MECÂNICA II – 4300306

2^0semestre 2011

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS- Pequenas Oscilações

1. Obtenha as coordenadas normais de um pêndulo duplo, com cordas de igual comprimento e massas diferentes. Mostre que quando a massa mais baixa é muito menor que a massa mais alta, as duas freqüências normais são quase iguais.

2. Considere três partículas de mesma massa **m** que se movem ao longo de uma linha reta ligadas por duas molas de constante **k** e massa desprezível, sobre uma mesa horizontal sem atrito. Determine:
(a) As freqüências normais do movimento oscilatório.
(b) Os modos normais de vibração.
(c) No instante t=0, a partícula da direita recebe um impulso $\mathbf{P_0}$ que lhe imprime uma velocidade inicial. Nesse caso, determine o movimento subseqüente das massas, isto é, as soluções $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_3(t)$.

3. Obtenha as freqüências normais de uma molécula triatômica linear composta por dois átomos de massa **m** nas extremidades e um átomo de massa **M** no centro. A distância de equilíbrio entre os átomos é **b**. A partir dos modos normais, estude o movimento dessa molécula.

4. “Dois osciladores acoplados”
Seja um sistema composto por duas massas **m** e três molas de igual **k,** tal que uma das molas liga as duas massas e as outras duas molas estão fixas a suportes num dos lados e ligadas a cada uma das massas do outro lado, formando um sistema massa-mola linear fixo pelas bordas. Determine:
(a) As matrizes T_{ij} e V_{ij}, as freqüências normais, os modos normais e os elementos da matriz A_{ij}. Obtenha também as coordenadas normais.
(b) A solução do problema para as seguintes condições iniciais:
$\mathbf{x_1(0) = \ell,\ v_1(0) = 0}$ **e** $\mathbf{x_2(0) = 2\ell,\ v_2(0) = 4\ m/s}$

5. Uma massa **m** está presa ao teto por uma mola de constante **3k.** Outra massa **m** está ligada a primeira massa por uma mola de constante **2k.** Considere que as molas em repouso têm comprimento desprezível e que o movimento do sistema ocorre apenas na vertical. Determine:
(a) A Lagrangeana do sistema.
(b) Os pontos de equilíbrio estável.
(c) A equação secular, as freqüências e os modos normais de oscilação.
(d) As coordenadas normais.

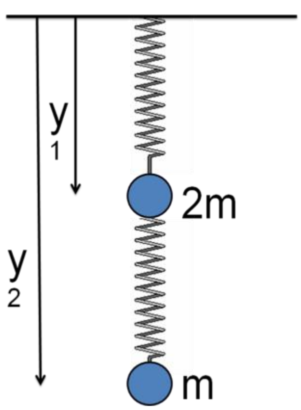
6. Um sistema de osciladores com dois graus de liberdade apresenta a seguinte Lagrangeana para pequenas oscilações**: L =** $\frac{1}{2}\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2\right)-\frac{\omega_0^2}{2}\left(x^2+y^2\right)+axy$

(a) Escreva as matrizes T_{ij} e V_{ij} e determine as freqüências normais de vibração.
(b) Determine os elementos da matriz A_{ik}.
(c) Solucione o problema para as seguintes condições iniciais:
$x(0) = \ell$, $v_x(0) = 0$, $y(0) = 0$ e $v_y(0) = \varpi_0$
(d) Quais são os modos normais e como estão relacionados com as coordenadas normais do sistema? Utilizando as coordenadas normais, quais as simplificações introduzidas na resolução das equações de movimento do sistema. Como fica a nova Lagrangeana e as equações de Lagrange?

7. Dois pêndulos, com pontos de apoio separados por uma distância **d**, têm suas massas **m** iguais, conectadas por uma mola de constante **k**. O comprimento de equilíbrio da mola é **d**. Determine a Lagrangeana do sistema em um sistema apropriado de coordenadas generalizadas e ache os modos normais. Supondo que as massas estão inicialmente em repouso quando uma força externa imprime uma velocidade v horizontal para a direita à massa da esquerda, qual o movimento do sistema em termos das coordenadas normais?

8. Determine as freqüências normais e as coordenadas normais de um sistema linear de três massas **m** iguais, ligadas entre si por quatro molas de mesma constante **k.** Esse sistema está fixo nas bordas e é equivalente ao descrito no problema **4** com mais uma massa e mais uma mola **(três osciladores acoplados).** Descreva os modos normais para oscilações longitudinais desse sistema.

9. Considere uma molécula triatômica linear assimétrica, composta por três átomos diferentes de massas **m_1, m_2** e **m_3**, de forma que a interação entre os átomos 1 e 2 (**k_{12}**) seja diferente da interação entre os átomos 2 e 3 (**k_{23}**).
Determine as freqüências normais e as coordenadas normais para vibrações longitudinais e transversais.



10. Duas massas, **2m** e **m**, conectadas por molas de constante **k**, estão suspensas verticalmente de um ponto fixo como mostra a figura. Considere o comprimento natural das molas **l_1** e **l_2** e as coordenadas das massas **y_1** e **y_2** respectivamente.
(a) Calcule as frequências e os modos normais de oscilação desse sistema.
(b) A massa superior é lentamente deslocada da sua posição de equilíbrio para baixo de uma distância **l** e subsequentemente o sistema executa oscilações livres. Qual será o movimento da massa inferior **m**?