Universidade de São Paulo
Instituto de Física

FEP113 - FÍSICA EXPERIMENTAL 1

AULA SÍNTESE 2010

Dimensões Euclideanas

Prof. José Fernando Diniz Chubaci
Prof. Alexandre de Lima Correa

Agradecimentos especiais ao Prof. Paulo Pascholati,* Prof. Tiago Fiorini *e à Profa. Márcia de Almeida Rizzutto por permitirem acesso às suas notas de aulas.

Os Elementos Euclides

"um ponto é o que não tem parte”

"uma recta é um comprimento sem largura”

"uma superfície é o que tem apenas comprimento e largura".

Mittelalterliches Portrait Euklids

"PERGUNTA À NATUREZA":

QUAL É A DENSIDADE DE UM CORPO?

Quais as hipóteses que se deve fazer para encontrar a resposta?

Se o corpo é homogêneo temos a densidade dele, caso contrário temos a sua densidade média.

Hipóteses

- **Densidade:**
  - Os objetos de cada grupo, esferas, bastões e discos, são compostos homogeneamente pelo mesmo material.
- **Densidade Linear:**
  - Os bastões possuem o mesmo diâmetro.
- **Densidade Superficial:**
  - Os discos possuem a mesma altura.

Objetivos

- **Determinar as densidades de diferentes objetos.**

- **Medir densidades?**

Bastão - linear;

Disco - superficial;

Esfera - volumétrica.

- **Instrumentos?**

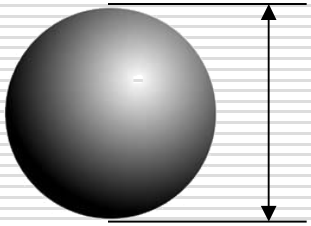
Régua;

Paquímetro;

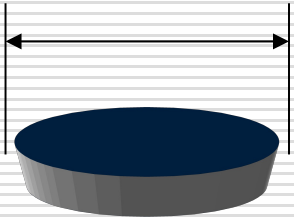
Balanças.

Procedimento: Relacionar a massa do corpo com seu comprimento característico.

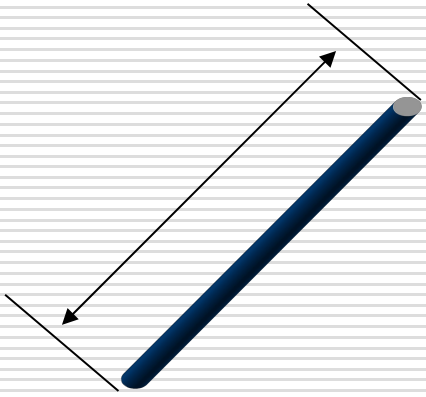
Esferas: diâmetro



Discos : diâmetro



Bastonetes: comprimento



Dimensões Euclidianas

- para materiais sólidos homogêneos:
  - A massa m possui uma relação linear com o volume:

$$m = d_3 v$$

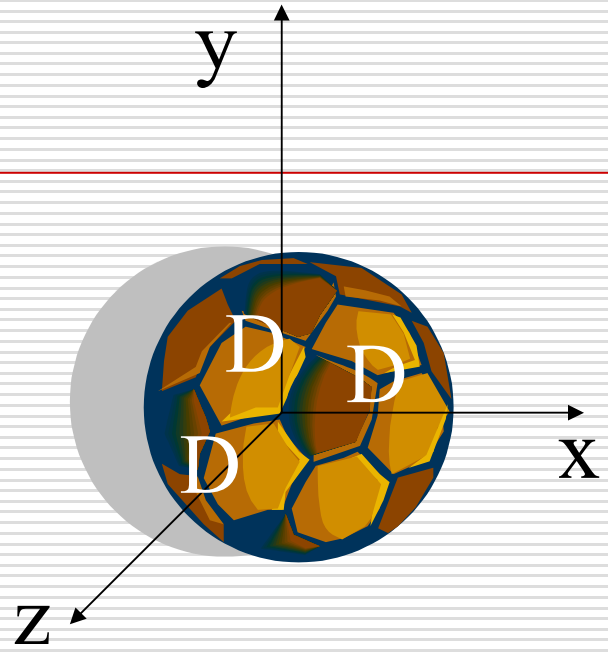
onde d_3 é a densidade volumétrica.

$$v = f(L_1, L_2, L_3)$$

$$m = K_3 L_1 L_2 L_3$$

Esferas

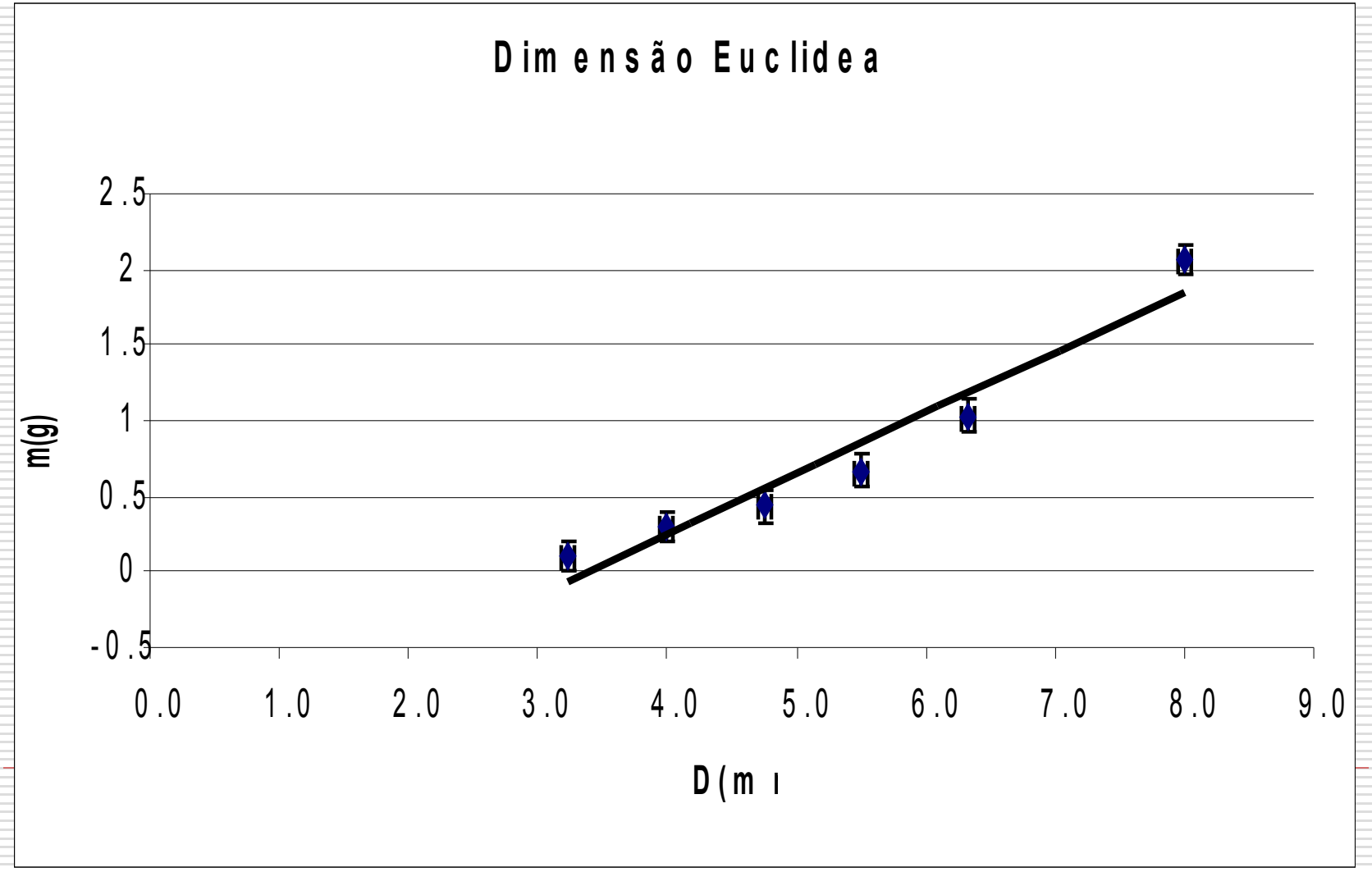
$$M \cong kD_1D_2D_3$$



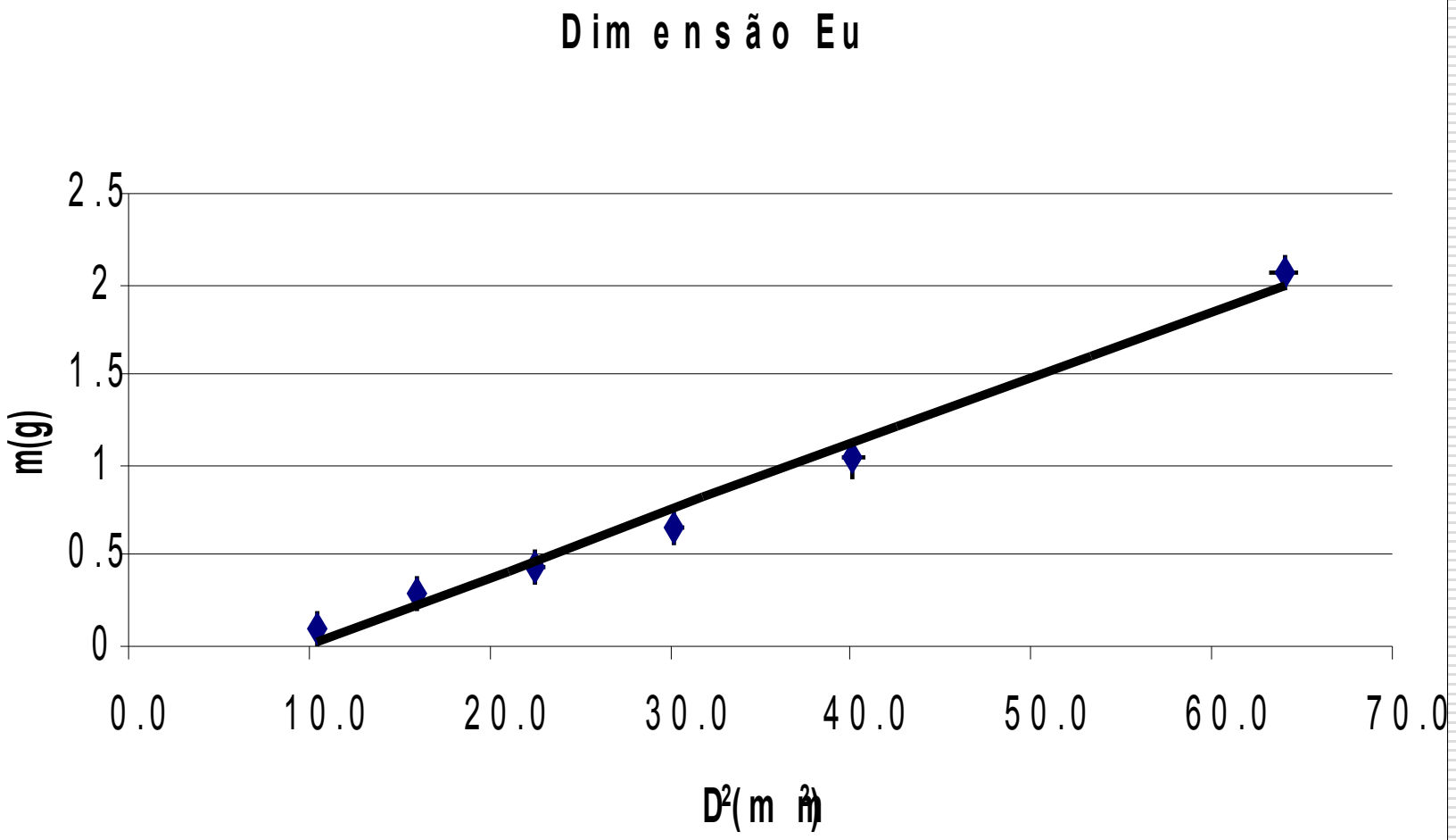
$$M \cong kD^3$$

Onde k é proporcional à densidade volumétrica da esfera

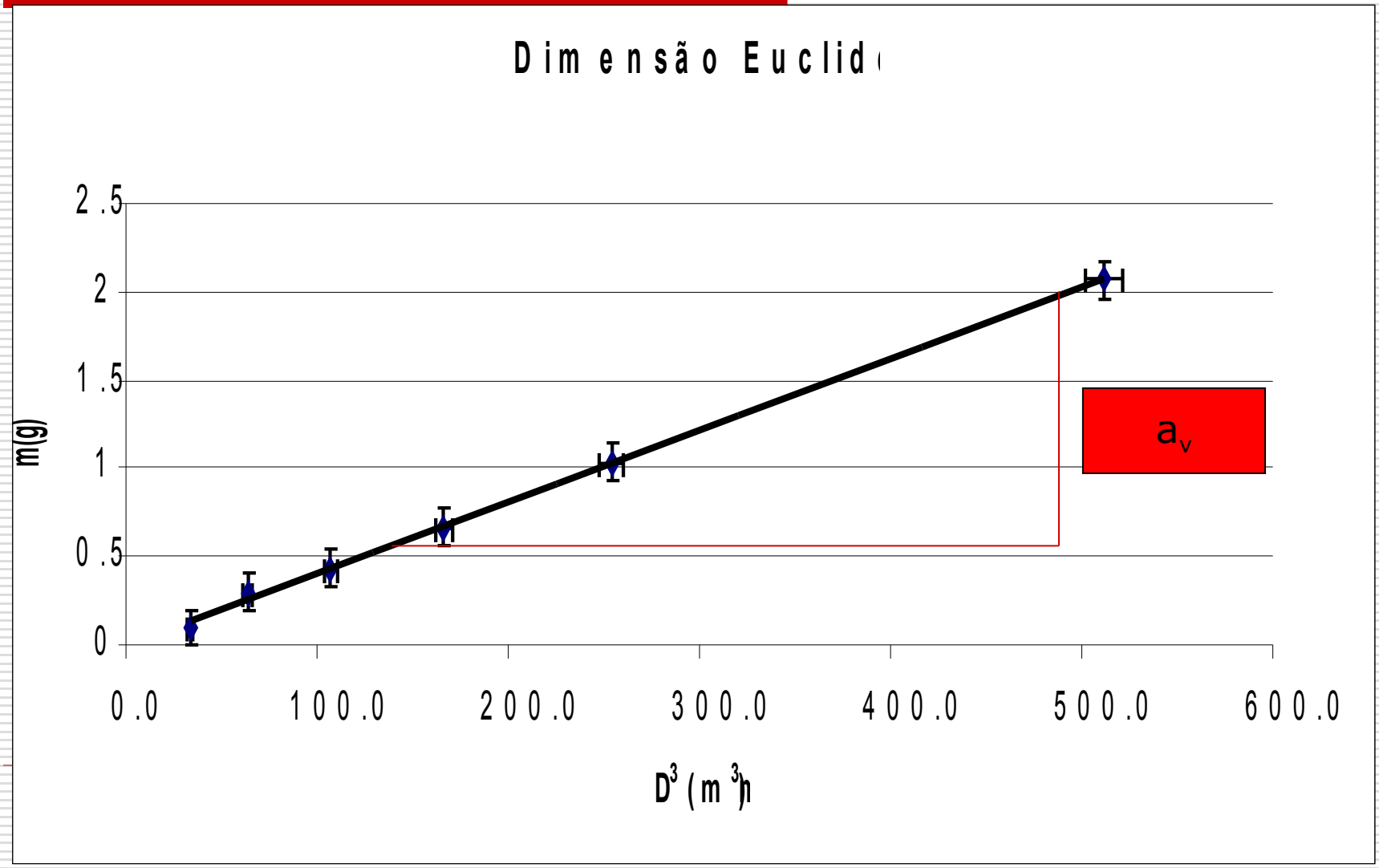
Esferas


Dimensão Euclidea
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
m(g)
0.0
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
6.0
7.0
8.0
9.0
D(m

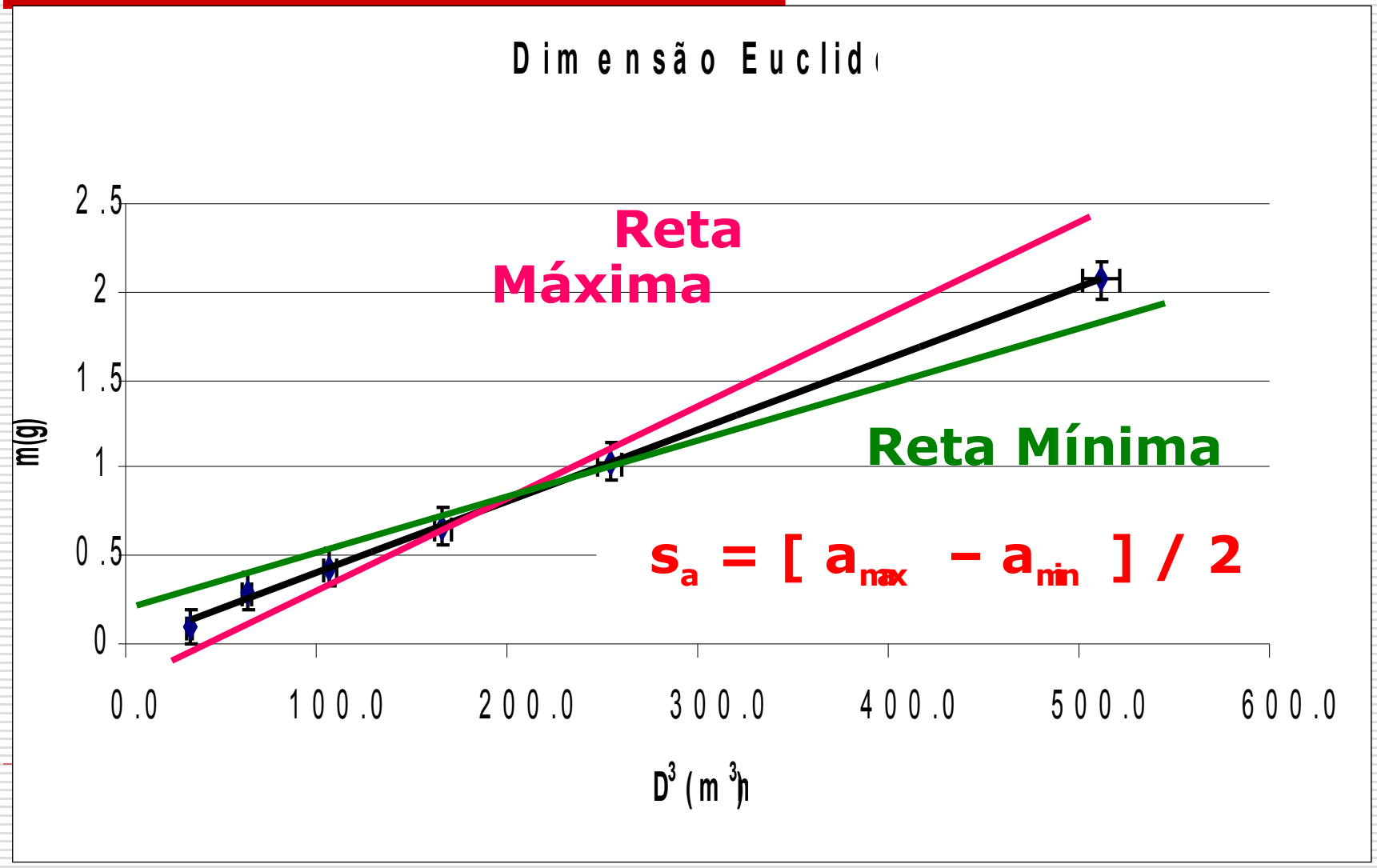
Esferas



Esferas Modelo: $Y = aX + b$

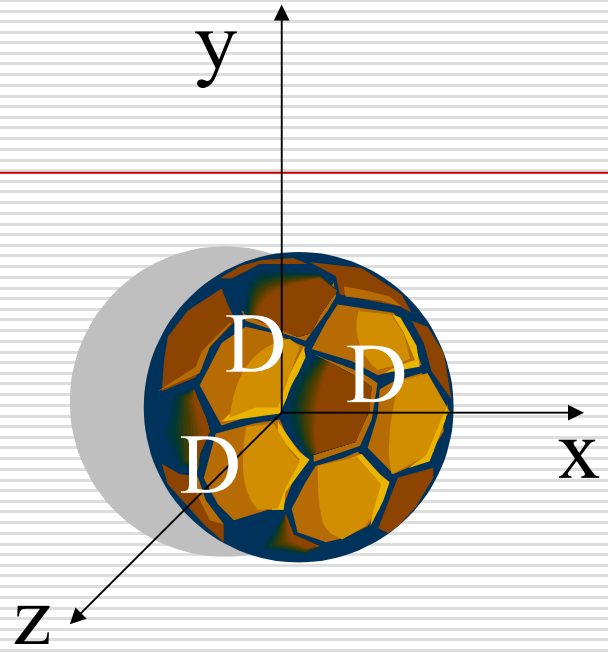


Esferas Modelo: $Y = aX + b$



Esferas

- $M = d_3 V$



$$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$$M = d_3 \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3$$

Onde d_3 é a densidade volumétrica da esfera

Esferas

$$M = d_3 \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 \qquad M = d_3 \frac{\pi}{6} D^3$$

É o coeficiente angular da reta ajustada

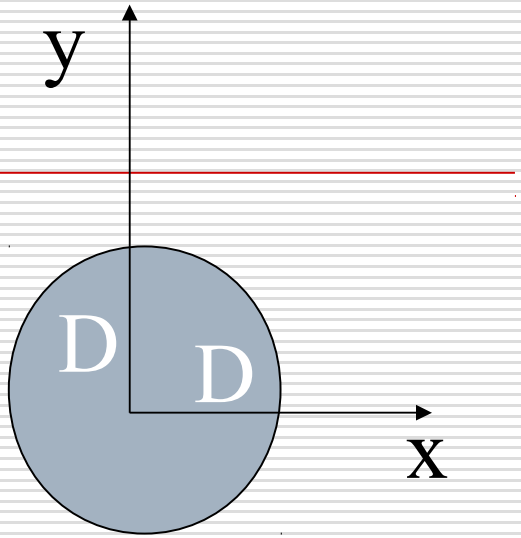
$$a_v = d_3 \frac{\pi}{6} \longrightarrow d_3 = a_v \frac{6}{\pi}$$

Incerteza de d_3 é a mesma de a_v

Densidade volumétrica

Discos

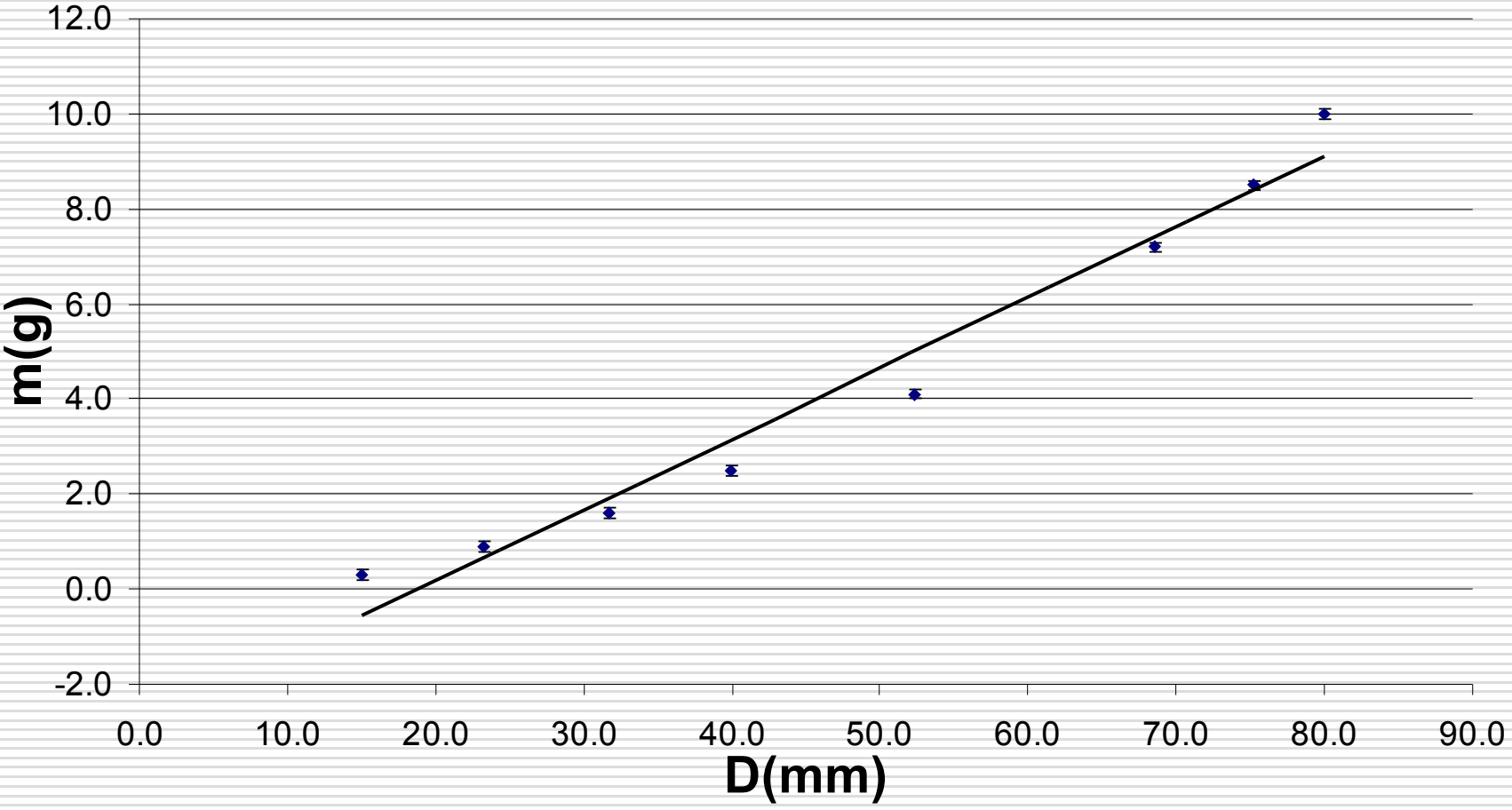
$$M \cong kD_1D_2$$



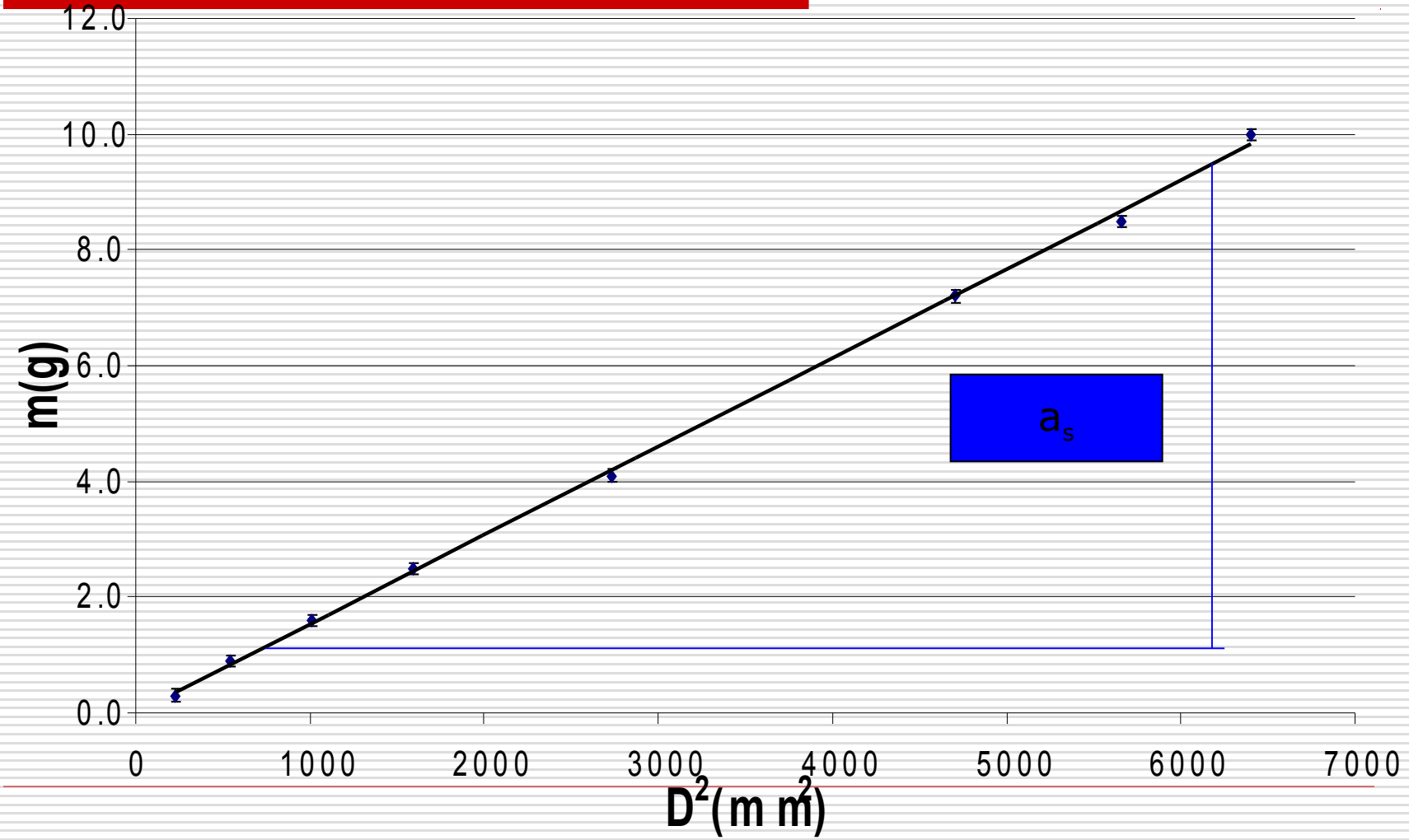
$$M \cong kD^2$$

Onde k é proporcional a densidade superficial do disco

Discos

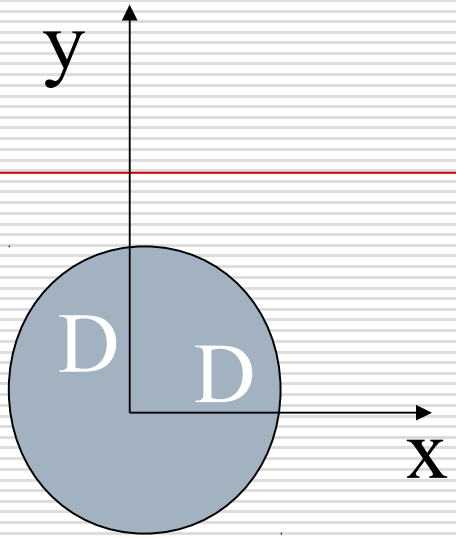

12.0
10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
-2.0
m(g)
0.0
10.0
20.0
30.0
40.0
50.0
60.0
70.0
80.0
90.0
D(mm)

Discos Modelo: $Y = aX + b$



Discos

- $M = d_2 A$



$$A = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

$$M = d_2 \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

Onde d_2 é a densidade superficial do disco

Discos

$$M = d_2 \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

$$M = d_2 \frac{\pi}{4} D^2$$

É o coeficiente angular da reta ajustada

$$a_s = d_2 \frac{\pi}{4} \longrightarrow d_2 = a_s \frac{4}{\pi}$$

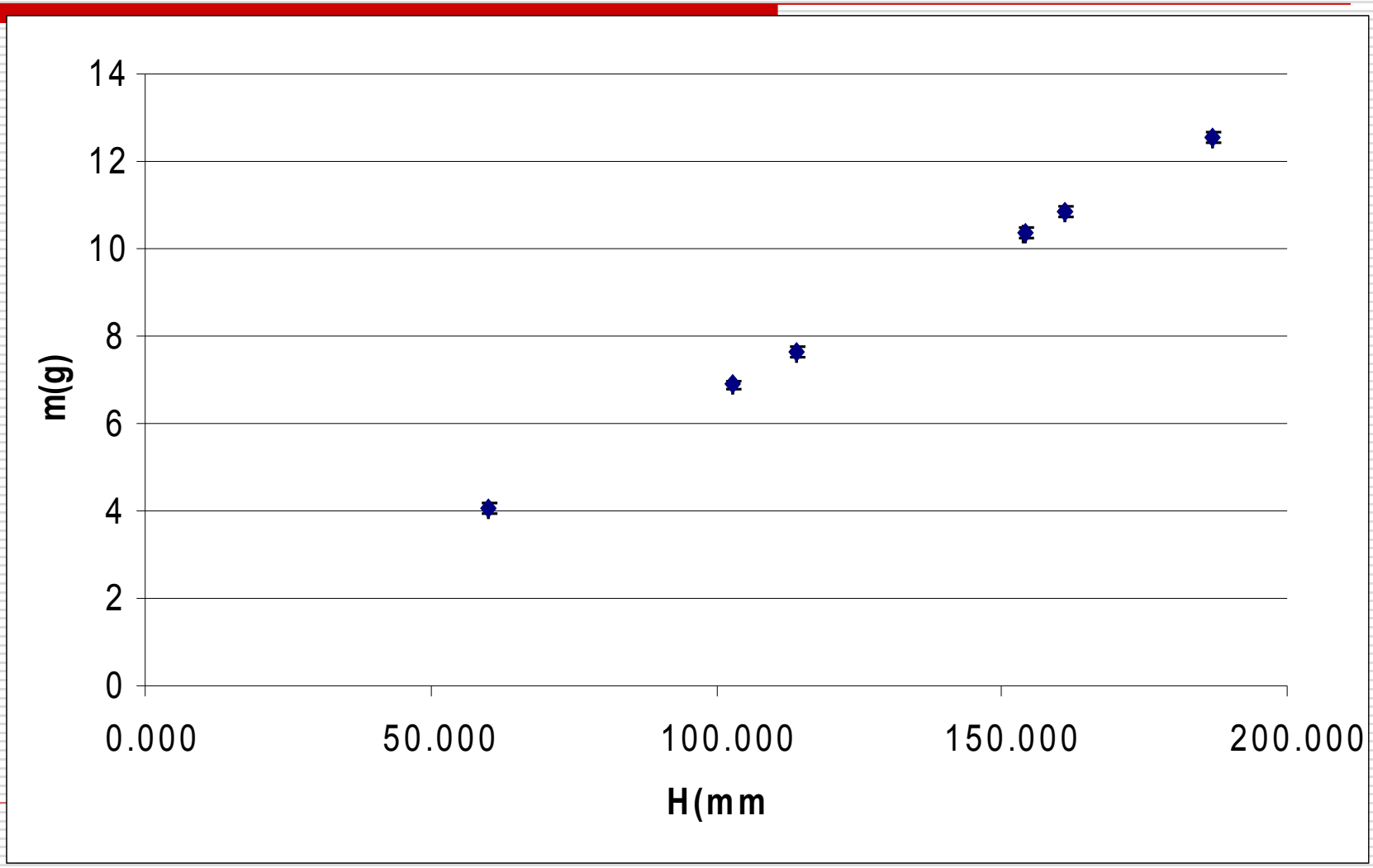
Bastões

$$M \cong kD$$

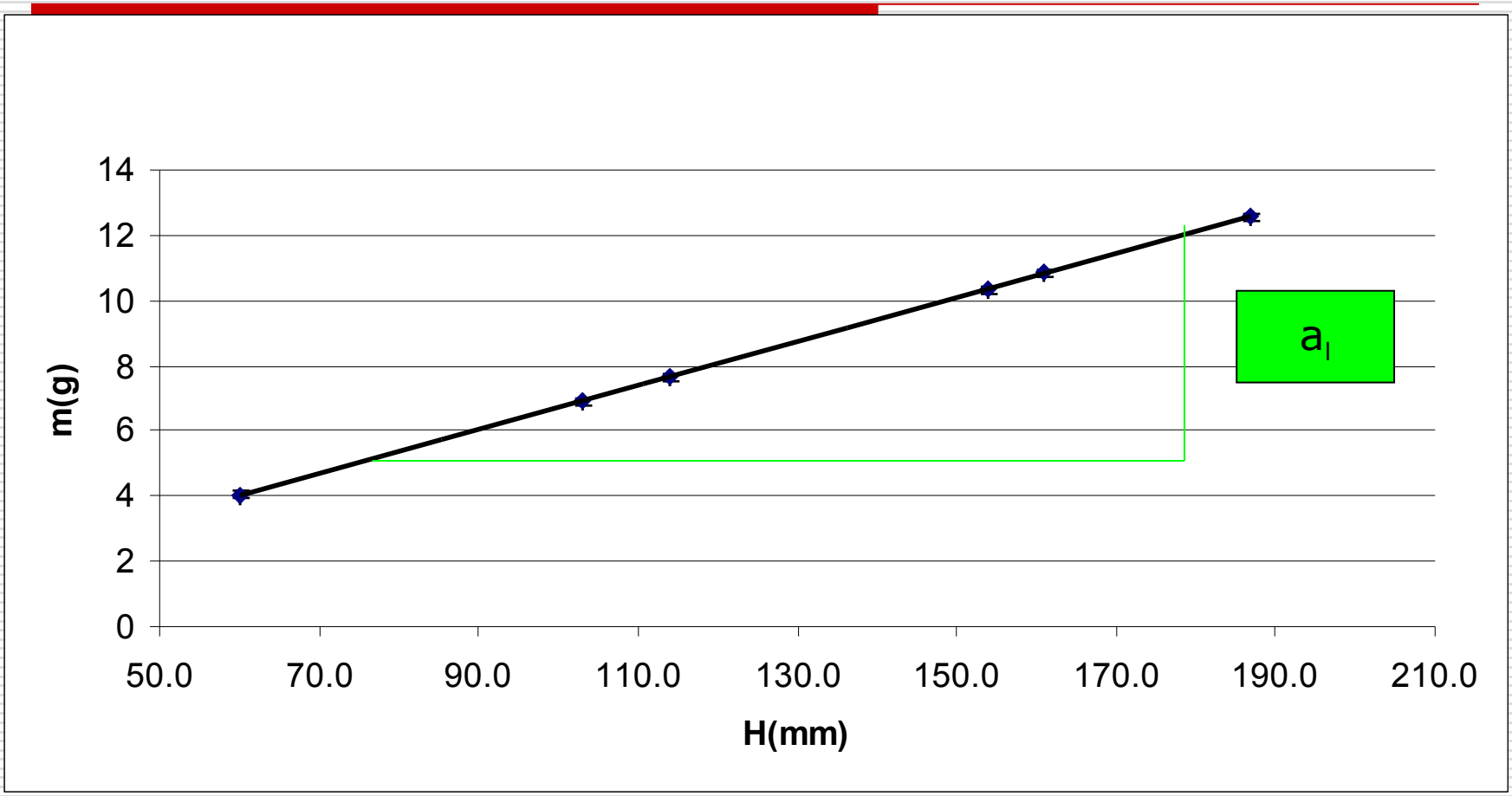
- $M = d_1 H$

Onde d_1 é a densidade linear do bastonete

Bastões



Bastões Modelo: $Y = aX + b$



Bastões

- $M = d_1 H$

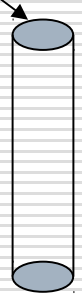
É o coeficiente angular da reta ajustada

$$a_l = d_1$$

Densidades Volumétricas ρ

Bastões

A densidade volumétrica depende da área da secção reta do bastonete (D^2)



- $M = d_1 L$

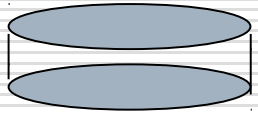
$$\rho = \frac{d_1}{A} = \frac{4d_1}{\pi D^2} \qquad \rho = \frac{g}{cm}\frac{1}{cm^2}$$

$$d_1 \pm sd_1 \qquad D \pm sD \qquad s\rho = \sqrt{\left|s(\rho)_{d_1}\right|^2 + \left|s(\rho)_D\right|^2}$$

Densidades Volumétricas ρ

Discos

A densidade volumétrica depende da espessura do disco (e)



- $M = d_2 A$

$$\rho = \frac{d_2}{e}$$

$$\rho = \frac{g}{cm^2}\,\frac{1}{cm}$$

$$d_2 \pm sd_2 \qquad e \pm se \qquad s\rho = \sqrt{\left|s(\rho)_{d_2}\right|^2 + \left|s(\rho)_e\right|^2}$$

Propagação de incerteza

$$s\rho = \sqrt{\left|s(\rho)_{d_{۲}}\right|^{۲} + \left|s(\rho)_{e}\right|^{۲}}$$

$$sw = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} s_x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} s_y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} s_z\right)^2 + \ldots\ldots}$$

Densidades Volumétricas de alguns materiais

- Aço $\rho = 7.7$ a 7.9 g/cm^3
- Cobre $\rho = 8.93$ g/cm^3
- Zinco $\rho = 7.15$ g/cm^3
- Ferro $\rho = 7.80$ g/cm^3
- Bronze $\rho = 8.7$ a 8.9 g/cm^3
- Latão $\rho = 8.4$ a 8.7 g/cm^3
- Plástico $\rho = 1.07$ g/cm^3

Exemplo de cálculo de densidade:

BASTÕES

$M = K_1 L$

Onde K_1 é a densidade linear do bastonete

Traçamos as retas média, máxima e mínima para encontrar os coeficientes da reta (*a* e *b*)e suas respectivas incertezas (s_a e s_b).

$y = ax + b$ onde $a = 0{,}036(20)$ (g/mm) ← Valor de K_1 !

$b = 0{,}03(10)$ g ← Compatível com zero!

A densidade volumétrica depende da área da secção reta do bastonete (πD^2) → $D = 2{,}33(5)$ mm

$$d = \frac{K_1}{A} = \frac{4K_1}{\pi D^2} \qquad d = 8{,}4(47)\ \text{g/cm}^3$$

Exemplo de cálculo de densidade:

BASTÕES

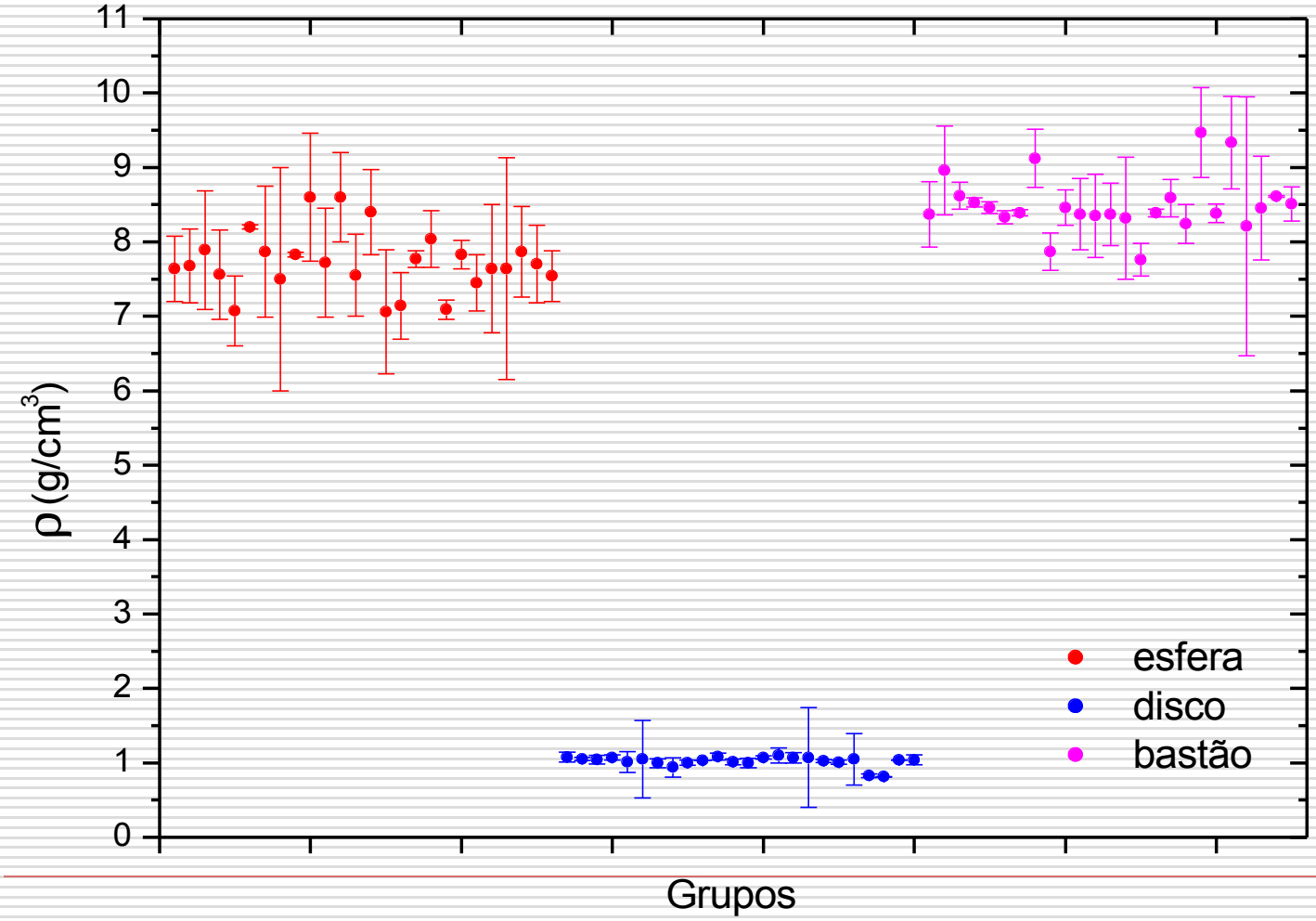
$$d = 8{,}4(47)\ \text{g/cm}^3$$

Valor tabelado para a densidade do Latão:

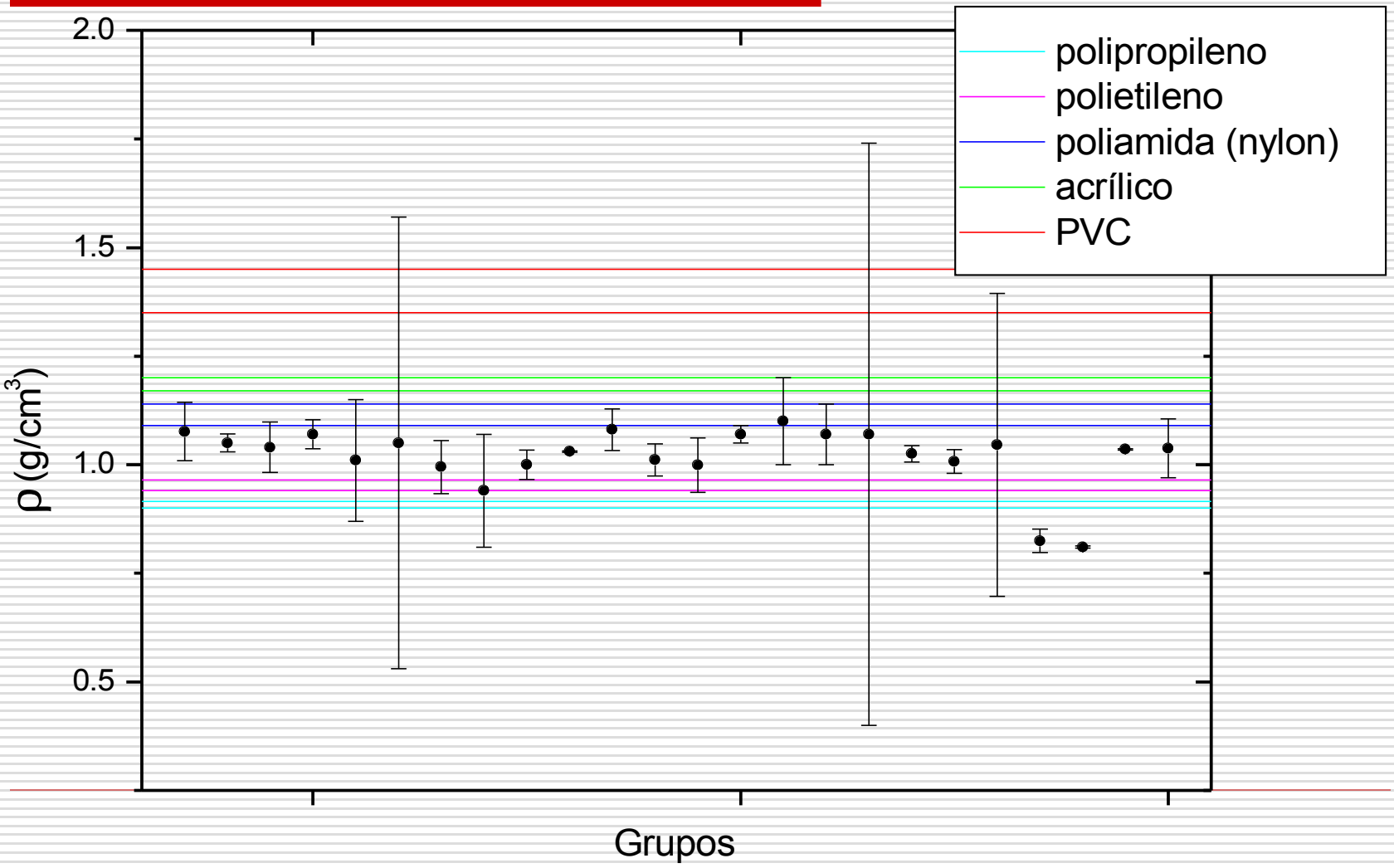
Latão $\rho = 8.4$ a $8.7\ \text{g/cm}^3$

O valor encontrado é compatível com o tabelado!

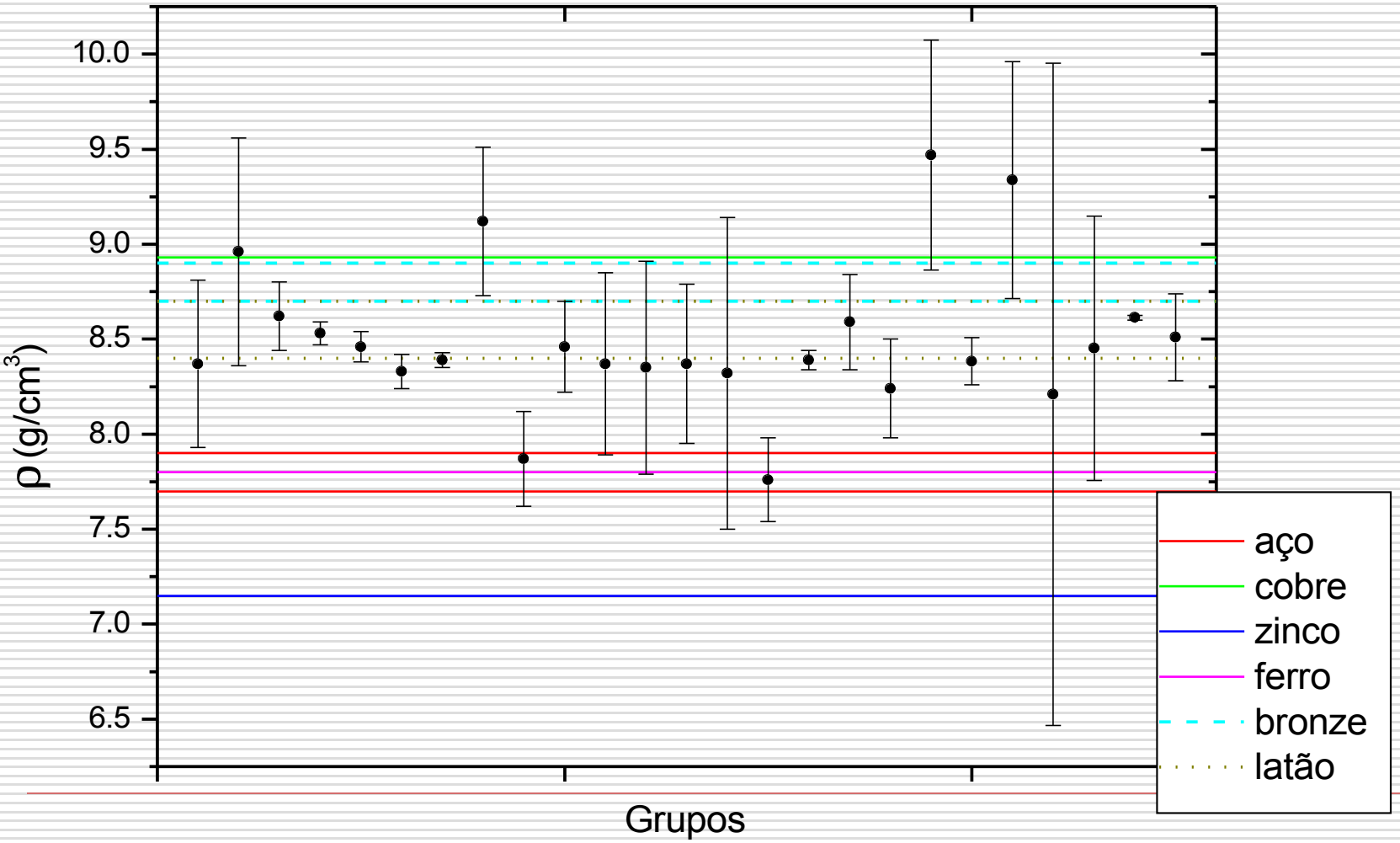
Resultados da experiência Dimensões Euclidianas



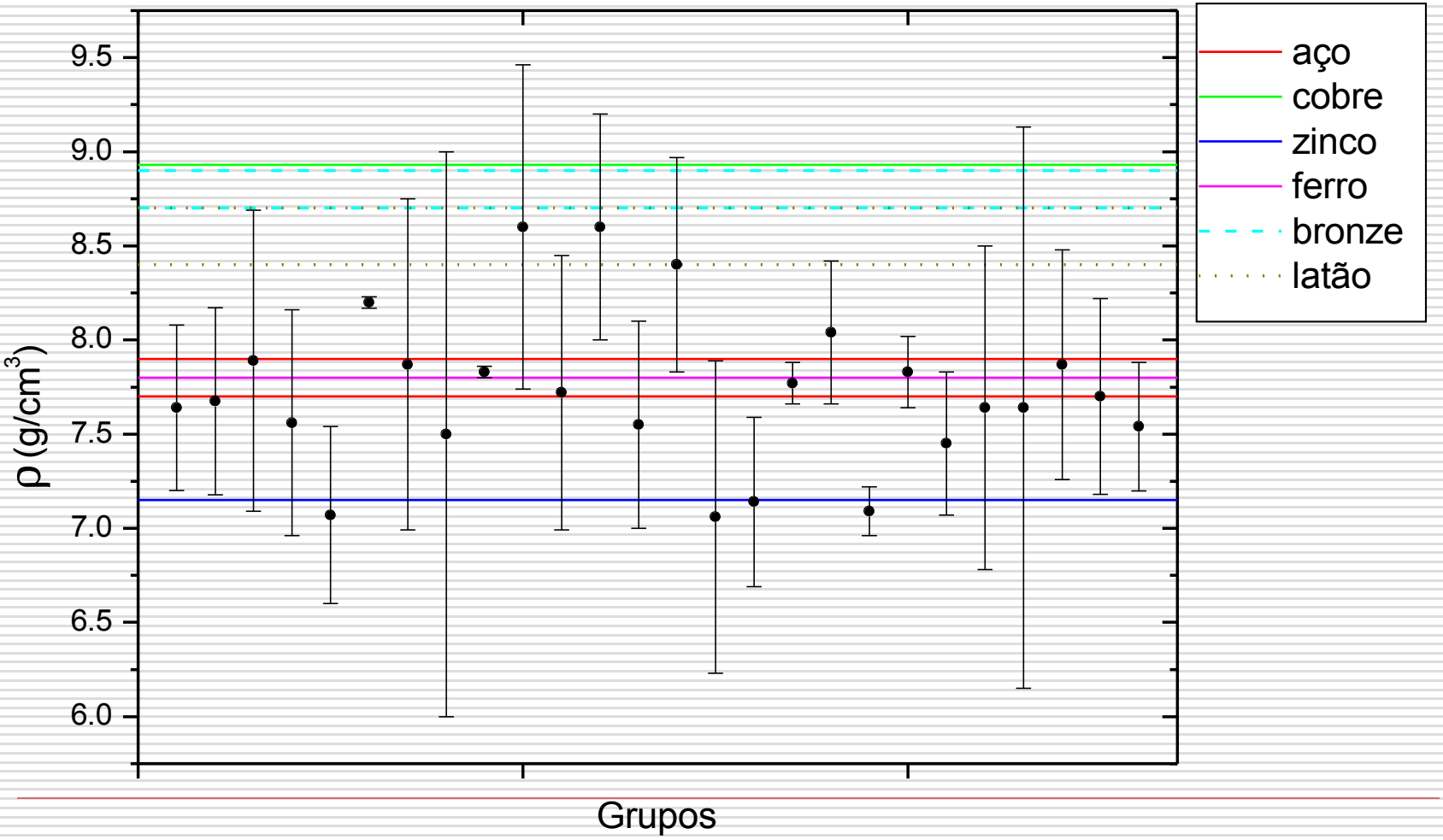
Resultados da experiência Dimensões Euclidianas - Discos



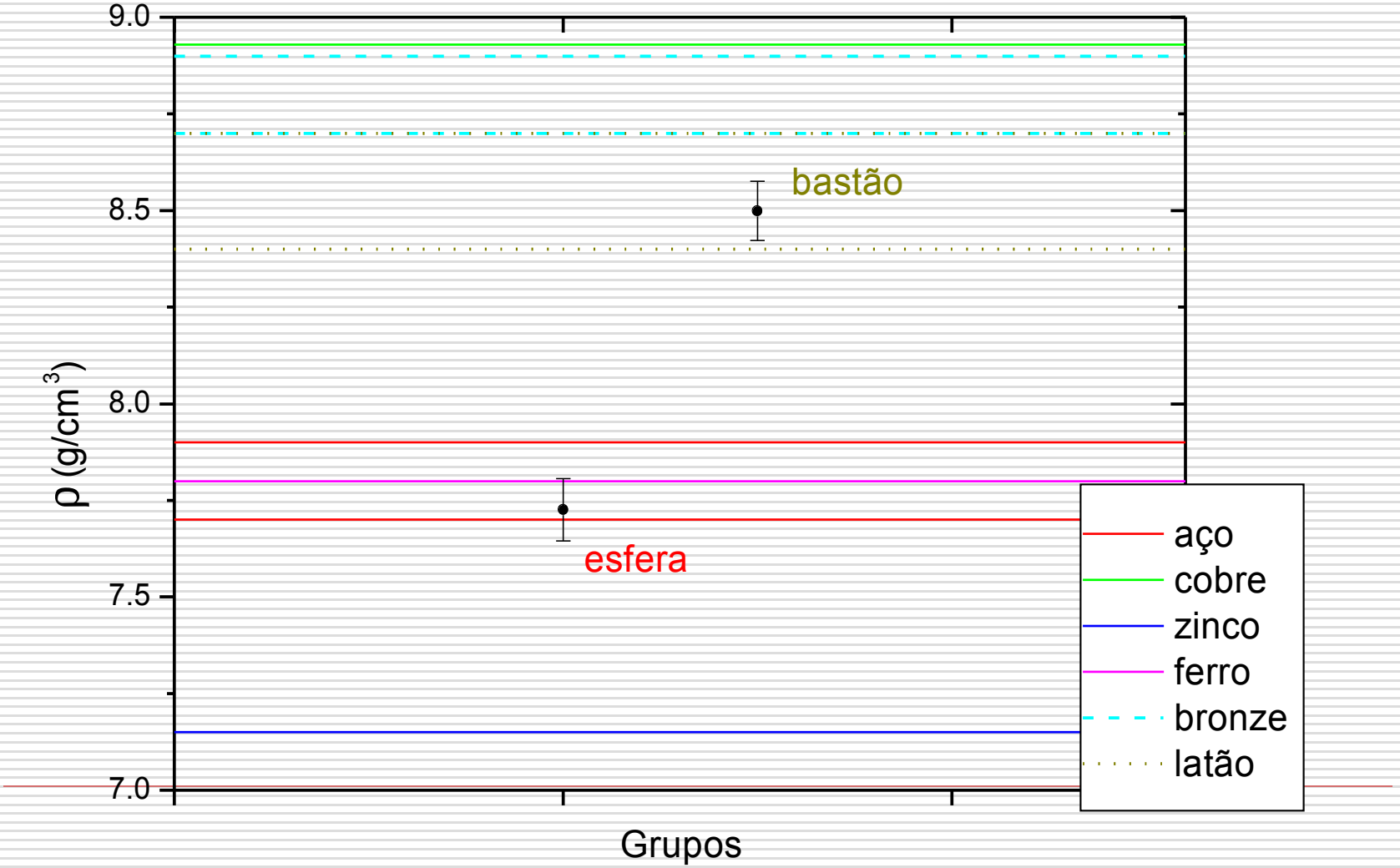
Resultados da experiência Dimensões Euclidianas - Bastão



Resultados da experiência Dimensões Euclidianas - Esferas



Resultados da experiência Dimensões Euclidianas



Conclusões:

- Estudamos a relação entre massa e dimensão de diferentes corpos;
- Determinamos para os corpos:
  - Densidades lineares;
  - Superficiais;
  - Volumétricas.
- Encontramos os valores das densidades volumétricas para todos os corpos
- Diferenciamos os bastões feitos de latão das esferas feitas de aço (ferro).