

6

TRANSFORMADORES

6.1. ASPECTOS CONSTRUTIVOS

Núcleo: Confeccionado com chapas de Aço-Silício laminado, empilhadas e prensadas, as quais apresentam permeabilidades magnéticas elevadas.

Enrolamentos: Confeccionados com material condutor de alta condutividade, normalmente cobre, envernizados e isolados do núcleo.

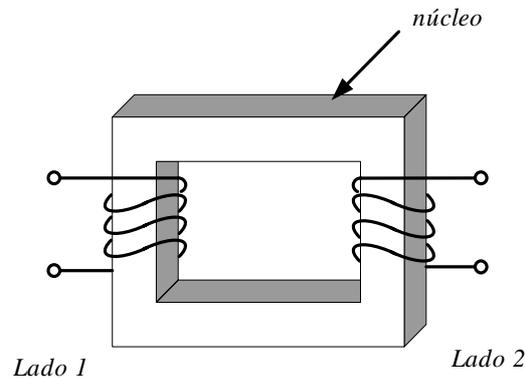


Figura 6 1. Transformador

Os enrolamentos do transformador são diferentes. O lado 1, normalmente denominado “primário”, apresenta N_1 espiras e o do lado 2, denominado “secundário”, possui N_2 espiras.

6.2. PRINCIPIO DE FUNCIONAMENTO

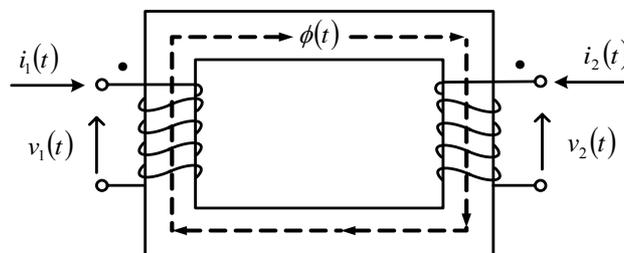


Figura 6 2. Convenções

Grandezas envolvidas:

$v_1(t)$: Tensão no primário, normalmente imposta pela fonte;

$v_2(t)$: Tensão no secundário;

$i_1(t)$: Corrente no primário;

$i_2(t)$: Corrente no secundário;

ϕ : Fluxo magnético mútuo aos dois enrolamentos.

Conceito de Polaridade: “Dois terminais de bobinas distintas, magneticamente acopladas, apresentam mesma polaridade quando correntes elétricas, entrando simultaneamente por esses terminais, produzirem fluxos magnéticos concordantes”.

Observação: Os terminais de mesma polaridade são denotados por um mesmo símbolo (ex.: ponto).

6.2.1. CIRCUITO MAGNÉTICO DO TRANSFORMADOR

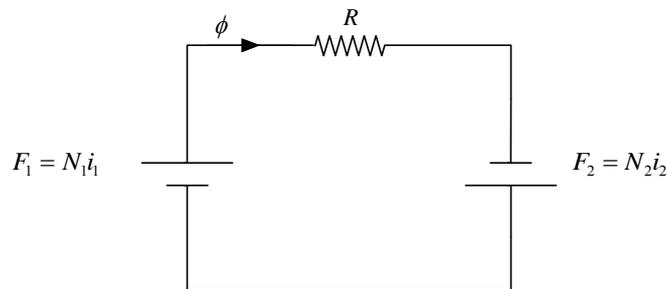


Figura 6.3. Circuito Elétrico Análogo

Da análise do circuito elétrico análogo determina-se:

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = R \phi \quad (6.1)$$

Grandezas envolvidas

$F_1 = N_1 i_1$: Força magnetomotriz (f.m.m.) do Primário [Aesp];

$F_2 = N_2 i_2$: Força magnetomotriz (f.m.m.) do Secundário [Aesp];

ϕ : Fluxo magnético mútuo aos dois enrolamentos [Wb];

$R = \frac{1}{\mu S} L$: Relutância do Circuito Magnético [Aesp/Wb].

6.2.2. O TRANSFORMADOR IDEAL

Características:

I – Núcleo com permeabilidade magnética infinita

Conseqüência: A relutância $R = \frac{l}{\mu S}$ é nula e portanto todo o fluxo magnético está confinado no núcleo.

II – Material condutor das bobinas de condutividade infinita.

Conseqüência: As resistências próprias das bobinas são nulas.

Como resultado destas considerações obtém-se:

De (6.1):

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$$

Logo:

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{a} \quad (6.2)$$

Da lei de Faraday resultam:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \text{ :f.e.m. induzida no primário;}$$

$$e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} \text{ :f.e.m. induzida no secundário.}$$

Então:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (6.3)$$

Da aplicação da segunda lei de Kirchoff obtém-se:

$$\text{No primário: } v_1 = r_1 i_1 + e_1$$

$$\text{No secundário: } v_2 = r_2 i_2 + e_2$$

Como $r_1 = r_2 = 0$ resulta:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{e_1}{e_2} = a \quad (6.4)$$

$$a = \frac{N_1}{N_2} : \text{Relação de Transformação}$$

6.2.3. POTÊNCIA ELÉTRICA INSTANTÂNEA

A potência elétrica instantânea no primário é dada por:

$$p_1 = v_1 \dot{i}_1$$

A potência elétrica instantânea no secundário é dada por:

$$p_2 = v_2 \dot{i}_2$$

Relação entre as potências elétricas instantâneas:

$$p_1 = v_1 \dot{i}_1 = (av_2) \left(-\frac{\dot{i}_2}{a}\right)$$

ou ainda,

$$p_1 = -v_2 \dot{i}_2$$

isto é:

$$p_1 = -p_2$$

CONCLUSÕES:

1. Para os terminais de mesma polaridade de um transformador ideal, os sentidos dos fluxos de correntes são opostos;
2. A quantidade de potência (ou energia) que entra por um dos lados é a mesma que sai pelo outro lado, isto é, o rendimento do transformador ideal é 100%.

6.3. TRANSFORMADOR EM CARGA

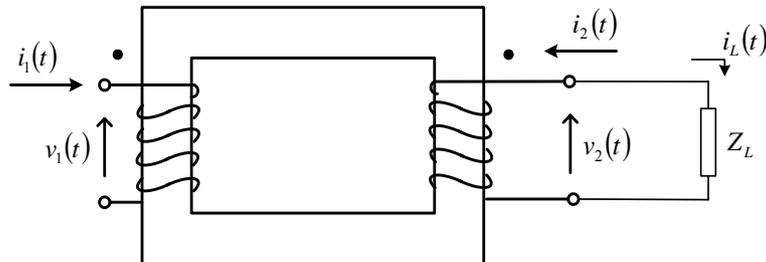


Figura 6.4: Transformador em carga

Grandezas envolvidas: $v_1(t)$

$v_1(t)$: Tensão no primário, normalmente imposta pela fonte;

$v_2(t)$: Tensão no secundário;

$i_1(t)$: Corrente no primário;

$i_2(t)$: Corrente no secundário;

$i_L(t) = -i_2(t)$: Corrente na carga;

Z_L : Impedância da carga [Ω].

Relações importantes:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{e_1}{e_2} = a \\ \frac{i_1}{i_L} &= \frac{1}{a} \\ v_2 &= Z_L i_L \end{aligned} \quad (6.5)$$

A partir de (6.5) e das demais relações pode-se escrever:

$$\frac{v_1}{a} = Z_L (a i_1)$$

ou ainda,

$$v_1 = a^2 Z_L i_1$$

Fazendo $Z'_L = a^2 Z_L$ resulta:

$$v_1 = Z'_L i_1 \text{ ou } \frac{v_1}{i_1} = Z'_L \quad (6)$$

CONCLUSÃO: Uma impedância Z_L conectada no secundário é “vista” pelo primário com um valor igual a $Z'_L = a^2 Z_L$.

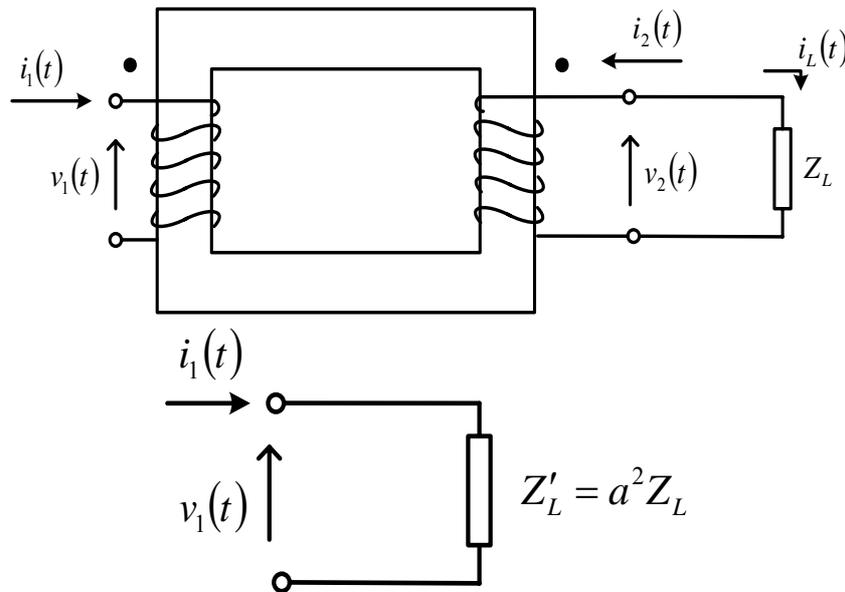


Figura 5: Reflexão de impedâncias

O conjunto transformador ideal alimentando uma carga de impedância Z_L é equivalente a uma carga $Z'_L = a^2 Z_L$ alimentada diretamente pela fonte

Exercício 1

Um transformador ideal com $N_1=500$ espiras e $N_2=250$ espiras alimenta uma carga resistiva de resistência 10Ω . O primário é alimentado por uma fonte de tensão senoidal dada por: $v_1(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \cos(377t) \text{ (V)}$. Determine:

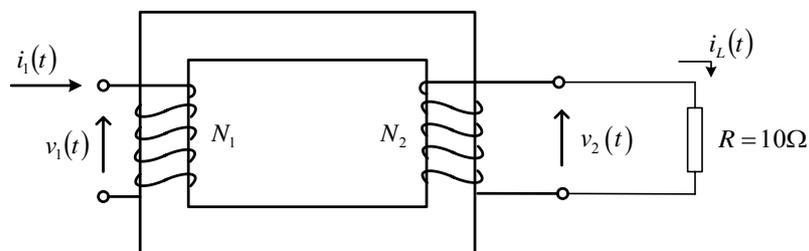


Figura 6: Exercício 1

- a) A tensão no secundário;
 b) A corrente na carga;
 c) A corrente no primário;
 d) A potência aparente fornecida ao primário;
 e) A potência aparente consumida pela carga.
 OBS.: Resolva o exercício utilizando notação complexa.

Solução:

- a) Lembrando que $\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = a$ e sendo $\dot{V}_1 = 200e^{j0}$ (V) resulta:

$$\frac{200e^{j0}}{\dot{V}_2} = 2 \text{ ou } \dot{V}_2 = 100e^{j0} \text{ (V)}$$

- b) A corrente na carga é obtida a partir da aplicação da Lei de Ohm, isto é:

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_2}{R} \text{ ou } \dot{I}_L = \frac{100e^{j0}}{10} = 10e^{j0} \text{ (A)}$$

- c) A corrente no primário é obtida a partir da relação:

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_L} = \frac{1}{a} \text{ ou } \dot{I}_1 = \frac{10e^{j0}}{2} = 5e^{j0} \text{ (A)}$$

- d) A potência aparente fornecida ao primário é dada por:

$$\dot{S}_1 = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 200e^{j0} \cdot 5e^{j0} = 1000e^{j0} \text{ (V)}$$

- e) A potência aparente fornecida à carga é dada por:

$$\dot{S}_L = \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_L^* = 100e^{j0} \cdot 10e^{j0} = 1000e^{j0} \text{ (V)}$$

OBS.: A potência aparente fornecida ao primário e a consumida pela carga são iguais pelo fato do transformador ser ideal.

Exercício 2

Um transformador monofásico de distribuição ideal de 13.800/440 (V) alimenta uma carga indutiva cuja impedância é dada por: $\dot{Z}_L = 3 + j4(\Omega)$ conectada no lado da BT (baixa tensão). Determine:

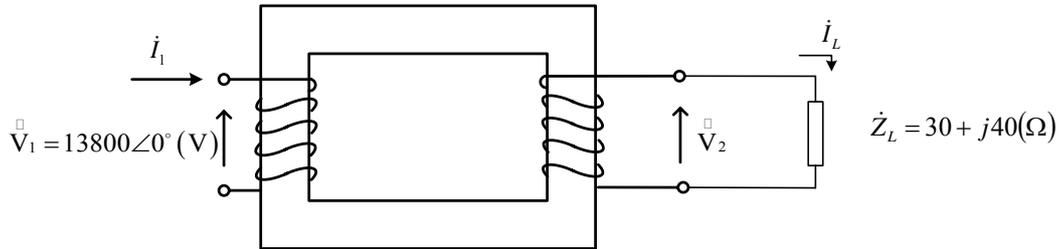


Figura 7: Exercício 2

- A corrente na carga quando o primário é alimentado por tensão nominal;
- A corrente no primário;
- A impedância “vista” pela rede;
- A potência aparente consumida pela carga.

Nota: Nos transformadores a relação de transformação é fornecida através da relação entre as “tensões nominais” do primário e secundário.

Solução:

- a) Adotando $\dot{V}_1 = 13.800e^{j0}$ (V) resulta $\dot{V}_2 = 440e^{j0}$ (V), logo:

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_2}{\dot{Z}_L} = 88e^{-j53,13} \text{ (A)}$$

- b) Corrente no primário:

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_L} = \frac{440}{13800} \text{ portanto } \dot{I}_1 = \frac{440}{13800} 88e^{-j53,13} = 2,8e^{-j53,13} \text{ (A)}$$

- a) Impedância “vista” pela rede:

$$Z'_L = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{13800e^{j0}}{2,8e^{-j53,13}} = 4,93e^{j53,13} \text{ (k}\Omega\text{)}$$

ou alternativamente,

$$Z'_L = \left(\frac{13800}{440} \right)^2 5e^{j53,13} = 4,93e^{j53,13} \text{ (k}\Omega\text{)}$$

- c) Potência ativa consumida pela carga:

$$P_L = V_2 I_L \cos \varphi = 440 \cdot 88 \cdot \cos(53,13) = 23,2 \text{ (kW)}$$

Exercício 3

Um amplificador de som apresenta “impedância de saída” igual a 8Ω . Este amplificador alimentará uma caixa de som de impedância de entrada 10Ω . Para transferir a máxima potência do amplificador para a caixa acústica, utiliza-se um transformador acoplador para o casamento de impedâncias. Qual deve ser a relação de transformação do transformador de acoplamento?

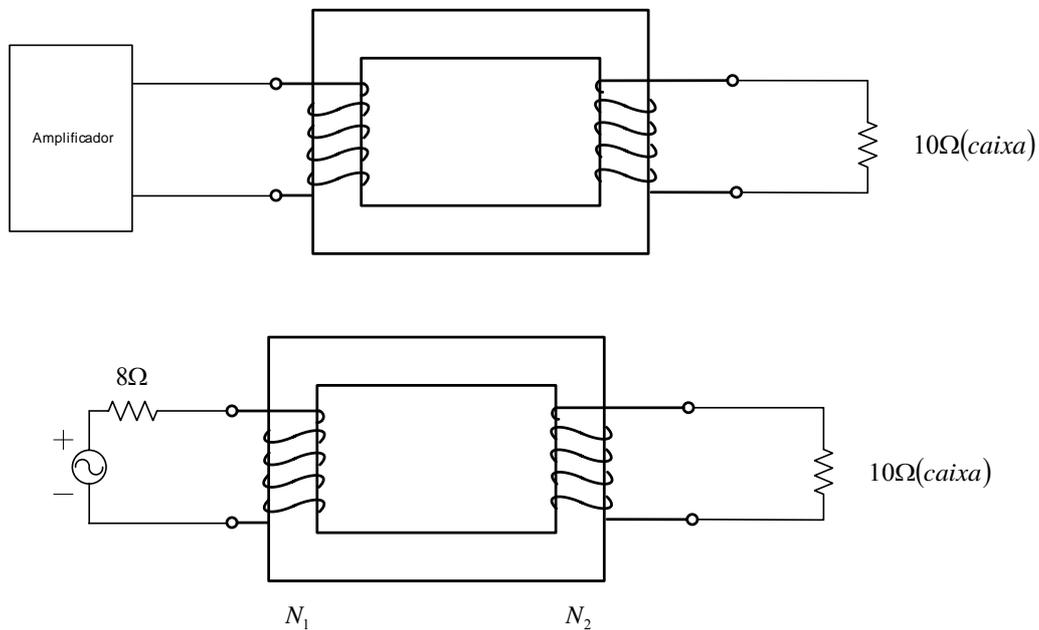


Figura 8: Exercício 3

Solução:

A condição de máxima potência transferida ocorre quando a resistência “vista” pelo amplificador é igual a sua impedância de saída.

Com a inserção do transformador acoplador, a resistência “vista” pelo amplificador será tal que:

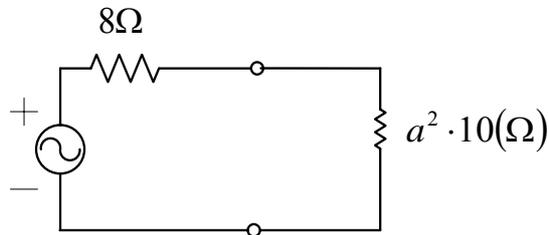


Figura 9: Impedância vista pelo amplificador

A condição procurada será tal que:

$$10a^2 = 8 \text{ ou ainda } a = 0,89$$

6.4. O TRANSFORMADOR REAL

6.4.1. VALORES NOMINAIS DOS TRANSFORMADORES REAIS

Tensões nominais do primário e do secundário: Tensões para as quais o transformador foi dimensionado para operação contínua durante toda a sua vida útil. Nas placas de identificação estas tensões são apresentadas na forma $V_{\text{NOM1}} / V_{\text{NOM2}}$ e são iguais a relação de transformação do transformador.

As tensões nominais são tais que se alimentando qualquer um dos lados pela sua tensão nominal, resulta também tensão nominal no outro lado com o transformador em aberto.

Potência Nominal: Potência aparente para a qual o transformador foi dimensionado para operação contínua em toda a sua vida útil. Na placa de identificação estas grandezas são fornecidas em VA ou múltiplas tais como kVA, igual a 10^3 VA e MVA, igual a 10^6 VA.

Correntes Nominais: São as correntes que circulam nos enrolamentos quando submetidos a tensões nominais e potência nominal, isto é:

$$I_{\text{NOM1}} = \frac{S_{\text{NOM}}}{V_{\text{NOM1}}} (\text{A}) \text{ e } I_{\text{NOM2}} = \frac{S_{\text{NOM}}}{V_{\text{NOM2}}} (\text{A})$$

com S_{NOM} =Potência Nominal

Vida útil: Tempo estimado de durabilidade dos materiais (principalmente isolantes) utilizados na confecção do transformador. Este tempo é da ordem de 30 anos quando o transformador opera nas suas condições nominais, podendo atingir idade bem superior a

esta. Qualquer operação fora destas condições implica redução da vida útil do equipamento.

É importante destacar que operando fora das suas condições nominais a vida útil do transformador é reduzida sensivelmente.

Exercício 4

Determine as correntes nominais de um transformador de potência monofásico de 20 MVA, 325/88kV-60 Hz.

Solução:

$$I_{\text{NOM1}} = \frac{20 \times 10^6}{325 \times 10^3} = 61,5(\text{A}) \quad I_{\text{NOM2}} = \frac{20 \times 10^6}{88 \times 10^3} = 227,3(\text{A})$$

Exercício 5

Dois transformadores de 13,8/0,44kV-60Hz, de potências nominais 100 kVA e 150 kVA são conectados em paralelo, constituindo o que se denomina um banco de transformadores em paralelo, como mostra a Figura 10. Determine:

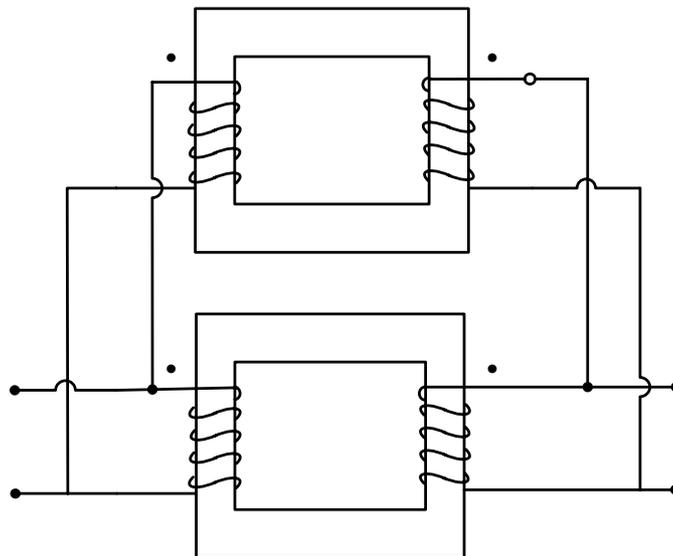


Figura 10: Transformadores em paralelo
Nota: Observe as conexões das polaridades das bobinas

- a) A potência nominal do banco de transformadores;
- b) As correntes nominais do banco de transformadores.

Solução:

- a) A potência nominal do banco de transformadores é obtida pela soma das potências nominais dos transformadores constituintes do banco, isto é:

$$S_B = S_{NOM1} + S_{NOM2} = 250(\text{kVA})$$

- b) Correntes Nominais

Da Alta Tensão: $I_{AT} = \frac{250 \times 10^3}{13,8 \times 10^3} = 18,1(\text{A})$

Da Baixa Tensão: $I_{BT} = \frac{250 \times 10^3}{0,44 \times 10^3} = 568,2(\text{A})$

Note que as tensões nominais do banco de transformadores são idênticas às tensões nominais dos transformadores, ao passo que suas correntes nominais são iguais à soma das correntes nominais dos transformadores constituintes do banco.

Exercício 6

Dois transformadores idênticos de 100VA-100/5(V)-60Hz apresentam seus enrolamentos primários conectados em série e seus enrolamentos secundários em paralelo, como mostra a Figura 11. Determine:

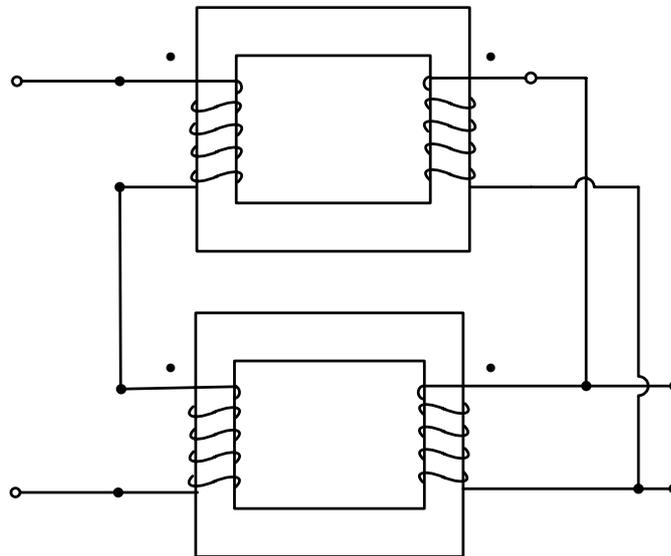


Figura 11: Exercício 6

- A relação de transformação do banco de transformadores;
- A potência nominal do banco de transformadores;
- As correntes nominais do banco. Compare com as correntes nominais de cada transformador.

Solução:

- Como os enrolamentos do primário estão em série, a tensão nominal do primário do banco resultará: $V_1 = 200(\text{V})$.
- A potência nominal do banco é a soma das potências individuais dos transformadores, isto é: $200(\text{VA})$.
- A corrente nominal do primário do banco será a corrente nominal do primário do transformador individual, na medida em que a associação do enrolamentos é uma associação série, assim teremos: $I_1 = 1(\text{A})$.

A corrente nominal do secundário do banco é soma das correntes nominais dos transformadores, na medida em que seus enrolamentos do secundário estão em

paralelo, resultando, portanto: $I_2 = 2 \times \frac{100}{5} = 40(\text{A})$.

6.4.2. PERDAS EM TRANSFORMADORES REAIS

O transformador ideal é isento de perdas como já observamos, ao passo que o transformador real não. As perdas presentes no transformador real são:

1.1 Perdas Joule: Os enrolamentos do primário e do secundário são confeccionados com material condutor de boa qualidade, normalmente cobre, com condutividade finita, o que lhes confere uma resistência própria não nula. O fluxo de corrente elétrica nestes condutores implica perdas de energia, denominada Perdas Joule, a qual é uma das responsáveis pelo aquecimento dos enrolamentos e do próprio transformador.

1.2 Perdas no Ferro: O fluxo magnético variável no tempo, presente no núcleo ferromagnético, da origem a dois tipos de perdas no núcleo, são elas:

Perdas por histerese: O estabelecimento de um campo magnético num material ferromagnético envolve sempre uma certa quantidade de energia elétrica, por exemplo, se o campo magnético é nulo e queremos levá-lo a um valor (**B**) qualquer diferente de zero, a fonte fornecerá uma quantidade de energia, necessária para tal. Suponhamos agora que, uma vez estabelecido este campo, vamos reduzi-lo a zero novamente. Ato contínuo, o núcleo devolverá energia para a fonte. Ocorre que a quantidade de energia devolvida na redução do campo de seu valor (**B**) a zero é menor que a quantidade de energia fornecida pela fonte quando campo foi aumentado de zero para (**B**).

Esta diferença de energia é transformada em calor no núcleo ferromagnético. As perdas de energia associada a este fenômeno, denominada perdas por histerese, dependem do valor máximo do campo magnético, do material do núcleo, do tratamento térmico e mecânico dado à chapa, e da frequência de operação do transformador.

$$P_h = K_1 \text{Vol} f B_{\text{MAX}}^n \quad (7)$$

Na qual:

K₁ : Coeficiente de histerese, o qual depende do material, do tratamento térmico e mecânico dado à chapa;

Vol: Volume ativo do núcleo (m³);

f : Frequência de operação do transformador (Hz);

B_{MAX} : Amplitude do campo magnético senoidal (Wb/m^2);

n : Coeficiente que depende de B_{MAX} , atingindo valores de 1,6 a 1,7 para B_{MAX} de 1,2 a 1,4 Wb/m^2 .

Perdas Foucault: Este tipo de perdas no núcleo ferromagnético é oriundo do fato de que este material é também um bom condutor. Assim sendo, um campo magnético variável no tempo, presente neste meio condutor, induz correntes elétricas em forma de anéis, como mostra a Figura 12. Tais correntes elétricas dão origem a Perdas Joule no núcleo.

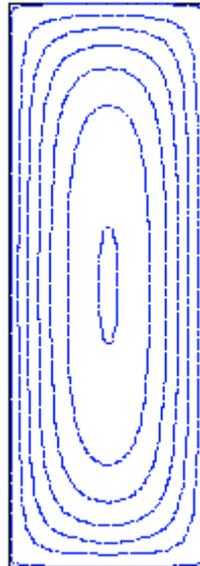


Figura 12 – Correntes Induzidas – Perdas Foucault

Pode-se demonstrar do eletromagnetismo que as perdas Foucault são dadas por:

$$P_F = K_2 \text{Vol}(ef B_{MAX})^2 \quad (6.8)$$

na qual:

K_2 : Coeficiente que depende da condutividade do material;

Vol: Volume ativo do núcleo (m^3);

e : Espessura da chapa (m);

f : Frequência de operação do transformador;

B_{MAX} : Amplitude do campo magnético senoidal (Wb/m²).

1.3 Perdas Adicionais: Perdas devido à circulação de correntes elétricas induzidas no tanque do transformador; perdas dielétricas no óleo refrigerante; etc. Essas perdas são de difícil determinação.

6.5. O CIRCUITO EQUIVALENTE DO TRANSFORMADOR REAL

O circuito equivalente do transformador real é constituído de elementos de circuito (resistências e indutâncias) tal que cada um deles é responsável pela representação de um desvio em relação ao transformador ideal. Assim sendo, temos:

6.5.1. REPRESENTAÇÃO DAS PERDAS JOULE NOS ENROLAMENTOS

A representação das Perdas Joule nos enrolamentos é realizada através da inserção das resistências r_1 e r_2 , como mostra a Figura 13, as quais são iguais, respectivamente, as resistências próprias dos enrolamentos do primário e do secundário.

Representando o efeito das resistências dos enrolamentos por dois resistores externos ao transformador, os enrolamentos do transformador da Figura 13 são ideais, isto é, suas resistências são nulas.

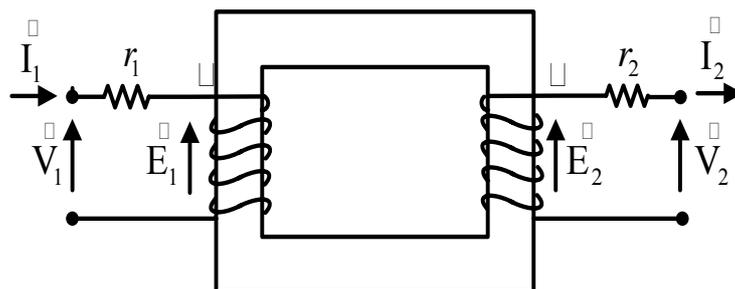


Figura 13 – Representação das Perdas Joule

OBS.: O transformador indicado possui enrolamentos com resistências próprias nulas

6.5.2. REPRESENTAÇÃO DO EFEITO DA DISPERSÃO

Os efeitos dos fluxos de dispersão no primário e no secundário do transformador são simulados por reatâncias indutivas, denominadas reatâncias de dispersão, tais que as quedas de tensão nessas reatâncias são numericamente iguais às parcelas das f.e.m.'s induzidas pelos respectivos fluxos de dispersão.

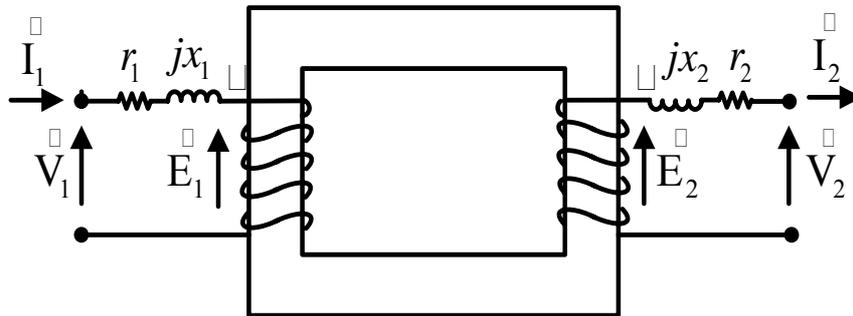


Figura 14 – Representação da dispersão

OBS.: O transformador indicado possui enrolamentos com resistências próprias nulas e isento de dispersão.

6.5.3. REPRESENTAÇÃO DAS PERDAS NO FERRO

A f.e.m. induzida em um enrolamento sujeito a um fluxo magnético variável senoidalmente no tempo é obtido, aplicando a Lei de Faraday, como segue:

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (6.9)$$

Supondo , resulta:

$$e = \omega N \phi_M \text{sen} \omega t$$

ou ainda,

$$e = E_M \text{sen} \omega t$$

na qual,

$$E_M = \omega N \phi_M = 2\pi f N \phi_M$$

é a amplitude da f.e.m. induzida.

Podemos ainda calcular o valor eficaz desta f.e.m. através da relação:

$$E = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = 4,44fN\phi_M \quad (6.10)$$

Como as perdas no ferro, sob condições próximas as nominais, podem ser consideradas proporcionais ao quadrado do valor máximo do campo magnético, isto é:

$$P_{FE} = P_H + P_F \approx K_f B_M^2$$

De (6.10), lembrando que , podemos escrever:

$$E = K_E B_M$$

De modo que:

$$P_{FE} = \frac{K_f}{K_E^2} E^2$$

Por esta razão, essas perdas podem ser representadas por uma resistência, denominada resistência de perdas no ferro, em paralelo com a f.e.m. induzida pelo fluxo mútuo, tal que:

$$\frac{E^2}{R_F} = \frac{K_f}{K_E^2} E^2$$

ou ainda,

$$R_F = \frac{K_E^2}{K_f} E^2 \quad (11)$$

A Figura 15 mostra o circuito elétrico equivalente parcial do transformador no qual está representada as perdas no ferro.

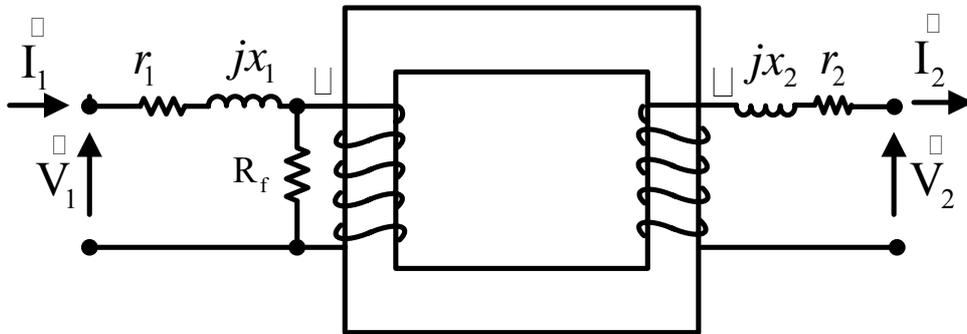


Figura 15 – Representação das perdas no ferro.

OBS.: O transformador indicado possui enrolamentos com resistências próprias nulas, isento de dispersão e sem perdas no ferro.

Resta-nos agora representar o efeito da permeabilidade finita do núcleo ferromagnético. No transformador ideal, como vimos, a relação entre as correntes do primário e do secundário é dada por:

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0$$

No transformador real, como a relutância do núcleo é não nula, resulta:

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = R \phi$$

Decompondo i_1 em duas parcelas tais que:

$$i_1 = i_0 + i_2'$$

de modo que:

$$N_1 i_1 + N_2 i_2' = 0$$

resulta:

$$N_1 i_0 = R \phi$$

Inserindo uma reatância indutiva em paralelo com a f.e.m. induzida do primário, pela qual flui a corrente i_0 , resulta o circuito da Figura 16. Esta reatância é denominada reatância de magnetização do transformador.

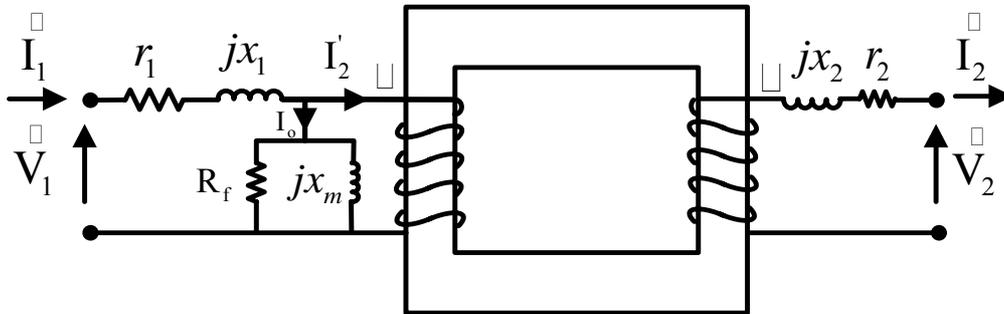


Figura 16 Representação da permeabilidade finita

Isto posto, o transformador indicado no circuito da Figura 16, possui enrolamentos com resistências próprias nulas, isento de dispersão, sem perdas no ferro e com permeabilidade infinita, que são as características de um transformador ideal.

“Refletindo” o circuito do secundário para o primário, resulta o circuito equivalente do transformador real mostrado na Figura 17.

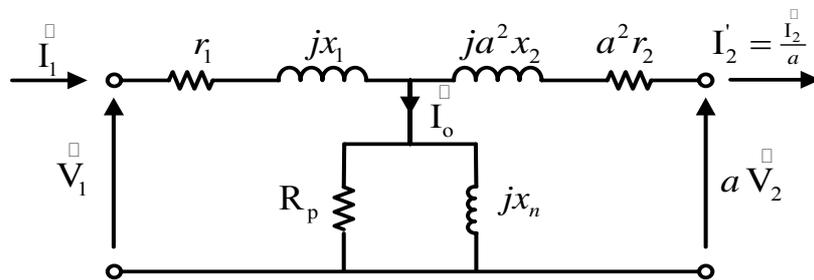


Figura 17 – Circuito equivalente do transformador real

6.5.4. SIMPLIFICAÇÕES DO CIRCUITO EQUIVALENTE

O circuito elétrico equivalente apresentado na Figura 17 é um circuito equivalente completo, no qual todos os fenômenos relevantes, presentes no transformador estão representados.

Ocorre, no entanto, que em determinados estudos nos quais a precisão dos resultados não é tão rigorosa, algumas simplificações podem ser feitas face as seguintes evidências:

- As resistências próprias dos enrolamentos são reduzidas, na medida em que o cobre é um bom condutor;

- b) A impedância resultante do paralelo entre a resistência de perdas no ferro e a reatância de magnetização é muito maior que as demais impedâncias do circuito equivalente do transformador.

Podemos então conceber os seguintes circuitos equivalentes simplificados:

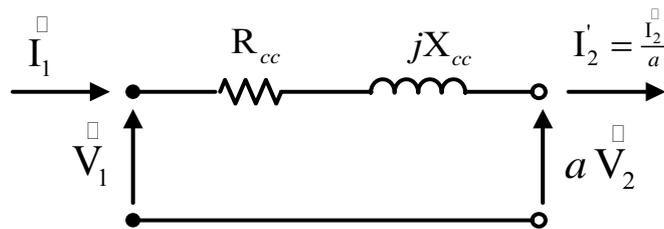


Figura 18 – Circuito elétrico equivalente simplificado

OBS.: Neste circuito considera-se a impedância de magnetização infinitamente maior que as demais impedâncias do transformador

Na qual:

$$R_{CC} = r_1 + a^2 r_2$$

$$X_{CC} = x_1 + a^2 x_2$$

Desprezando as resistências dos enrolamentos, chega-se ao mais simples dos circuitos equivalentes:

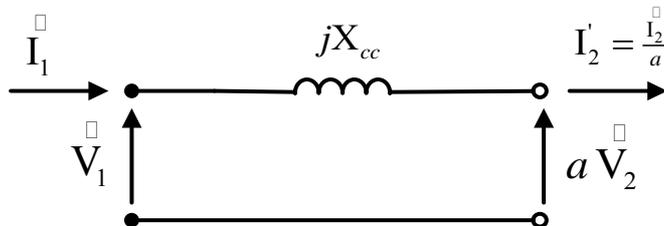


Figura 19 – Circuito Equivalente simplificado

Exercício 7

Um transformador de 150 kVA – 6.600/380 (V) – 60 Hz apresenta as seguintes reatâncias de dispersão: $x_1 = 12\Omega$ e $x_2 = 0,04\Omega$. Para este problema, as resistências e a impedância de magnetização podem ser desprezadas.

Determinar:

- a) O circuito equivalente do transformador.

Relação de transformação: $a = \frac{6.600}{380} = 17,37$

$$X_{CC} = x_1 + a^2 x_2 = 12 + (17,37)^2 (0,04) = 24\Omega$$

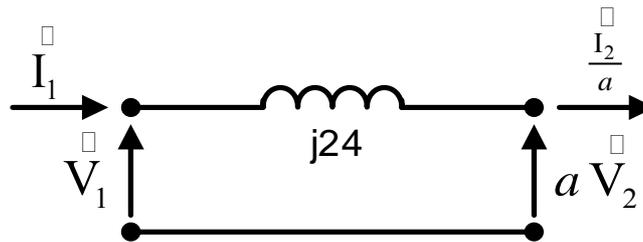


Figura 20 – Circuito equivalente do transformador

b) Suponha que uma carga de impedância $\dot{Z}_L = 0,8 + j0,6(\Omega)$ é ligada no secundário do transformador, e uma fonte de 6600(V) – 60Hz é ligada ao primário. Vamos calcular a corrente absorvida pelo primário.

Impedância da carga refletida para o primário:

$$\dot{Z}'_L = a^2 \dot{Z}_L = (17,37)^2 (0,8 + j0,6) = 240 + j180(\Omega)$$

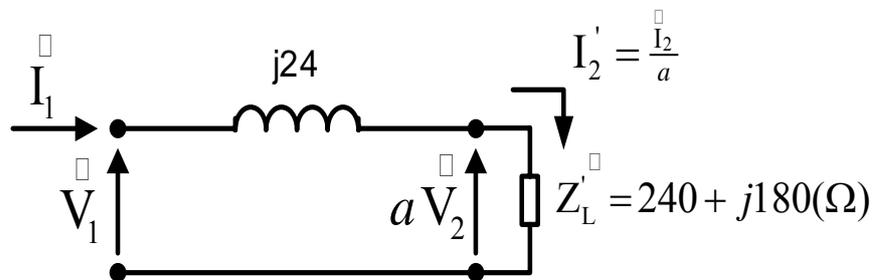


Figura 21 – Circuito equivalente com a carga

Resulta, portanto:

$$\dot{I}_1 = \frac{6600e^{j0}}{240 + j180 + j24} = \frac{6600e^{j0}}{315e^{j40,36}} = 21e^{-j40,36}(\text{A})$$

c) Vamos agora calcular a corrente e a tensão na carga:

$$\dot{I}_L = a\dot{I}_1 = (17,37)(21e^{-j40,36}) = 365e^{-j40,36}(\text{A})$$

$$\dot{V}_2 = \dot{Z}_L \cdot \dot{I}_L = (0,8 + j0,6) \cdot (365e^{-j40,36}) = 365e^{-j3,5} \text{ (V)}$$

Exercício 8

Um transformador de 250 kVA – 13,8/0,44 kV – 60 Hz, apresenta os seguintes parâmetros: $r_1 = 3\Omega$, $x_1 = 30\Omega$, $r_2 = 3m\Omega$, $x_2 = 0,031\Omega$, $R_F = 90k\Omega$ e $X_m = 20k\Omega$.

- Desenhe o circuito equivalente deste transformador refletido ao primário;
- Calcular a tensão da fonte conectada ao primário, sabendo-se que no secundário está conectada uma carga que absorve a potência nominal sob tensão nominal com fator de potência 0,8 indutivo;
- Calcular o rendimento do transformador.

Solução:

- a) Sendo $a = \frac{13,8}{0,44} = 31,36$ resulta:

$$x_2' = a^2 x_2 = 30,5\Omega$$

$$r_2' = a^2 r_2 = 3,0\Omega$$

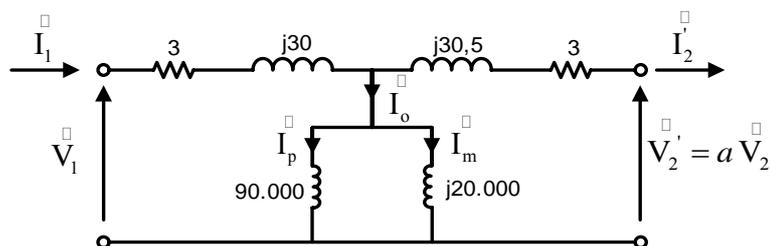


Figura 22 – Exercício 8

- b) Como a carga absorve a potência nominal do transformador sob tensão nominal, a corrente na carga é dada por:

$$I_L = \frac{S_{\text{NOM}}}{V_2} = \frac{250.000}{440} = 568,2(\text{A})$$

logo obtemos:

$$I'_2 = \frac{I_L}{a} = 18,11(\text{A})$$

Como o fator de potência de carga é 0,8 indutivo, a corrente da carga está atrasada em relação a tensão do ângulo $\varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$.

Adotando-se $\dot{V}'_2 = a\dot{V}_2 = 13.800e^{j0}(\text{V})$, resulta então:

$$\dot{I}'_2 = \frac{\dot{I}_L}{a} = 18,11e^{-j36,87}(\text{A})$$

Isto posto, calculamos \dot{E}_1 como segue:

$$\dot{E}_1 = \dot{V}'_2 + (3 + j30,5) \cdot 18,11e^{-j36,87} = 14.175e^{j1,65}(\text{V})$$

Temos então:

$$\dot{I}_P = \frac{\dot{E}_1}{R_{\text{FE}}} = \frac{14.175e^{j1,65}}{90.000} = 0,16e^{j1,65}(\text{A})$$

$$\dot{I}_M = \frac{\dot{E}_1}{jX_M} = \frac{14.175e^{j1,65}}{j20.000} = 0,7e^{j88,35}(\text{A})$$

Resulta então:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_2 + \dot{I}_P + \dot{I}_M = 18,11e^{-j36,87} + 0,16e^{j1,65} + 0,7e^{j88,35} = 18,7e^{-j38,3}(\text{A})$$

De modo que:

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_1 + (3 + j30) \cdot 18,7e^{-j38,3} = 14.586e^{j3,2}(\text{V})$$

c) Cálculo de rendimento:

$$\text{Perdas Joule no secundário: } P_{J2} = r'_2 I_2'^2 = 3 \cdot 18,11^2 = 984(\text{W})$$

$$\text{Perdas Joule no primário: } P_{J1} = r_1 I_1^2 = 3.18,67^2 = 1.045(\text{W})$$

$$\text{Perdas no Ferro: } P_{FE} = \frac{E_1^2}{R_{FE}} = \frac{14175^2}{90.000} = 2.232(\text{W})$$

$$\text{Perdas Totais: } P_{TOT} = P_{J1} + P_{J2} + P_{FE} = 4.261(\text{W})$$

$$\text{Rendimento: } \eta = \frac{P_{CARGA}}{P_{CARGA} + P_{TOT}} = \frac{250.000 \times 0,8}{250.000 \times 0,8 + 4261} = 0,979$$

6.5.5. VALORES POR UNIDADE

Os principais parâmetros e grandezas de um transformador são freqüentemente representados como uma fração dos seus valores nominais.

Assim, se um transformador de 100 kVA alimenta uma carga que absorve apenas 20 kVA, diz-se que a carga está absorvendo 20% da potência nominal ou 0,2 p.u. (por unidade).

Para esta representação, definem-se algumas grandezas, denominadas grandezas de base, a partir das quais todas as outras são medidas.

As grandezas de base para o primário do transformador são:

Potência de base= Potência Nominal, isto é: $S_B = S_{NOM}$.

Tensão de base= Tensão Nominal do Primário, isto é: $V_{B1} = V_{NOM1}$.

Para o secundário:

Potência de base = Potência Nominal, isto é: $S_B = S_{NOM}$.

Tensão de Base = Tensão Nominal do Secundário: $V_{B2} = V_{NOM2}$.

A partir destas grandezas, podemos deduzir as demais grandezas de base que são a corrente e a impedância de base, como seguem:

Para o Primário:

Corrente de base:

$$I_{B1} = \frac{S_{NOM}}{V_{NOM1}}$$

Impedância de base:

$$Z_{B1} = \frac{V_{NOM1}}{I_{NOM1}} = \frac{V_{NOM1}^2}{S_{NOM}}$$

Para o secundário:

Corrente de base:

$$I_{B2} = \frac{S_{NOM}}{V_{NOM2}}$$

Impedância de base:

$$Z_{B2} = \frac{V_{NOM2}}{I_{NOM2}} = \frac{V_{NOM2}^2}{S_{NOM}}$$

Note que é válida a relação: $Z_{B1} = a^2 Z_{B2}$

Exercício 9

Um transformador ideal de 100 kVA – 220/6600 (V) – 60 Hz, alimenta no secundário uma carga indutiva que consome sua potência nominal com fator de potência 0,7 indutivo. Determine:

- A potência aparente consumida pela carga em p.u.;
- A potência ativa consumida pela carga em p.u.;
- A impedância da carga em p.u.;
- A impedância da carga refletida no primário em p.u.

Solução:

- Sendo $S_B = 100\text{kVA}$ resulta que a potência aparente consumida pela carga em p.u. é igual a:

$$s = \frac{S_{CARGA}}{S_B} = \frac{100}{100} = 1\text{p.u.}$$

- A potência ativa consumida pela carga em p.u. é dada por:

$$p = \frac{P_{\text{CARGA}}}{S_B} = \frac{100 \times 0,7}{100} = 0,7 \text{ p.u.}$$

c) A impedância da carga é tal que:

$$Z_L = \frac{V_{\text{NOM2}}^2}{S_{\text{NOM}}} = \frac{6600^2}{100 \times 10^3} = 435,6 \Omega$$

$$\varphi = \arccos 0,7 = 45,6^\circ \quad \text{então: } \dot{Z}_L = 435,6 e^{j45,6} \Omega.$$

$$\text{Sendo } Z_{B2} = \frac{V_{\text{NOM2}}^2}{S_B} = \frac{6600^2}{100 \times 10^3} = 435,6 \Omega \text{ resulta:}$$

$$\dot{Z}_L = 1 e^{j45,6} \text{ p.u.}$$

d) A impedância da carga refletida no primário é dada por:

$$\dot{Z}'_L = a^2 \dot{Z}_L = \left(\frac{220}{6600} \right)^2 435,6 e^{j45,6} = 0,484 e^{j45,6} \Omega$$

$$\text{Sendo: } Z_{B1} = \frac{V_{\text{NOM1}}^2}{S_B} = \frac{220^2}{100 \times 10^3} = 0,484 \Omega, \text{ resulta:}$$

$$\dot{Z}'_L = 1 e^{j45,6} \text{ p.u.}$$

“Note que em valores por unidade, a impedância da carga e a impedância da carga refletida para o primário são iguais, indicando que em p.u., o transformador tem relação 1:1.”

Exercício 10

Um transformador de 250 kVA – 13,8/0,44 kV – 60 Hz, apresenta os seguintes parâmetros: $r_1 = 3\Omega$, $x_1 = 30\Omega$, $r_2 = 3m\Omega$, $x_2 = 0,031\Omega$, $R_F = 90k\Omega$ e $X_m = 20k\Omega$.

- Desenhe o circuito equivalente deste transformador refletido ao primário com as grandezas representadas pelo seus valores em p.u.;
- Calcular a tensão da fonte (em p.u.) conectada ao primário, sabendo-se que no secundário está conectada uma carga que absorve a potência nominal sob tensão nominal com fator de potência 0,8 indutivo;

Solução:

- Valores de Base do Primário:

$$S_B = S_{NOM} = 250kVA$$

$$I_{B1} = \frac{S_{NOM}}{V_{NOM1}} = \frac{250.000}{13.800} = 18,1(A)$$

$$Z_{B1} = \frac{V_{NOM1}}{I_{NOM1}} = \frac{V_{NOM1}^2}{S_{NOM}} = \frac{13.800^2}{250.000} = 762\Omega$$

Valores de Base do Secundário:

$$S_B = S_{NOM} = 250kVA$$

$$I_{B2} = \frac{S_{NOM}}{V_{NOM2}} = \frac{250.000}{440} = 568,2(A)$$

$$Z_{B2} = \frac{V_{NOM2}}{I_{NOM2}} = \frac{V_{NOM2}^2}{S_{NOM}} = \frac{440^2}{250.000} = 0,774\Omega$$

Resulta, portanto:

$$r_1 = \frac{3}{762} = 0,004 \text{ pu} \quad r_2 = \frac{0,003}{0,774} = 0,0038 \text{ pu}$$

$$x_1 = \frac{30}{762} = 0,04 \text{ pu} \quad x_2 = \frac{0,031}{0,774} = 0,04 \text{ pu}$$

$$r_F = \frac{90.000}{762} = 118 \text{ pu} \quad x_M = \frac{20.000}{762} = 26,2 \text{ pu}$$

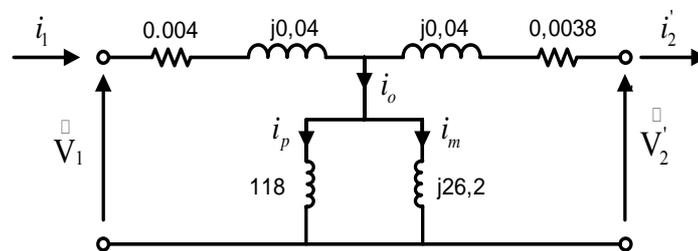


Figura 23 – Exercício 10

- b) Como a carga absorve a potência nominal do transformador sob tensão nominal, a corrente na carga é dada por:

$$i = 1 \text{ pu}$$

Como o fator de potência da carga é 0,8 indutivo, a corrente da carga está atrasada em relação a tensão do ângulo:

$$\varphi = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$$

Adotando-se $\dot{v}'_2 = 1e^{j0}$ (p.u.), resulta então:

$$\dot{i}'_2 = 1e^{-j36,87} \text{ (p.u.)}$$

Isto posto, calculamos \dot{e}_1 como segue:

$$\dot{e}_1 = 1e^{j0} + (0,0038 + j0,004) \cdot 1e^{-j36,87} = 1,006e^{j1,65} \text{ (p.u.)}$$

Temos então:

$$i_p = \frac{\dot{e}_1}{r_F} = \frac{1,006e^{j1,65}}{118} = 0,0085e^{j1,65} \text{ (p.u.)}$$

$$i_M = \frac{\dot{e}_1}{jX_M} = \frac{1,006e^{j1,65}}{j26,2} = 0,0384e^{j88,35} \text{ (p.u.)}$$

Resulta então:

$$i_1 = i_2' + i_P + i_M = 1,0326e^{-j38,3} \text{ (p.u.)}$$

De modo que:

$$\dot{v}_1 = \dot{e}_1 + (r_1 + jx_1).i_1 = 1,057e^{j3,2} \text{ (p.u.)}$$

6.6. ASSOCIAÇÃO DE TRANSFORMADORES

6.6.1. ASSOCIAÇÃO DE TRANSFORMADORES EM PARALELO

Muitas vezes, devido a um acréscimo da energia consumida pela planta industrial, há a necessidade da instalação de transformadores adicionais para suprir este acréscimo de consumo, de modo que as novas unidades são instaladas em paralelo com a unidade já existente, constituindo o que chamamos de um “*banco de transformadores*” em paralelo.

Convém, para garantir uma distribuição uniforme da carga entre os transformadores, que as novas unidades sejam, os mais próximos possíveis, semelhantes às antigas. Isto é parcialmente garantido se as impedâncias de curto-circuito (R_{CC}, X_{CC}), em p.u., forem iguais.

Cuidados adicionais devem ser tomados nas conexões, para evitar circulação de correntes entre os enrolamentos. Assim, ao se associar em paralelo dois enrolamentos, devem-se conectar os pontos de polaridades semelhantes, como indicado na Figura 24.

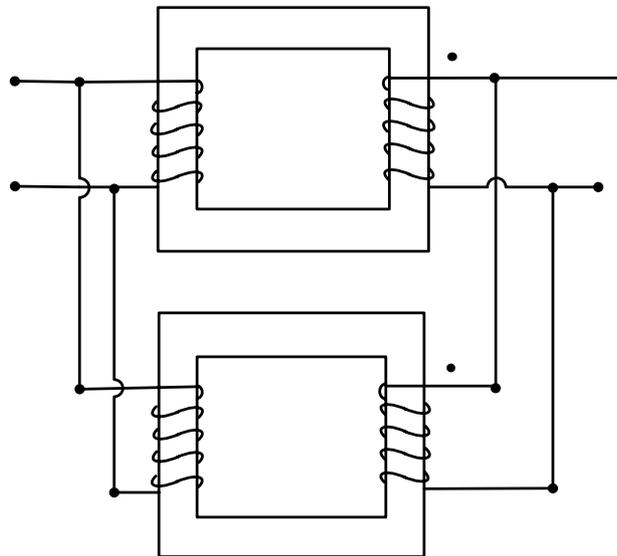


Figura 24 – Associação de transformadores em paralelo

6.6.2. BANCO TRIFÁSICO DE TRANSFORMADORES

É possível utilizarmos transformadores monofásicos para transformação de tensões em sistemas trifásicos, associando-se convenientemente seus enrolamentos.

Este procedimento, a despeito do caráter econômico envolvido, na medida em que três transformadores monofásicos é mais caro que um único transformador trifásico, apresenta flexibilidade de operação vantajosa em alguns casos. Senão vejamos, se ocorrer uma contingência que implica inutilização de um transformador, sua substituição é rápida e menos onerosa que a substituição de um transformador trifásico e, dependendo ainda do tipo de conexão utilizado, o suprimento de energia pode ser parcialmente garantido com apenas dois transformadores, o que não ocorre quando um defeito acomete um transformador trifásico.

6.6.2.1. Conexão Estrela-Estrela

A Figura 25 mostra um banco trifásico constituído por três transformadores monofásicos, cujos enrolamentos primário e secundário são conectados em estrela.

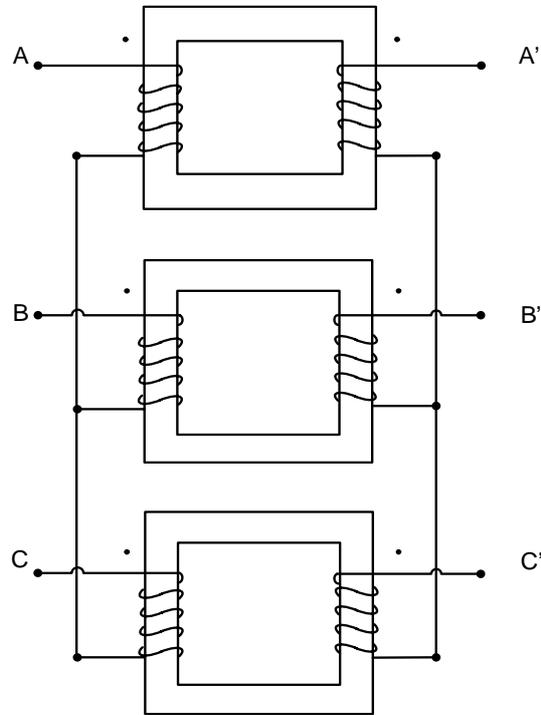


Figura 25 – Banco trifásico estrela – estrela

O único cuidado nesta conexão é observar que os terminais da estrela são os terminais de mesma polaridade das unidades monofásicas.

Sejam:

S_{NOM} : Potência nominal;

V_{NOM1} : Tensão nominal do primário;

V_{NOM2} : Tensão nominal do secundário
os valores do transformador monofásico.

De modo que, os valores nominais do banco trifásico de transformadores resultam:

Potência nominal do banco: $S_{\text{BANCO}} = 3 \times S_{\text{NOM}}$

Tensão nominal de linha do primário: $V_{\text{B1}} = \sqrt{3} \times V_{\text{NOM1}}$

Tensão nominal de linha do secundário: $V_{\text{B2}} = \sqrt{3} \times V_{\text{NOM2}}$

6.6.2.2. Conexão Triângulo - Triângulo

A Figura 26 mostra um banco trifásico constituído por três transformadores monofásicos, cujos enrolamentos primário e secundário são conectados em triângulo.

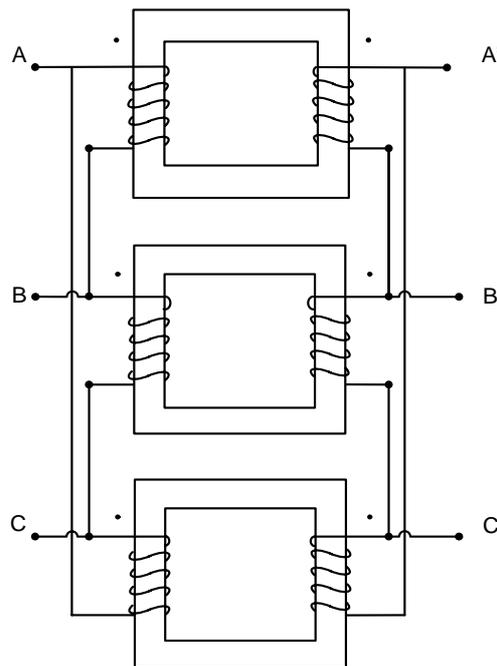


Figura 26 – Conexão triângulo - triângulo

Os valores nominais deste banco trifásico de transformadores resultam:

$$\text{Potência nominal do banco: } S_{\text{BANCO}} = 3 \times S_{\text{NOM}}$$

$$\text{Tensão nominal de linha do primário: } V_{B1} = V_{\text{NOM1}}$$

$$\text{Tensão nominal de linha do secundário: } V_{B2} = V_{\text{NOM2}}$$

6.6.2.3. Conexão Estrela - Triângulo

A Figura 27 mostra um banco trifásico constituído por três transformadores monofásicos, cujos enrolamentos do primário estão conectados em estrela e os enrolamentos do secundário conectados em triângulo.

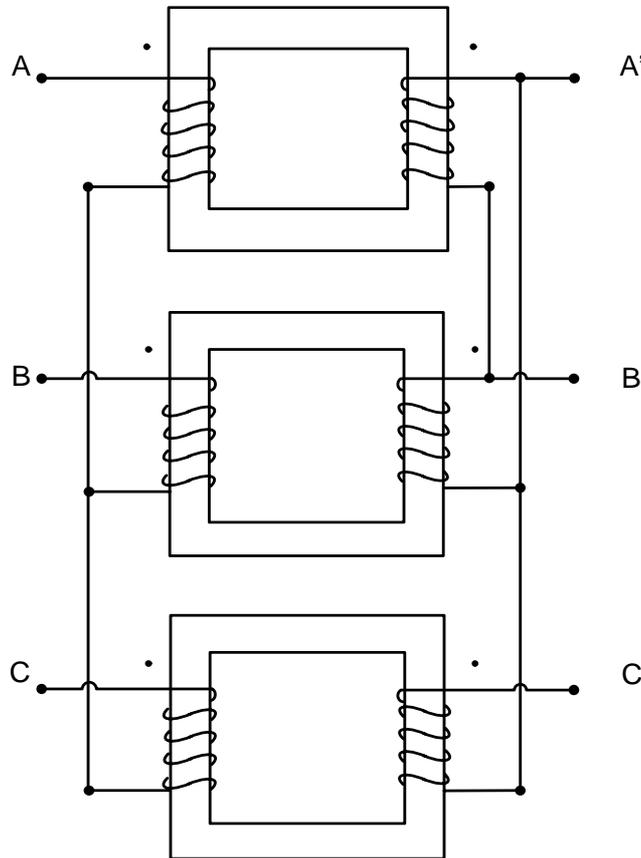


Figura 27 – Conexão estrela - triângulo

As grandezas nominais deste banco trifásico de transformadores resultam:

$$\text{Potência nominal do banco: } S_{\text{BANCO}} = 3 \times S_{\text{NOM}}$$

$$\text{Tensão nominal de linha do primário: } V_{B1} = \sqrt{3} V_{\text{NOM1}}$$

$$\text{Tensão nominal de linha do secundário: } V_{B2} = V_{\text{NOM2}}$$

Exercício 11

Três transformadores idênticos de 150 kVA – 6.600/380 (V) – 60 Hz apresenta reatância de curto circuito de 24Ω . Para este problema, as resistências e a impedância de magnetização podem ser desprezadas.

Estes transformadores são utilizados para a montagem de um banco trifásico na ligação estrela – triângulo, como mostra a Figura 28.

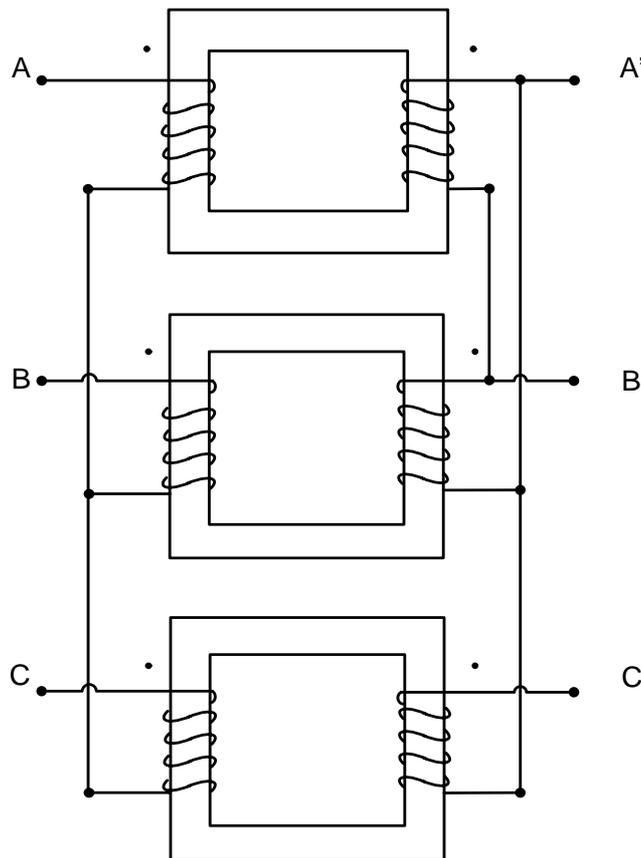


Figura 28 Conexão estrela – triângulo

Determine:

- A potência nominal do banco; a tensão de linha nominal do primário e a tensão de linha nominal do secundário;
- A tensão de linha que deve ser aplicada ao primário do banco de modo a se obter tensão nominal no secundário alimentando carga nominal do banco com fator de potência 0,8 indutivo.

Solução:

- Potência nominal do banco: $S_{\text{BANCO}} = 3 \times 150 = 450 \text{ kVA}$;

Tensão nominal de linha do primário: $V_{B1} = \sqrt{3}V_{NOM1} = 11.430V$;

Tensão Nominal de linha do secundário: $V_{B2} = V_{NOM2} = 380V$.

- b) Na resolução de um problema envolvendo um banco trifásico de transformadores, convém analisar o que ocorre com apenas um deles, na medida em que os comportamentos dos demais transformadores são idênticos, cuidando-se, no entanto, de considerar as defasagens de + ou -120° entre as fases da tensão e da corrente. Da Figura 28 podemos extrair o circuito correspondente a uma fase, como mostrado na Figura 29 que se segue:

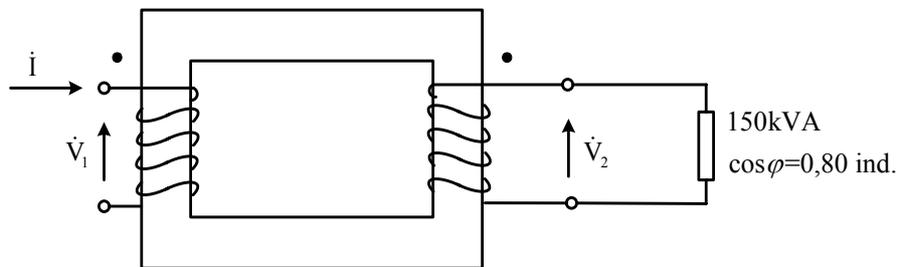


Figura 29 – Circuito de uma fase

Observe que uma fase do banco trifásico corresponde a um único transformador monofásico, cujo secundário alimenta uma carga que absorve a potência de 150kVA (um terço da potência trifásica), fator potência 0,8 indutivo sob tensão nominal de 380V, de modo que:

$$I_2 = \frac{150.000}{380} = 395(A)$$

logo,

$$I_2' = \frac{395}{17,4} = 22,7(A)$$

Trabalhando com as grandezas refletidas ao primário, resulta o seguinte circuito equivalente:

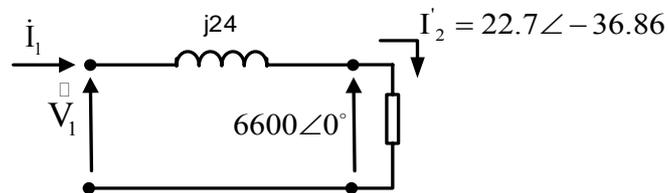


Figura 30 - Circuito Equivalente

Da análise do circuito obtém-se:

$$\dot{V}_1 = 6600 + j24 \times 22,7 e^{-j36,86} = 6940 e^{j3,6} (\text{V})$$

Como o primário está conectado em estrela a tensão de linha necessária para estabelecer 6940 (V) na fase é tal que:

$$V_{\text{LINHA}} = \sqrt{3} V_1 = \sqrt{3} \times 6940 = 12.020 (\text{V})$$

6.6.3. O TRANSFORMADOR TRIFÁSICO

A Figura 30 mostra três transformadores monofásicos, com os enrolamentos primário e secundário abrigados em um único braço do núcleo magnético. Este procedimento confere um melhor acoplamento magnético entre as bobinas dos dois enrolamentos.

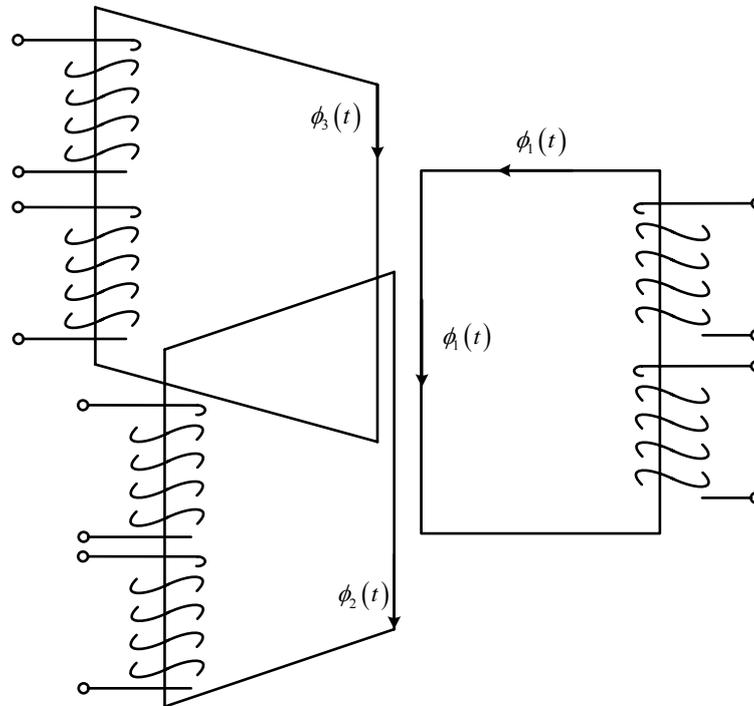


Figura 31 – Três transformadores monofásicos

Indiferentemente das conexões dos enrolamentos (estrela ou triângulo), os núcleos dos três transformadores quando seus enrolamentos são alimentados por uma fonte trifásica de tensões são grandezas variáveis senoidalmente no tempo e defasadas de 120° uma da outra, isto é:

$$\begin{aligned}\phi_1(t) &= \phi_{\text{MAX}} \cos[\omega t] \\ \phi_2(t) &= \phi_{\text{MAX}} \cos[\omega t - 120^\circ] \\ \phi_3(t) &= \phi_{\text{MAX}} \cos[\omega t - 240^\circ]\end{aligned}$$

Agora, se construirmos o banco trifásico de transformadores de modo que as três unidades tenham um braço em comum, neste braço o fluxo resultante será a soma dos fluxos de cada núcleo, de modo que:

$$\phi_R = \phi_1(t) + \phi_2(t) + \phi_3(t) = 0$$

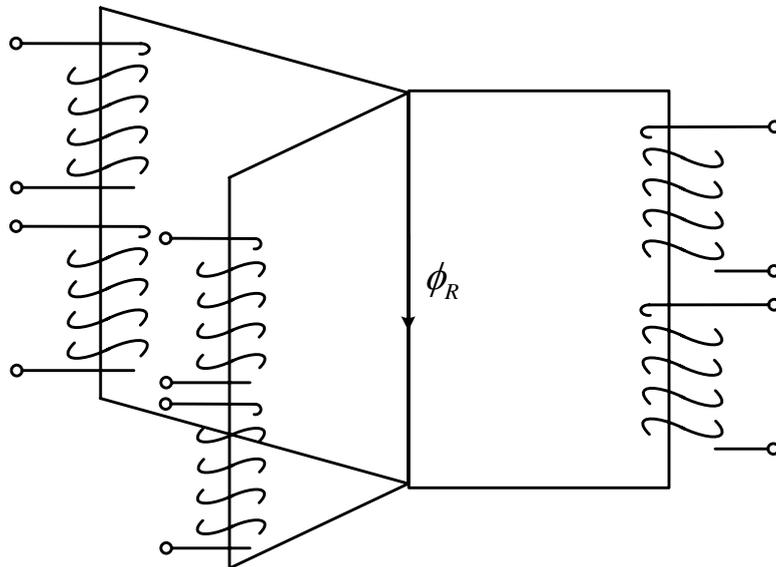


Figura 32 – Três transformadores com um braço comum

Como o fluxo resultante é nulo, não há razão para a existência do braço comum, de modo que podemos construir os três transformadores com mostra a Figura 33.

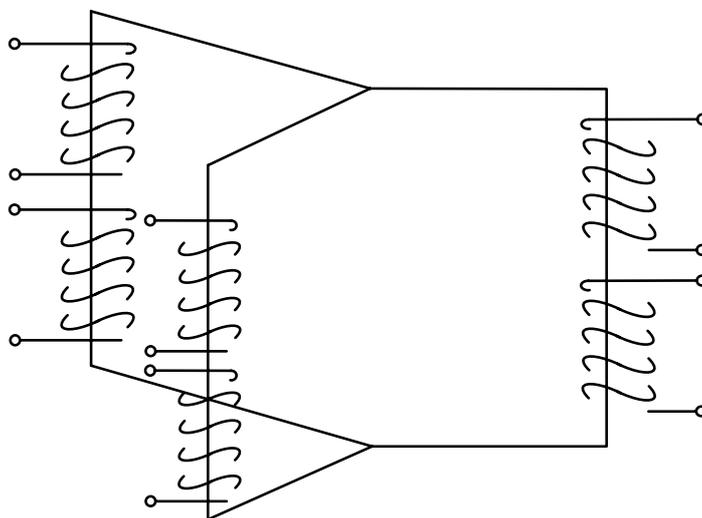


Figura 33 – Três transformadores com o braço comum eliminado

A última manipulação nos transformadores para se chegar ao transformador trifásico como ele é construído, consiste em colocar os três braços em um único plano, como mostra a Figura 34. A pequena diferença de relutância do circuito magnético das três

fases não é relevante a ponto de produzir desequilíbrios sensíveis de f.e.m.'s induzidas, resultando então a forma final apresentada na Figura 34.

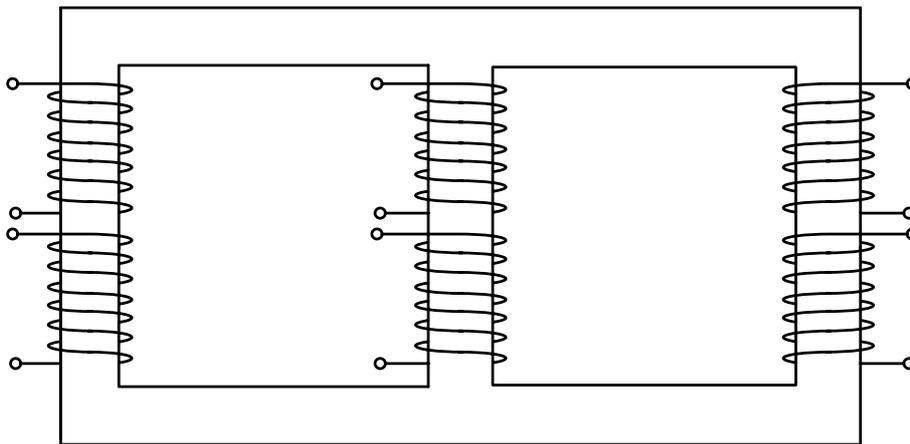
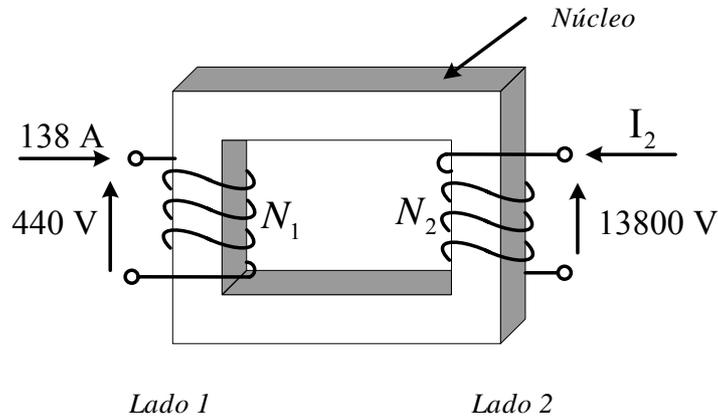


Figura 34 – Transformador Trifásico

6.7 EXERCÍCIOS

1. Um transformador monofásico ideal apresenta as grandezas instantâneas indicadas. Complete a tabela indicando os terminais de mesma polaridade e os sentidos reais das tensões e correntes envolvidas.

Lado	V (V)	I (A)	N (esp.)	P (W)
Primário	440	138		
Secundário	13.800		1.200	



Exercício 1

2. Um transformador monofásico ideal é alimentado por uma fonte de tensão senoidal de tensão $V_1 = 13.800$ (V). A tensão na carga de impedância $\dot{Z} = 40 + j30$ (Ω) é $V_2 = 4.000$ (V). Determine:

- A corrente na carga e respectivo fator de potência;
- A corrente no primário;
- A impedância vista pela fonte e respectivo fator de potência;
- A potência ativa consumida pela carga;
- A potência ativa fornecida pela fonte.

3. Determine as correntes nominais de um transformador de potência monofásico de 11 MVA, 13.8/0.66kV-60 Hz.

4. Dois transformadores idênticos de 10 kVA-13.800/220(V)-60Hz apresentam seus enrolamentos primários conectados em paralelo e seus enrolamentos secundários em série. Determine:

- A relação de transformação do banco de transformadores;
- A potência nominal do banco de transformadores;
- As correntes nominais do banco. Compare com as correntes nominais de cada transformador.

5. Um transformador de 300 kVA – 13.800/440 (V) – 60 Hz apresenta as seguintes reatâncias de dispersão: $x_1 = 25\Omega$ e $x_2 = 0,025\Omega$. Para este problema, as resistências e a impedância de magnetização podem ser desprezadas. Para este problema determine:

- O circuito equivalente do transformador;
- Suponha que uma carga de impedância $\dot{Z}_L = 0,64 + j0,48(\Omega)$ é ligada no secundário do transformador, e uma fonte de 13.800(V) – 60Hz é ligada ao primário.
- Calcular a corrente absorvida pelo primário.
- A corrente e a tensão na carga.

6. Um transformador de 250 kVA – 13,8/0.44 kV – 60 Hz, apresenta os seguintes parâmetros: $r_1 = 3\Omega$, $x_1 = 30\Omega$, $r_2 = 3m\Omega$, $x_2 = 0,031\Omega$, $R_F = 90k\Omega$ e $X_m = 20k\Omega$. Desenhe o circuito equivalente deste transformador, indicando os valores das tensões, correntes e parâmetros em p.u.

7. O transformador do exercício anterior alimenta uma carga com tensão nominal no secundário, a qual absorve sua potência nominal com fator de potência 0,8 indutivo. Determine, em valores por unidade (p.u.) a tensão e a corrente no primário.

8. Três transformadores monofásicos idênticos, de 15 kVA 6.600/220 V – 60 Hz, são utilizados para montar um banco trifásico de transformadores, na conexão triângulo – estrela. Determine:

- A potência nominal do banco;
- A relação entre as tensões de linha do primário e do secundário;
- As correntes nominais do banco.

RESPOSTAS

- $I_2=44(A)$
- 80 A; 0,6; 23,2 (A); 952,2 (W); 0,6; 192 kW; 192 kW.
- 797 (A); 16,7 (A).
- 13.800/440; 20 kVA; 1,45 (A); 45,45 (A).

5. 16,9 A; 530 (A); 424 (V).
6. $Z_{\text{base}}=761,8 (\Omega)$
7. $v=1,06$ p.u.
8. 45 kVA; 13.800/380 (V); 4/68,2.

