3

Lista de Exercícios

3.1 Exercícios resolvidos

Exercício 3.1

Obtenha aproximações discretas para o sistema contínuo da Figura 3.1, através dos seguintes métodos: retangular para trás, mapeamento pólo-zero, bilinear sem compensação e com compensação de distorção na frequência $\omega_s = 1\text{rad/s}$. Para cada método, calcule a resposta analítica da saída $y(k)$ para $k = 0, \ldots, 5$, quando a entrada $u(k)$ for um degrau unitário. Suponha $T = 1s$.

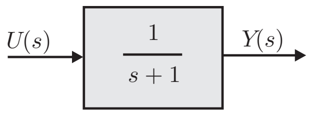

Figura 3.1: Sistema contínuo.

Solução

Método retangular para trás

Tem-se que

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1}{\frac{z-1}{z} + 1} = \frac{z}{2z-1} = \frac{0{,}5z}{z-0{,}5} \; . \tag{3.1}$$

Para $U(z)$ degrau unitário, obtém-se

$$Y(z) = \frac{0{,}5z^2}{(z-1)(z-0{,}5)} = \frac{z}{z-1} - \frac{0{,}5z}{z-0{,}5} \; . \tag{3.2}$$

Logo

$$y(k) = 1 - 0{,}5(0{,}5)^k \; . \tag{3.3}$$

Transformação bilinear ou de Tustin

Tem-se que

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1}{\frac{2(z-1)}{(z+1)} + 1} = \frac{z+1}{3z-1} = \frac{\frac{1}{3}(z+1)}{z-\frac{1}{3}} \ . \tag{3.4}$$

Para $U(z)$ degrau unitário, obtém-se

$$Y(z) = \frac{\frac{1}{3}z(z+1)}{(z-1)(z-\frac{1}{3})} = \frac{z}{z-1} - \frac{\frac{2}{3}z}{z-\frac{1}{3}} \ . \tag{3.5}$$

Logo

$$y(k) = 1 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^k \ . \tag{3.6}$$

Transformação bilinear com compensação de distorção em frequência

A função de transferência contínua deve ser modificada para

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{2}{T}\tan\frac{T}{2}}{s + \frac{2}{T}\tan\frac{T}{2}} = \frac{2\tan 0{,}5}{s + 2\tan 0{,}5} \ . \tag{3.7}$$

Aplicando a transformação bilinear (??) na Equação (3.7), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{Y(z)}{U(z)} &= \frac{2\tan 0{,}5}{\frac{2(z-1)}{T(z+1)} + 2\tan 0{,}5} = \frac{\tan 0{,}5}{\frac{z-1}{z+1} + \tan 0{,}5} \\ &= \frac{\tan 0{,}5}{(\tan 0{,}5 + 1)}\left(\frac{z+1}{z + \frac{\tan 0{,}5 - 1}{\tan 0{,}5 + 1}}\right) \\ &\cong \frac{0{,}3533(z+1)}{z - 0{,}2934} \ . \end{aligned} \tag{3.8}$$

Para $U(z)$ degrau unitário, obtém-se

$$Y(z) = \frac{0{,}3533\, z(z+1)}{(z-1)(z-0{,}2934)} = \frac{z}{z-1} - \frac{0{,}6467z}{z-0{,}2934} \ . \tag{3.9}$$

Logo

$$y(k) = 1 - 0{,}6467(0{,}2934)^k \ . \tag{3.10}$$

Método do mapeamento pólo-zero

A função de transferência do sistema discreto é dada por

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{K}{z - e^{-T}} = \frac{K}{z - 0{,}3679} \ . \tag{3.11}$$

O ganho K é ajustado para que em baixas frequências, o ganho do sistema contínuo seja igual ao do sistema discreto, ou seja

$$\frac{Y(s)}{U(s)}\bigg|_{s=0} = \frac{Y(z)}{U(z)}\bigg|_{z=1} \Rightarrow 1 = \frac{K}{1 - 0{,}3679} \Rightarrow K = 0{,}6321 \ . \tag{3.12}$$

Portanto

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0{,}6321}{z - 0{,}3679} \ . \tag{3.13}$$

Para $U(z)$ degrau unitário, obtém-se

$$Y(z) = \frac{0{,}6321z}{(z-1)(z-0{,}3679)} = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-0{,}3679} \ . \tag{3.14}$$

Logo

$$y(k) = 1 - (0{,}3679)^k \ . \tag{3.15}$$

Na Tabela 3.1 são apresentados os valores da saída contínua $y(t)$ e discreta $y(k)$ ($k = 0, \ldots, 5$) para os métodos analisados.

t, k	Contínua $y(t) = 1 - e^{-t}$	Retangular para trás	Bilinear sem compensação	Bilinear com compensação	Mapeamento pólo-zero
0	0,0000	0,5000	0,3333	0,3533	0,0000
1	0,6321	0,7500	0,7778	0,8103	0,6321
2	0,8647	0,8750	0,9259	0,9443	0,8647
3	0,9502	0,9375	0,9753	0,9837	0,9502
4	0,9817	0,9688	0,9918	0,9952	0,9817
5	0,9933	0,9844	0,9973	0,9986	0,9933

Tabela 3.1: Saída contínua $y(t)$ e discreta $y(k)$.

Na Figura 3.2 são apresentados os gráficos da resposta ao degrau para os métodos analisados.

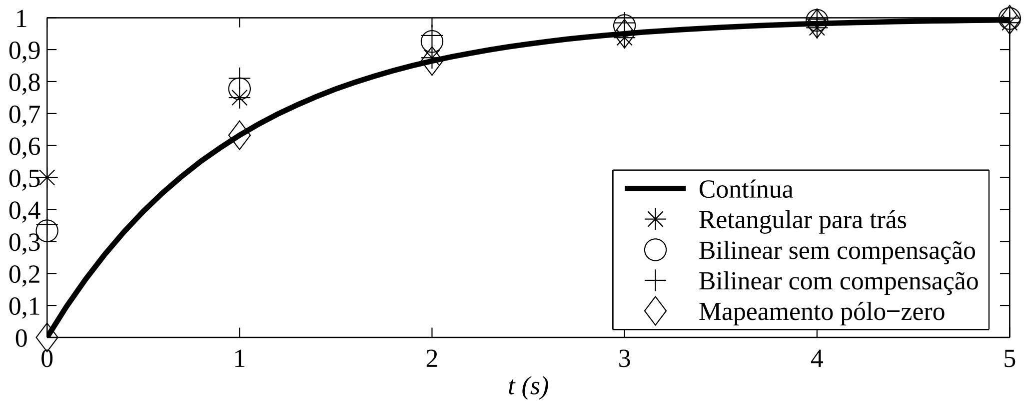

Figura 3.2: Resposta ao degrau.

Exercício 3.2

Considere o sistema discreto da Figura 3.3.

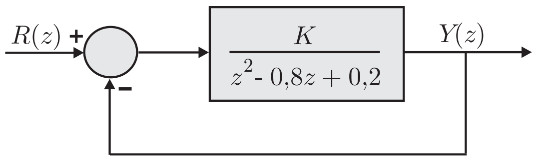

Figura 3.3: Sistema discreto.

Desenhe o lugar das raízes e determine a faixa de valores do ganho K de modo que o sistema seja estável em malha fechada.

Solução

Os pólos do sistema em malha aberta estão localizados em $z_{1,2} = 0{,}4 \pm 0{,}2j$. O lugar das raízes começa nos pólos complexos de malha aberta, seguindo assíntotas verticais na medida em que o ganho K aumenta, conforme representado na Figura 3.4.

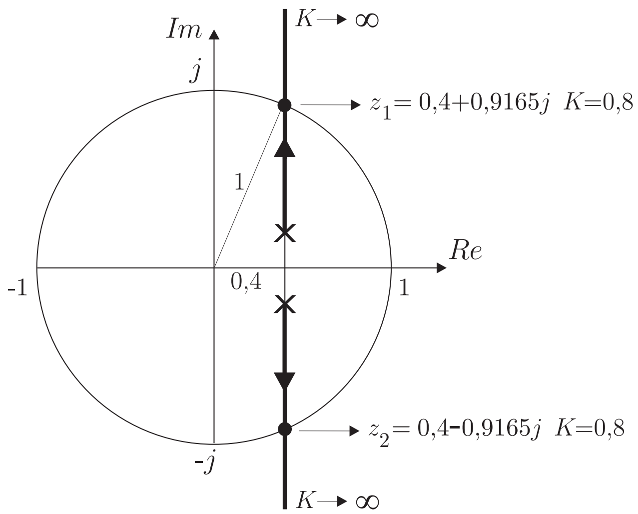

Figura 3.4: Lugar das raízes.

O máximo valor de K que estabiliza o sistema em malha fechada pode ser determinado pelo cruzamento do lugar das raízes com a circunferência de raio unitário, que ocorre nos pontos $z_{1,2} = 0{,}4 \pm 0{,}9165j$. O valor de K num destes pontos pode ser calculado pela condição de módulo

$$\left| \frac{K}{z^2 - 0{,}8z + 0{,}2} \right|_{z=0{,}4+0{,}9165j} = 1 \Rightarrow K = 0{,}8 \; . \tag{3.16}$$

Portanto, o sistema em malha fechada é estável para $0 < K < 0{,}8$.

Exercício 3.3

Considere o sistema da Figura 3.5.

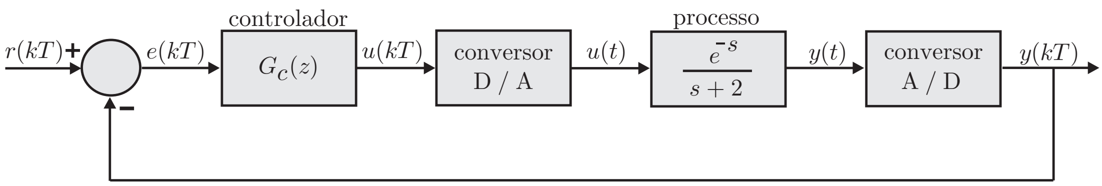

Figura 3.5: Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

Projete um controlador $G_c(z)$ de modo que as seguintes especificações sejam satisfeitas:
• erro estacionário nulo para entrada $r(kT)$ do tipo degrau unitário e
• pólos de malha fechada dominantes com coeficiente de amortecimento $\xi = 0{,}6$ e frequência natural $\omega_n = 1$ (rad/s).
Suponha que o período de amostragem é $T = 1$s.

Solução

Os pólos de malha fechada dominantes devem estar localizados em

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_d = -0{,}6 \pm 0{,}8j \; . \tag{3.17}$$

Se os pólos dominantes tiverem influência predominante na dinâmica do sistema, então, a resposta ao degrau deve apresentar um sobre-sinal próximo de $M_p \cong 9{,}5\%$. Como este sistema possui um atraso de transporte de 1s, o tempo de pico máximo está próximo de $t_p \cong 4{,}9$s.

No plano z os pólos são mapeados em

$$z_{1,2} = e^{Ts_{1,2}} = e^{-0,6T \pm 0,8Tj} \cong 0{,}3824 \pm 0{,}3937j \; . \tag{3.18}$$

A função de transferência $G_p(z)$ do subsistema D/A + processo + A/D é dada por

$$\begin{aligned} G_p(z) &= \frac{Y(z)}{U(z)} = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{e^{-s}}{s(s+2)}\right] \\ &= (1 - z^{-1})z^{-1}\mathcal{Z}\left[\frac{1}{s(s+2)}\right] = (1 - z^{-1})z^{-1}\mathcal{Z}\left[\frac{0{,}5}{s} - \frac{0{,}5}{s+2}\right] \\ &= \left(\frac{z-1}{z}\right)\frac{1}{z}\left[\frac{0{,}5z}{z-1} - \frac{0{,}5z}{z - e^{-2T}}\right] = \frac{0{,}5}{z}\left(\frac{1 - e^{-2T}}{z - e^{-2T}}\right) \\ &= \frac{0{,}4323}{z(z - 0{,}1353)} \; . \end{aligned} \tag{3.19}$$

Projeto por meio do lugar das raízes

Como a planta não possui integrador, para que o erro estacionário seja nulo para entrada degrau, o controlador deve possuir um pólo em $z = 1$. Esta especificação pode ser satisfeita com um controlador PI ou PID.

Para que o sistema em malha fechada apresente o comportamento transitório desejado, a função de transferência do controlador $G_c(z)$ deve ser calculada de modo que o lugar das raízes passe pelos pólos de malha fechada desejados (3.18). Para isso, será utilizado um controlador PI, que tem uma função de transferência mais simples que a de um PID, ou seja

$$G_c(z) = PI(z) = \overline{k}_p + \overline{k}_i \frac{1}{(1 - z^{-1})} \quad \text{ou} \quad G_c(z) = \frac{K(z+C)}{z-1} \; . \tag{3.20}$$

A função de transferência de malha aberta é dada por

$$G(z) = G_c(z)G_p(z) = \frac{K(z+C)}{(z-1)}\frac{0{,}4323}{z(z - 0{,}1353)} \; . \tag{3.21}$$

As constantes C e K podem ser determinadas pelas condições de fase e módulo, respectivamente. Da condição de fase, tem-se que

$$\angle G(z) = \pm \text{ múltiplo ímpar de } 180^o \; . \tag{3.22}$$

Assim

$$\angle\, z + C \; - \angle\, z - 1 \quad \angle - \quad z \quad - \quad z - 0{,}1353 \; = \; -180^o \; . \tag{3.23}$$

A constante C deve ser calculada num dos pólos desejados $z_{1,2} \cong 0{,}3824 \pm 0{,}3937j$, ou seja

$$\arctan\left(\frac{0{,}3937}{0{,}3824 + C}\right) \cong 71{,}22^o \; \Rightarrow C \cong -0{,}2485 \; . \tag{3.24}$$

O valor de K pode ser calculado por meio da condição de módulo, ou seja

$$|G(z)| = 1 \Rightarrow \left| \frac{K(z - 0{,}2485)}{(z-1)} \frac{0{,}4323}{z(z - 0{,}1353)} \right|_{z = 0{,}3824 + 0{,}3937j} = 1 \Rightarrow K = 1{,}0392 \; . \tag{3.25}$$

Portanto, a função de transferência do controlador PI é dada por

$$G_c(z) = \frac{1{,}0392(z - 0{,}2485)}{z-1} \; . \tag{3.26}$$

Na Figura 3.6 é apresentado o gráfico do lugar das raízes.

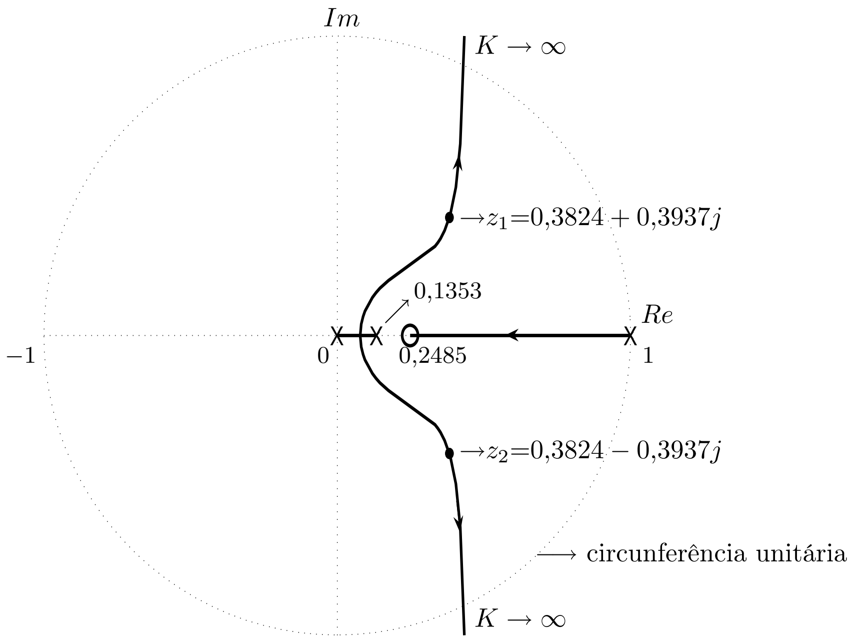

Figura 3.6: Lugar das raízes.

A função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{0{,}4493(z-0{,}2485)}{z(z-1)(z-0{,}1353)+0{,}4493(z-0{,}2485)}$$
$$= \frac{0{,}4493(z-0{,}2485)}{z^3-1{,}1353z^2+0{,}5846z-0{,}1116} \tag{3.27}$$
$$= \frac{0{,}4493(z-0{,}2485)}{(z-0{,}3824-0{,}3937j)(z-0{,}3824+0{,}3937j)(z-0{,}3706)}\ , \tag{3.28}$$

com pólos complexos conjugados de acordo com a especificação.

Projeto por meio de imposição algébrica de pólos

A função de transferência de malha fechada com o controlador PI é dada por

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{0{,}4323K(z+C)}{z(z-1)(z-0{,}1353)+0{,}4323K(z+C)}$$
$$= \frac{0{,}4323K(z+C)}{z^3-1{,}1353z^2+(0{,}1353+0{,}4323K)z+0{,}4323KC}\ , \tag{3.29}$$

cujo polinômio característico é

$$F(z) = z^3 - 1{,}1353z^2 + (0{,}1353+0{,}4323K)z + 0{,}4323KC\ . \tag{3.30}$$

Supondo que $F(z)$ seja o mesmo polinômio característico do denominador da função de transferência de malha fechada (3.27), obtida pelo método do lugar das raízes, então

$$F(z) = z^3 - 1{,}1353z^2 + 0{,}5846z - 0{,}1116\ . \tag{3.31}$$

Comparando os polinômios (3.30) e (3.31), obtém-se $C \cong -0{,}2485$ e $K \cong 1{,}0392$. Logo, a função de transferência do controlador PI é a mesma obtida pelo método do lugar das raízes.

Resposta ao degrau

Aplicando a transformada $\mathcal{Z}$ inversa na função de transfência de malha fechada, obtém-se

$$\begin{aligned} y(kT) = \quad & 1{,}1353y[(k-1)T] - 0{,}5846y[(k-2)T] + 0{,}1116y[(k-3)T] + \\ & 0{,}4493r[(k-2)T] - 0{,}1116r[(k-3)T] \; . \end{aligned} \tag{3.32}$$

Na Tabela 3.2 é apresentada a resposta $y(kT)$ quando $r(kT)$ é um degrau unitário. Note que o sobre-sinal máximo obtido é $M_p \cong 7{,}01\%$, com tempo de pico máximo $t_p = 5$s. O sobre-sinal obtido é um pouco menor que o previsto ($M_p = 9{,}5\%$), devido ao fato do pólo real também influenciar na resposta.

kT	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y(kT)$	0	0	0,4493	0,8478	1,0375	1,0701	1,0407	1,0094	0,9947	0,9930	0,9962

Tabela 3.2: Resposta ao degrau $y(kT)$ para $kT = 0, 1, 2, \ldots, 10$.

Na Figura 3.7 é apresentado o gráfico da resposta ao degrau $y(kT)$. Note que o erro estacionário é nulo, pois $e(\infty) = r(\infty) - y(\infty) = 0$. Além disso, devido ao atraso de transporte da planta de 1s, a resposta do sistema somente ocorre a partir de $kT > 1$.

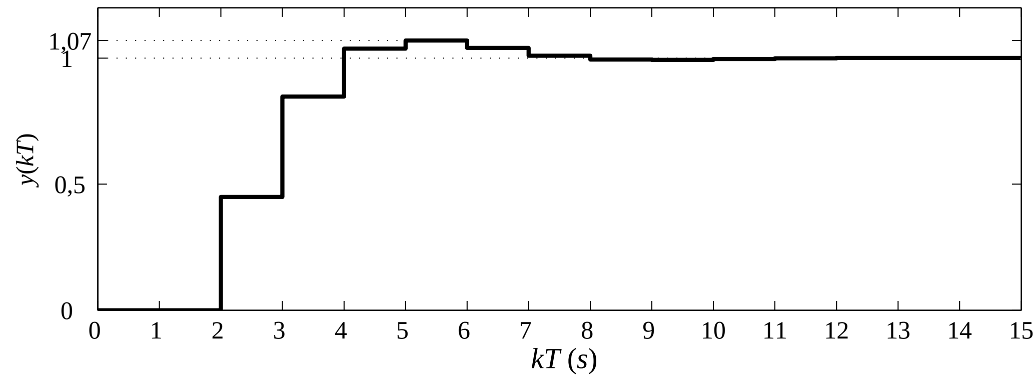

Figura 3.7: Resposta ao degrau unitário.

Exercício 3.4

Pojete um controlador "dead beat"para o sistema da Figura 3.8, de modo que o tempo de acomodação seja mínimo, o erro estacionário para referência do tipo degrau unitário seja nulo e sem que a saída apresente oscilações entre os instantes de amostragem. Suponha também que o erro estacionário para referência do tipo rampa unitária é igual a 0,2 e que o período de amostragem é $T = 1$s.

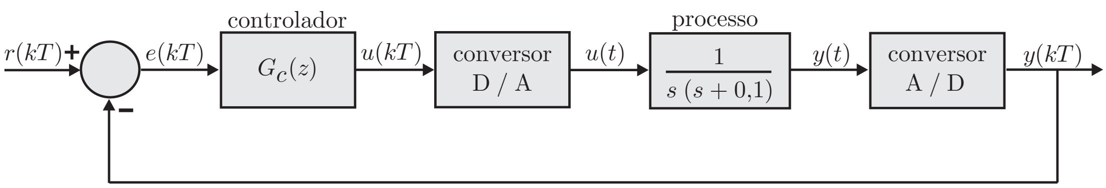

Figura 3.8: Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

Solução

A função de transferência $G_p(z)$ do subsistema D/A + processo + A/D é dada por

$$\begin{aligned} G_p(z) &= \frac{Y(z)}{U(z)} = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2(s+0,1)}\right] \\ &= \frac{0{,}4837(z+0{,}9672)}{(z-1)(z-0{,}9048)} \\ &= \frac{0{,}4837z^{-1}+0{,}4679z^{-2}}{1-1{,}9048z^{-1}+0{,}9048z^{-2}} \; . \end{aligned} \tag{3.33}$$

Restrições de projeto

i) Fazendo a divisão na Equação (3.33), o primeiro termo de $G_p(z)$ irá começar com z^{-1}. Para a função $G_{mf}(z)$ ser causal, o primeiro coeficiente é nulo, ou seja, $g_0 = 0$.

ii) O erro estacionário deve ser nulo para referência do tipo degrau unitário. Assim

$$G_{mf}(1) = 1 \; . \tag{3.34}$$

iii) A planta possui um pólo sobre a circunferência de raio unitário em $z = 1$. Este pólo deve ser zero da função $1 - G_{mf}(z)$, ou seja

$$1 - G_{mf}(1) = 0 \Rightarrow G_{mf}(1) = 1 \; . \tag{3.35}$$

iv) O erro estacionário deve ser igual a 0,2 para referência do tipo rampa unitária. Da Equação (**??**), tem-se que

$$\left.\frac{d[G_{mf}(z)]}{dz}\right|_{z=1} = -0{,}2 \; . \tag{3.36}$$

v) A planta possui um zero próximo da circunferência de raio unitário em $z = -0{,}9672$. Para evitar oscilações da saída

$$G_{mf}(-09672) = 0 \; . \tag{3.37}$$

Como g_0 é igual a 0 na restrição *i*) e como a restrição *ii*) é igual a *iii*), então, a função de transferência de malha fechada tem apenas três termos, ou seja

$$G_{mf}(z) = g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + g_3 z^{-3} \; . \tag{3.38}$$

Da restrição *ii*) ou *iii*) obtém-se

$$G_{mf}(1) = g_1 + g_2 + g_3 = 1 \; . \tag{3.39}$$

Da restrição *iv*) tem-se que

$$\left.\frac{d[G_{mf}(z)]}{dz}\right|_{z=1} = \left. -g_1 z^{-2} - 2g_2 z^{-3} - 3g_3 z^{-4}\right|_{z=1} = -0{,}2 \Rightarrow g_1 + 2g_2 + 3g_3 = 0{,}2 \; . \tag{3.40}$$

Da restrição *v*) obtém-se

$$G_{mf}(-0{,}9672) = 0 \Rightarrow -1{,}0339g_1 + 1{,}0689g_2 - 1{,}1052g_3 = 0 \; . \tag{3.41}$$

Das Equações (3.39), (3.40) e (3.41) tem-se o seguinte sistema

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1{,}0339 & 1{,}0689 & -1{,}1052 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}2 \\ 0 \end{bmatrix} \; . \tag{3.42}$$

A solução do sistema (3.42) é $g_1 = 1{,}1649$, $g_2 = 0{,}4701$ e $g_3 = -0{,}6351$. Logo

$$G_{mf}(z) = 1{,}1649z^{-1} + 0{,}4701z^{-2} - 0{,}6351z^{-3} \ . \tag{3.43}$$

O controlador é calculado por meio da Equação (**??**), ou seja

$$\begin{aligned} G_c(z) &= \frac{1}{G_p(z)}\frac{G_{mf}(z)}{[1 - G_{mf}(z)]} \\ &= \frac{(z-1)(z-0{,}9048)}{0{,}4837(z+0{,}9672)}\frac{1{,}1649z^{-1} + 0{,}4701z^{-2} - 0{,}6351z^{-3}}{(1 - 1{,}1649z^{-1} - 0{,}4701z^{-2} + 0{,}6351z^{-3})} \\ &= \frac{(z-1)(z-0{,}9048)}{0{,}4837(z+0{,}9672)}\frac{1{,}1649(z+0{,}9672)(z-0{,}5636)}{(z-1)(z-0{,}8836)(z+0{,}7187)} \\ &= \frac{2{,}4082(z-0{,}9048)(z-0{,}5636)}{(z-0{,}8836)(z+0{,}7187)} \qquad (3.44) \\ &= \frac{2{,}4082 - 3{,}5363z^{-1} + 1{,}2282z^{-2}}{1 - 0{,}1649z^{-1} - 0{,}6351z^{-2}} \ . \qquad (3.45) \end{aligned}$$

Aplicando a transformada $\mathcal{Z}$ inversa e a propriedade do atraso nas Equações (3.43) e (3.45), obtém-se

$$y(kT) = 1{,}1649r[(k-1)T] + 0{,}4701r[(k-2)T] - 0{,}6351r[(k-3)T] \ , \tag{3.46}$$

$$u(kT) = 0{,}1649u[(k-1)T] + 0{,}6351u[(k-2)T] + 2{,}4082e[kT] - 3{,}5363e[(k-1)T] + 1{,}2282e[(k-2)T] \ . \tag{3.47}$$

Na Figura 3.9 é apresentado o gráfico da resposta discreta $y(kT)$ e da resposta contínua $y(t)$, quando $r(kT)$ é um degrau unitário. A resposta $y(kT)$ atingiu o estado estacionário em $kT = 3$s, porém, com um sobre-sinal elevado ($M_p \cong 64\%$).

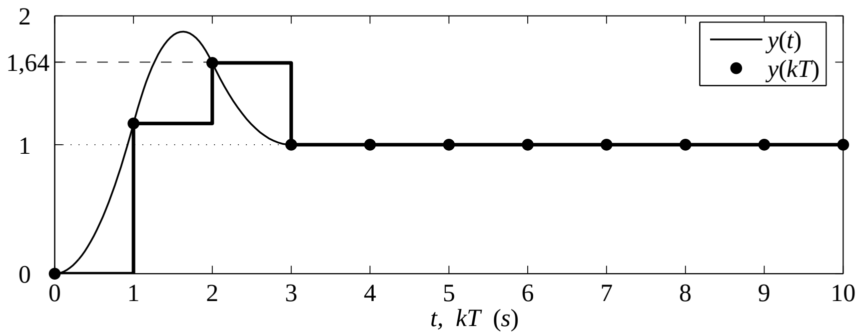

Figura 3.9: Respostas ao degrau unitário $y(kT)$ e $y(t)$.

Na Figura 3.10 é apresentado o gráfico do sinal de controle $u(kT)$, quando $r(kT)$ é um degrau unitário. Note que este sinal é constante para $kT \geq 3$s, o que possibilita que a saída $y(t)$ também seja constante, a partir deste instante.

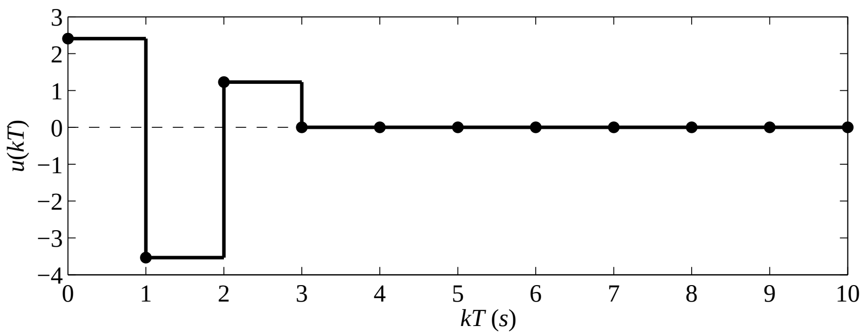

Figura 3.10: Saída do controlador $u(kT)$ para $r(kT)$ do tipo degrau unitário.

Na Figura 3.11 é apresentado o gráfico da resposta $y(kT)$, para entrada de referência do tipo rampa unitária.

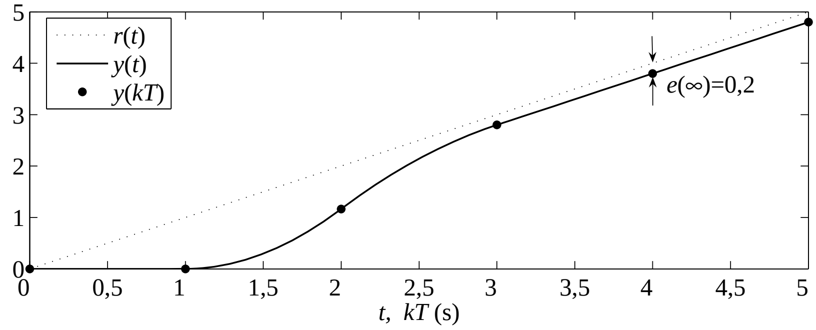

Figura 3.11: Resposta à rampa unitária.

O erro estacionário para referência do tipo rampa unitária é dado por

$$\begin{aligned}
e(\infty) &= \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{1}{1+G_c(z)G_p(z)}R(z) \\
&= \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{1}{\left[1+\frac{2,4082(z-0,9048)(z-0,5636)}{(z-0,8836)(z+0,7187)}\frac{0,4837(z+0,9672)}{(z-1)(z-0,9048)}\right]}\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \\
&= \lim_{z\to 1}\frac{1}{\left[1+\frac{2,4082\;0,4837(z-0,5636)(z+0,9672)}{(z-0,8836)(z+0,7187)(z-1)}\right](z-1)} \\
&= \lim_{z\to 1}\frac{1}{\left[z-1+\frac{2,4082\;0,4837(z-0,5636)(z+0,9672)}{(z-0,8836)(z+0,7187)}\right]} \cong 0,2\;. \qquad (3.48)
\end{aligned}$$

Na Figura 3.12 é apresentado o gráfico do sinal de controle $u(kT)$, quando $r(kT)$ é uma rampa unitária. Note que este sinal é constante para $kT \geq 3$s.

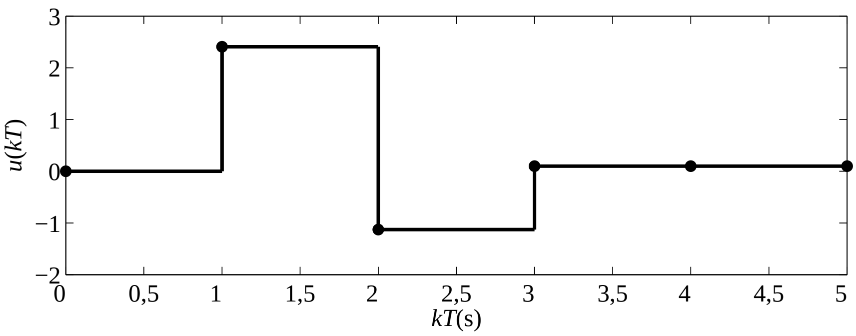

Figura 3.12: Saída do controlador $u(kT)$ para $r(kT)$ do tipo rampa unitária.

O valor de $u(\infty)$ para referência do tipo rampa unitária é dado por

$$\begin{aligned}
u(\infty) &= \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{G_{mf}(z)}{G_p(z)}R(z) \\
&= \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\left[\frac{1,1649z^{-1}+0,4701z^{-2}-0,6351z^{-3}}{\frac{0,4837(z+0,9672)}{(z-1)(z-0,9048)}}\right]\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \\
&= \lim_{z\to 1}\frac{(1,1649z^{-1}+0,4701z^{-2}-0,6351z^{-3})(z-0,9048)}{0,4837(z+0,9672)} \cong 0,1\;. \qquad (3.49)
\end{aligned}$$

3.2 Exercícios propostos

Exercício 3.5

Obtenha aproximações discretas para a função de transferência

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s+0{,}5)(s+1)} \ . \tag{3.50}$$

Aplique os seguintes métodos: retangular para trás, mapeamento pólo-zero, bilinear sem compensação e com compensação de distorção na frequência $\omega_s = 1\text{rad/s}$. Para cada método, calcule a resposta analítica da saída $y(k)$ para $k = 0, \ldots, 5$, quando a entrada $u(k)$ for um degrau unitário. Suponha $T = 1s$.

Exercício 3.6

Desenhe o lugar das raízes para o sistema da Figura 3.13 e determine a faixa de valores do período de amostragem T que estabiliza o sistema em malha fechada.

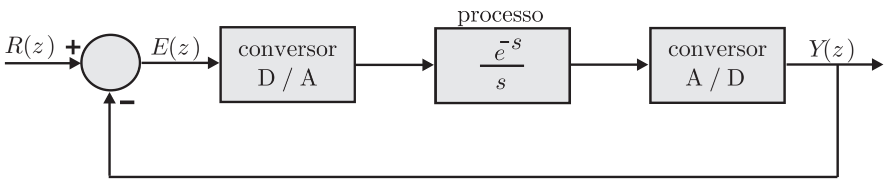

Figura 3.13: Sistema discreto.

Exercício 3.7

Projete um controle discreto para o sistema da Figura 3.14, de modo que a resposta para um degrau aplicado na referência tenha um sobre-sinal máximo de 16,3% e um tempo de acomodação de 2s, segundo o critério de 2%.

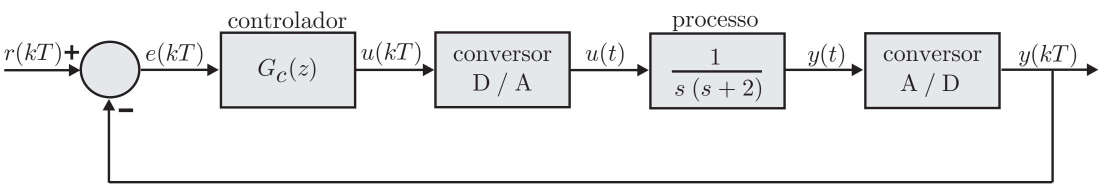

Figura 3.14: Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

Exercício 3.8

Projete um controle discreto para o sistema da Figura 3.15, de modo que a resposta para um degrau aplicado na referência tenha um sobre-sinal máximo de 20% e um tempo de subida de 1s.

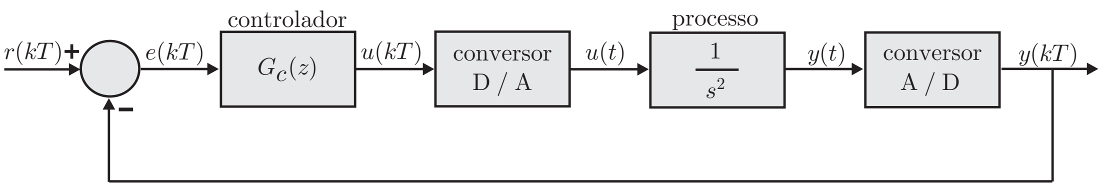

Figura 3.15: Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

Exercício 3.9

O esquema de um sistema de levitação magnética é apresentado na Figura 3.16. O sistema consiste de um eletroímã que suspende uma massa de material magnético. A levitação da massa é conseguida através do controle da distância $x(t)$, existente entre a massa e a bobina do eletroímã. Na bobina é instalado um sensor que mede a posição $x(t)$ da massa. A partir dessa medida, um sistema de controle discreto calcula uma tensão $u(t)$ a ser aplicada na entrada de um circuito de potência, que por sua vez gera uma corrente $i(t)$ a ser aplicada na bobina. A função de transferência linear do sistema é dada por

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K_p K_s}{(s+1)(s-1)} \,. \tag{3.51}$$

Supondo $K_p = 0{,}1(A/V)$ e $K_s = 0{,}25(V/mm)$, projetar um controle discreto de modo que a resposta para um degrau aplicado na referência tenha um sobressinal máximo de 20% e um tempo de pico de 0,1s.

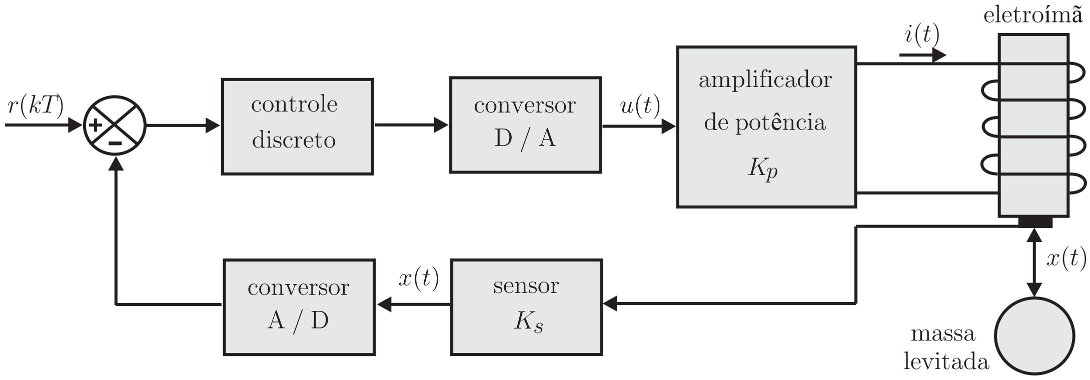

Figura 3.16: Sistema de levitação magnética.

Exercício 3.10

Considere o sistema da Figura 3.17.

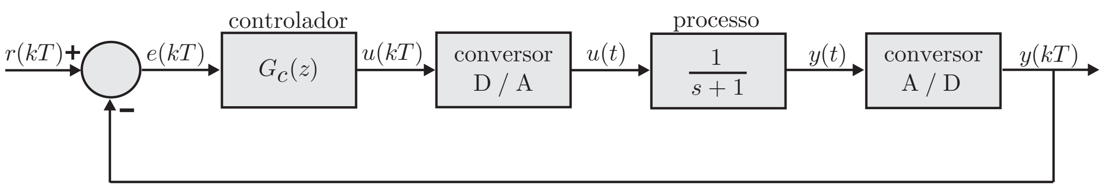

Figura 3.17: Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

Deseja-se projetar um controlador $G_c(z)$, de modo a satisfazer as seguintes especificações:
- erro estacionário nulo para entrada de referência do tipo degrau unitário;
- margem de fase $MF \cong 30^o$.

Exercício 3.11

Pojete um controlador "dead beat"para os sistemas das Figuras 3.14 e 3.15, de modo que o tempo de acomodação seja mínimo, o erro estacionário seja nulo e não haja oscilações da saída entre os instantes de amostragem. Suponha um período de amostragem $T = 1$s.