao mensurando.

B 16 **incerteza padrão de medição** (**(**[ref. 1] termo 2.3.1)
Incerteza de medição expressa como um desvio padrão.

B 17 **incerteza padrão relativa de medição** (da [ref. 1] seção 5.1.6)
Incerteza padrão de uma grandeza dividida pela estimativa desta grandeza.

B 18 **média aritmética** ([ref. 3] termo 2.26)
Soma dos valores dividido pelo número de valores.

B19 **melhor capacidade de medição** (seção 1)
A menor incerteza de medição que um laboratório pode conseguir no escopo de seu credenciamento, quando executa calibrações mais ou menos de rotina, de padrões próximos do ideal, destinados à definição, realização, conservação ou reprodução de uma unidade dessa grandeza ou um ou mais dos seus valores, ou ainda, quando executando calibrações mais ou menos de rotina de instrumento de medição próximo do ideal destinada à medição dessa grandeza.

B20 **mensurando** ([ref. 2] termo 2.6)
Grandeza específica submetida sujeita à medição.

B21 **método de avaliação do Tipo A** ([ref. 1] termo 2.3.2)
Método de avaliação da incerteza de medição pela análise estatística de séries de observações.

B22 **método de avaliação do Tipo B** ([ref. 1] seção 2.3.3)
Método de avaliação da incerteza de medição por outros meios que não a análise estatística de séries de observações.

B23 **probabilidade de abrangência** (da [ref. 1] termo 2.3.5, nota 1)
Fração, usualmente grande, da distribuição de valores, como um resultado de uma medição que pode razoavelmente ser atribuído ao mensurando.

B24 **variância experimental** (da [ref. 1] seção 4.2.2)
Grandeza que caracteriza a dispersão dos resultados de uma série de n observações do mesmo mensurando dado pela equação (3.2) no texto.

B25 **variância** (da [ref. 3] termo 1.22)
Valor esperado do quadrado do desvio de uma variável aleatória em relação a seu valor esperado.

B26 **variável aleatória** ([ref. 3] termo 1.2)
Uma variável que pode assumir qualquer um dos valores de um conjunto especificado de valores e com a qual esteja associada uma distribuição de probabilidade.

Anexo C

Fontes de incerteza de medição

C1 A incerteza do resultado de uma medição reflete a falta de conhecimento completo do valor do mensurando. O conhecimento completo requer uma infinita quantidade de informações. Fenômenos que contribuem para a incerteza e desta maneira para o fato de que o resultado de uma medição não possa ser caracterizado por um único valor, são denominados de fontes de incertezas. Na prática, há muitas possíveis fontes de incerteza em uma medição [ref. 1], incluindo:

(a) definição incompleta do mensurando;
(b) realização imperfeita da definição do mensurando;
(c) amostragem não representativa - a amostra medida pode não representar o mensurando definido;
(d) conhecimento inadequado de efeitos das condições ambientais ou medições imperfeitas destas;
(e) tendências pessoais na leitura de instrumentos analógicos;
(f) resolução finita do instrumento ou limiar de mobilidade;
(g) valores inexatos dos padrões de medição e dos materiais de referência;
(h) valores inexatos de constantes e outros parâmetros obtidos de fontes externas e utilizados no algoritmo de redução de dados;
(i) aproximações e suposições incorporadas ao método e ao procedimento de medição;
(j) variações nas observações repetidas do mensurando sob condições aparentemente idênticas.

C2 Estas fontes não são necessariamente independentes. Algumas das fontes de (a) a (i) podem contribuir para (j)

Anexo D

Grandezas de entrada correlacionadas

D1 Se duas grandezas X_j e X_k são, sabidamente, correlacionadas em certo grau isto é, se elas são dependentes uma da outra - a **covariância** associada às duas estimativas x_j e x_k

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \qquad (i \neq k) \qquad \text{(D. 1)}$$

$r(x_i, x_k)$

deve ser considerada como uma contribuição adicional à incerteza. O grau da correlação é caracterizado pelo **coeficiente de correlação** $r(x_i, x_k)$ (onde $i \neq k$ e $|r| \leq 1$.

D2 No caso de n pares independentes de observações repetidas simultaneamente, de duas grandezas *P* e *Q*, a covariância, associada às médias aritmética $\bar{p}$ e $\bar{q}$, é dada por

$$s\,\bar{p},\bar{q} = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{j=1}^{n}(p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \qquad \text{(D.2)}$$

e, por substituição, r pode ser calculado pela equação (D. 1).

D3 Para as grandezas de influência, qualquer grau de correlação deve ser baseado na experiência. Quando há correlação, a equação (4. 1) deve ser substituída por

$$u^2(y) = \sum_{j=1}^{N} c_j^2 u^2(x_j) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} c_i c_k u(x_i, x_k) \qquad \text{(D.3)}$$

onde c_i e c_k são os coeficientes de sensibilidade definidos pela equação (4.3)

ou

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} u_i(y)u_k(y)r(x_i, x_k) \qquad \text{(D.4)}$$

com as contribuições $u_i(y)$ à incerteza padrão da estimativa de saída y resultante da incerteza padrão das estimativas de entrada x_i fornecida pela equação (4.2). Deve ser notado que a segunda somatória de termos da equação (D.3) ou (D.4) pode tomar-se negativa.

D4 Na prática, as grandezas de entrada são frequentemente correlacionadas porque na avaliação de seus valores é utilizado o mesmo padrão de referência, instrumento de medição, dado de referência, ou até o método de medição, tendo uma incerteza significativa. Sem prejuízo de generalidade, suponha que duas grandezas de entrada X_1 e X_2 estimados por x_1 e x_2 dependam do conjunto de variáveis independentes $Q_l(1=1,2,..L)$

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2 ... Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2 ... Q_L) \end{aligned} \qquad \text{(D.5)}$$

embora algumas destas variáveis possam não aparecer necessariamente em ambas as funções. As estimativas x_1 e x_2 das grandezas de entrada serão correlacionadas em algum grau, mesmo se as estimativas $q_l(l=1,2, ... L)$ forem não correlacionadas. Neste caso, a covariância $u(x_1, x_2)$associada às estimativas x_1 e x_2 é dada por

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \qquad \text{(D.6)}$$

onde c_{1l} e c_{2l} são os coeficientes de sensibilidade derivados das funções g_1 e g_2 em analogia à equação (4.3). Porque somente contribuem para a somatória aqueles termos cujos coeficientes de sensibilidade não sejam desprezíveis, a covariância é zero se não existir variável comum às funções g_1 e g_2. O coeficiente de correlação $r(x_1, x_2)$ associado às estimativas x_1 e x_2 é determinado pela equações (D.6) conjugada com a equação (D.1).

D5 O exemplo a seguir demonstra as correlações existentes entre os valores atribuídos a dois artefatos padrão que são calibrados com o mesmo padrão de referência.

Problema de medição

Os dois padrões X_j e X_2 são comparados com o padrão de referência Q_s por meio de um sistema de medição capaz de determinar uma diferença z entre seus valores com uma incerteza padrão associada $u(z)$. O valor q_s do padrão de referência é conhecido com uma incerteza padrão $u(q_s)$.

Modelo matemático

As estimativas de x_1 e x_2 dependem do valor q_s, do padrão de referência e das diferenças observadas z_1, e z_2 conforme as relações

$$x_1 = q_s - z_1$$
$$x_2 = q_s - z_2 \qquad (D.7)$$

Incertezas padrão e covariâncias

Supõe-se que as estimativas x_1, x_2 e q_s não sejam correlacionadas porque foram determinadas em medições diferentes. As incertezas padrão são calculadas a partir da equação (4.4) e a covariância associada com as estimativas x_1 e x_2 é calculada a partir da equação (D.6), supondo que $u(z_1)=u(z_2)=u(z)$,

$$u^2(x_1) = u^2(q_s) + u^2(z)$$

$$u^2(x_2) = u^2(q_s) + u^2(z) \qquad (D.8)$$

$$u(x_1, x_2) = u^2(q_s)$$

O coeficiente de correlação deduzido destes resultados é:

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \qquad (D.9)$$

Seu valor está compreendido entre 0 e +1, dependendo da razão entre as incertezas padrão $u(q_s)$ e $u(z)$.

D6 O caso descrito pela equação (D.5) é uma situação onde a inclusão da correlação na avaliação da incerteza padrão do mensurando pode ser evitada por uma escolha apropriada da função modelo. Introduzindo diretamente as variáveis independentes Q_l pela substituição das variáveis originais X_1 e X_2 na função modelo f, de acordo com as equações de transformação (D.5), resulta em uma nova função modelo que não mais contenha as variáveis correlacionadas X_1 e X_2.

D7 Há casos entretanto, onde a correlação entre duas grandezas de entrada X_1 e X_2 não pode ser evitada, por exemplo, usando o mesmo instrumento de medição ou o mesmo padrão de referência na avaliação das estimativas de entrada x_1 e x_2, mas onde as equações de transformação para as novas variáveis independentes não são disponíveis. Se além disso o grau de correlação não é exatamente conhecido pode ser útil avaliar a influência máxima que esta correlação pode ter através de uma estimativa do limite superior da incerteza padrão do mensurando, o qual, no caso em que não foi necessário levar em consideração outras correlações, toma a forma

$$u^2(y) \leq (|u_2(y)| + |u_2(y)|)^2 + u_r^2(y) \qquad \text{(D.10)}$$

sendo $u_r(y)$ a contribuição para a incerteza padrão de todas as grandezas de entrada restantes, supostas não serem correlacionadas.

Nota: A equação (D.10) é facilmente generalizada para casos de um ou vários grupos com duas ou mais grandezas de entrada correlacionadas. Neste caso, uma soma de termos do pior caso deve ser introduzida na equação (D.10) para cada grupo de grandezas correlacionadas.

Anexo E

Fatores de abrangência obtidos a partir dos graus de liberdade efetivos

El Para estimar o valor de um fator de abrangência k correspondente a uma probabilidade de abrangência especificada, é necessário que seja levada em conta a contabilidade da incerteza padrão *u(y)* da estimativa de saída y. Isto implica considerar o quão bem *u(y)* estima o desvio padrão associado ao resultado da medição. Para uma estimativa do desvio padrão de uma distribuição normal, os graus de liberdade desta estimativa, que depende do tamanho da amostra na qual ela está baseada, é uma medida da contabilidade. Analogamente, uma medida adequada da contabilidade da incerteza padrão associada a uma estimativa de saída é seu grau de liberdade efetivo v_{eff} , que é aproximado por uma combinação apropriada dos graus de liberdade efetivos das diferentes contribuições da incerteza $u_i(y)$.

E2 O procedimento para o cálculo de um fator de abrangência apropriado *k*, quando as condições do teorema central do limite são satisfeitas, compreende os três seguintes passos:

(a) Obter uma incerteza padrão associada à estimativa de saída de acordo com o procedimento descrito passo a passo na seção 7.

(b) Estimar os graus de liberdade efetivos v_{eff} da incerteza padrão *u(y)*, associada à estimativa de saída *y* a partir da fórmula de Welch-Satterhwaite

$$v_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \qquad \text{(E.1)}$$

onde os $u_i(y)$ (i=1,2,..,N), definidos na equação (4.2), são as contribuições para a incerteza padrão associada à estimativa de saída *y*, resultante da incerteza padrão associada à estimativa de entrada x_i, que se admite sejam mutuamente independentes estatisticamente, e vi são os graus de liberdade efetivo da contribuição da incerteza padrão $u_i(y)$.

Para uma incerteza padrão $u(\bar{q})$obtida de uma avaliação do Tipo A como discutida na subseção 3.1, os graus de liberdade são dados por $v_i=n$-l. *É* mais problemático associar graus de liberdade com uma incerteza padrão $u(x_i)$ obtida pela avaliação do Tipo B. Entretanto, é uma prática comum efetuar tais avaliações de maneira a assegurar que qualquer sub-estimativa seja evitada. Se, por exemplo, os limites inferior e superior a_- *e* a_+, são estabelecidos, eles são usualmente escolhidos de tal forma que a probabilidade da grandeza em questão cair fora desses limites é de fato extremamente pequena. Sob a hipótese de que esta prática seja seguida, os graus de liberdade da incerteza padrão $u(x_i)$ obtidos de uma avaliação do Tipo B podem ser tomados como sendo $v_i \rightarrow \infty$.

(c) Obter o fator de abrangência k através da tabela E.1, deste Anexo. Esta tabela é baseada na distribuição-t avaliada para uma probabilidade de abrangência de 95,45%. Se v_{eff} não for inteiro, o que é usualmente o caso, truncar v_{eff} para o próximo menor inteiro.

Tabela E.1: **fatores de abrangência *k* para diferentes graus de liberdade v_{eff}**

v_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
K	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00