1 Resumo IV

1.1 O método de Newton

Se a função f for diferenciável podemos usar o método iterativo de Newton. Neste caso, se x_0 for um chute inicial para a raiz no intervalo $[a, b]$ fazemos:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \tag{1}$$

$$\vdots \tag{2}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{3}$$

Basicamente, para este método temos de tomar o cuidado para que $f'(x_n) \neq 0$!
Se colocamos $h_n = x_r - x_n$ pelo teorema de Taylor temos:

$$0 = f(x_r) = f(x_n) + f'(x_n)h_n + 0.5 * f''(\xi_n)h_n^2 \tag{4}$$

$$-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = h_n + \frac{f''(\xi_n)h_n^2}{2 * f'(x_n)} \tag{5}$$

$$h_n - h_{n+1} = x_{n+1} - x_n = h_n + \frac{f''(\xi_n)h_n^2}{2 * f'(x_n)} \tag{6}$$

$$h_{n+1} = \frac{f''(\xi_n)h_n^2}{2 * f'(x_n)} \tag{7}$$

Mostramos que quando o método de Newton converge, ele converge de forma quadrática.