Monitoria de reforço para Matemática Elementar e Cálculo I - AULA #2

Simplificando algumas expressões:

✓ $$\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{p^2}}{x-p} = \frac{\frac{p^2-x^2}{x^2p^2}}{x-p} = \frac{p^2-x^2}{x^2p^2}\cdot\frac{1}{(x-p)} =$$

$$= \frac{(p-x)(x+p)}{x^2p^2(x-p)} = \frac{-(x-p)(x+p)}{x^2p^2(x-p)} = \frac{-(x+p)}{x^2p^2}$$

✓ $$\frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x^2+2x+4)}{(x+2)}$$

Simplifique $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ para as seguintes funções:

✓ $f(x) = \frac{1}{x+2}$

$$= \frac{\frac{1}{x+h+2}-\frac{1}{x+2}}{h} = \frac{\frac{x+2-(x+h+2)}{(x+h+2)(x+2)}}{h} =$$

$$= \frac{x+2-x-h-2}{h}\cdot\frac{1}{h}$$, logo:

$$= \frac{-1}{(x+2)(x+h+2)}$$

✓ $f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$= \frac{\frac{1}{(x+h)^2}-\frac{1}{x^2}}{h} = \frac{\frac{x^2-(x+h)^2}{(x+h)^2x^2}}{h} =$$

$$= \frac{x^2-(x^2+2xh+h^2)}{(x+h)^2x^2h} =$$, logo

$$= \frac{-2x-h}{(x+h)^2x^2h}$$

Simplifique:

✓ $\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{5}}{\sqrt{\alpha+5}-\sqrt{10}}$

$$=\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{5}}{\sqrt{\alpha+5}-\sqrt{10}}\cdot\frac{\left[\sqrt{\alpha+5}+\sqrt{10}\right]}{\left[\sqrt{\alpha+5}+\sqrt{10}\right]}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{\alpha}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{\alpha+5}+\sqrt{10}\right)}{\alpha+5-10}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{\alpha}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{\alpha+5}+\sqrt{10}\right)}{\alpha-5}=\frac{\left(\sqrt{\alpha}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{\alpha+5}+\sqrt{10}\right)}{\left(\sqrt{\alpha}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{\alpha}+\sqrt{5}\right)}=,\ \text{logo}$$

$$=\frac{\sqrt{\alpha+5}+\sqrt{10}}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{5}}$$

✓ $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{5}}$

$$=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{5}}\cdot\frac{\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{5}\right)}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{5}\right)}{2x+3-5}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{5}\right)}{2(x-1)}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{5}\right)}{2\left(\sqrt{x}-1\right)(\sqrt{x}+1)}=,\ \text{logo}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{5}\right)}{2(\sqrt{x}+1)}$$

✓ $\frac{4\sqrt{x}-4\sqrt{2}}{x-2}$

$$=\frac{4\sqrt{x}-4\sqrt{2}}{x-2}=\frac{4\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)}=,\ \text{logo}$$

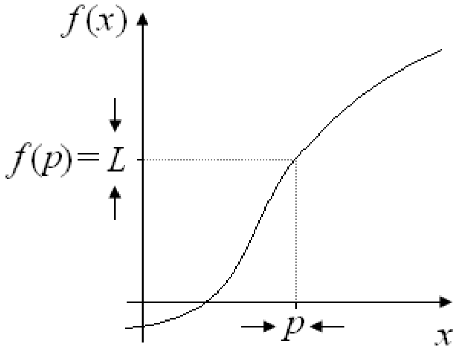
$$=\frac{4}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$$

Limite

Intuitivamente, dizer que o limite de $f(x)$, quando x tende a p, é igual a L, que, simbolicamente se escreve:

$$\lim_{x \to p} f(x) = L,$$

Significa que quando x tende a p, $f(x)$ tende a L.



<u>Calcule:</u>

$\lim_{x \to 1}(x+1) = 2$

$\lim_{x \to 1} \frac{(x^2-1)}{x-1} = x + 1 = 2$

$\lim_{x \to 2} \frac{(x^2+x)}{x+3} = \frac{4+2}{2+3} = \frac{6}{5}$

$\lim_{x \to 1/2} \frac{4x^2-1}{2x-1} = \frac{4\left(x^2-\frac{1}{4}\right)}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} = \frac{4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} = 2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right) = 2$

$\lim_{x \to 0} \frac{x^2+x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x(x+1)}{x} = 1$

$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2}$

Continuidade: f é contínua em $p \iff \lim_{x \to p} f(x) = f(p)$.

Determine L para que a função dada seja contínua no ponto dado:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - 4}{x - 2} & \text{se} \quad x \neq 2 \\ \\ L & \text{se} \quad x = 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4, \quad \text{logo } L = 4.$$

Analise se a seguinte função dada é contínua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se} \quad x \neq 1 \\ \\ 3 & \text{se} \quad x = 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 \neq f(1), \quad \text{logo } f \text{ não é contínua.}$$

Calcule:

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{x - 2}$$

$$x - 2 = \left(\sqrt[3]{x}\right)^3 - \left(\sqrt[3]{2}\right)^3 =$$

$= \left(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{2x} + \sqrt[3]{4}\right)$, então:

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{\left(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{2x} + \sqrt[3]{4}\right)} = \frac{1}{3\sqrt[3]{4}}$$

<u>Para casa:</u>

- ✓ Encontre L para que a função dada seja contínua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{10}} & \text{se} \quad x \neq 5 \\ \\ L & \text{se} \quad x = 5 \end{cases}$$

- ✓ Calcule:

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{5}}$$

- ✓ Determine se f é contínua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x}{x+1} & \text{se} \quad x \neq 1 \\ \\ 2 & \text{se} \quad x = -1 \end{cases}$$

Próxima aula:

- ✓ Limites laterais;
- ✓ 1º Limite Fundamental e limites trigonométricos;
- ✓ Limites no infinito.