Física I para Oceanografia
FEP111 (4300111)

2° Semestre de 2011

Instituto de Física- Universidade de São Paulo

Aula – 6 Energia Potencial e Conservação de energia

Professor: Valdir Guimarães

E-mail: valdir.guimaraes@usp.br
Fone: 3091.7104

Energia Potencial e Conservação de energia

Quando uma avalanche de pedras desce a encosta de uma montanha e chega a um vale, o atrito entre as pedras e o solo acaba por imobilizar as pedras. A distância que as pedras percorrem em um vale é, normalmente, cerca de 2/3 da altura de onde caíram. Nas grandes avalanches, porém, quando uma grande quantidade de pedras desce uma montanha essa distância pode ser até 30 vezes maior, o suficiente para colher de surpresa os moradores de uma cidade próxima.

Por que uma grande avalanche pode atingir uma distância quase 30 vezes maior que uma avalanche pequena?

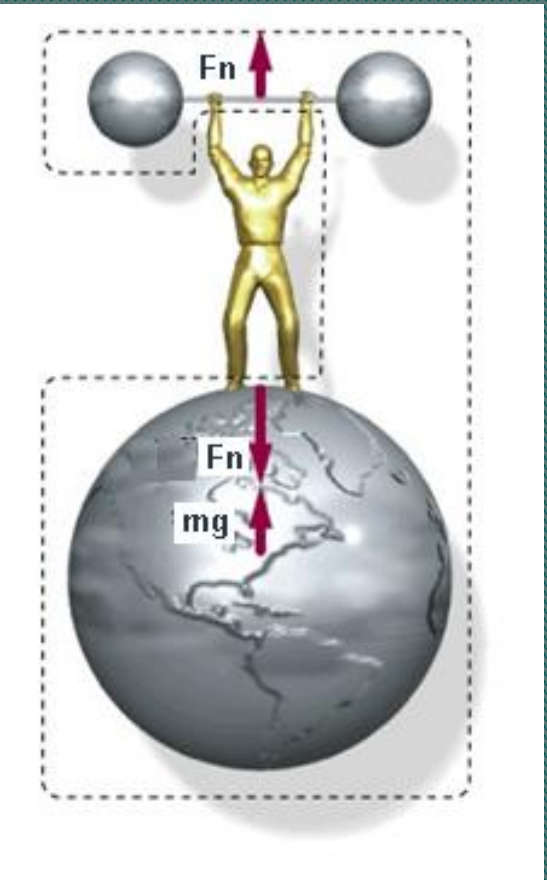
A resposta está neste capítulo.

Energia Potencial

O trabalho está associado com a transferência de energia devido a uma força.

Trabalho realizado sobre uma partícula, transfere energia cinética à partícula.

Porém, se tivermos um sistema de corpos, parte da energia transferida pode ser armazenada na forma de energia potencial.



Considere o sistema formado pela Terra e o haltere.

Considere que a pessoa é externa ao sistema.

As forças externas que atuam no sistema são produzidas pela pessoa: Força de contato das mãos sobre o haltere, força de contato dos pés com a Terra e a força gravitacional.

Destas forças, apenas a de contato sobre o haltere pode produzir deslocamentos e realizar trabalho. Como esta força é igual a mg (m= massa do haltere), o trabalho é mgh.

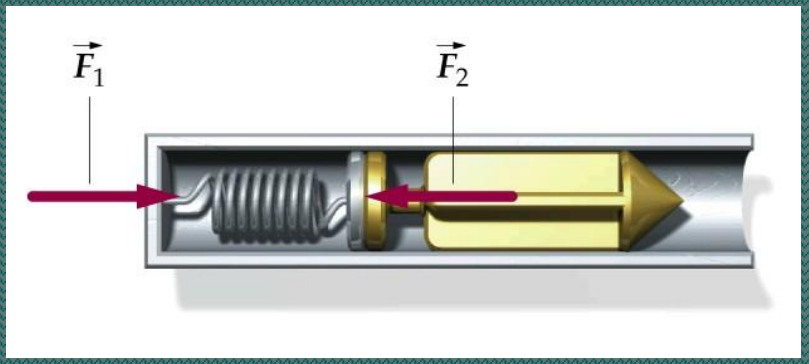
A energia transferida para o sistema é armazenada na forma de energia potencial gravitacional.

Energia Potencial

O trabalho está associado com a transferência de energia devido a uma força.

Trabalho realizado sobre uma partícula, transfere energia cinética à partícula.

Porém, se tivermos um sistema de corpos, parte da energia transferida pode ser armazenada na forma de energia potencial.



Outro sistema que armazena energia associada à sua configuração é uma mola.

Se a mola é comprimida, com forças iguais e opostas, F1 e F2, não existe variação da energia cinética. Portanto, o trabalho realizado é armazenado na forma de energia potencial elástica.

Como o deslocamento é no mesmo sentido da força, o trabalho realizado é positivo.

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Forças conservativas

Quando voce é transportado por um elevador até o topo de um edifício de altura h, o trabalho realizado pela força peso é

$W_P = -mgh.$

Ao retornar ao solo o trabalho realizado pela força peso é

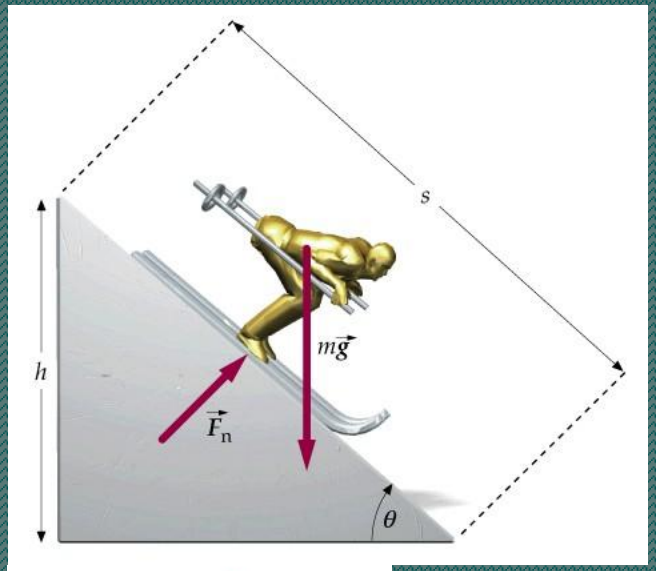
$W_P = +mgh.$

Se este movimento de subida e descida fosse feito através de uma escada rolante, o trabalho da força peso seria o mesmo. Ele independe do caminho seguido, dependendo apenas das posições inicial e final.

Energia Potencial e Conservação de energia

O Trabalho da força peso

Dois esquiadores partem de um mesmo ponto em uma colina e chegam na base da colina, através de caminhos diferentes. Um caminho é mais curto e íngreme do que o outro.



Os esquiadores podem ser tomados como partículas, portanto vale o Teorema do Trabalho-Energia Cinética.

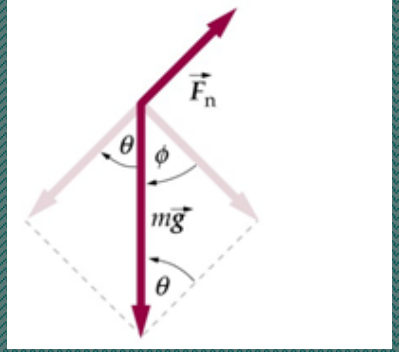
$$W_{total} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Temos a força peso e a força normal.

$$W_{total} = W_n + W_g$$

$$dW_n = \vec{F}_n \cdot d\vec{l} = 0$$

$$W_n = 0$$



$$dW_g = \vec{F}_g \cdot d\vec{l}$$

$$W_g = \vec{F}_g \cdot \vec{l} = -mg\hat{j} \cdot (\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j})$$

$$W_g = -mg\Delta y = mgh$$

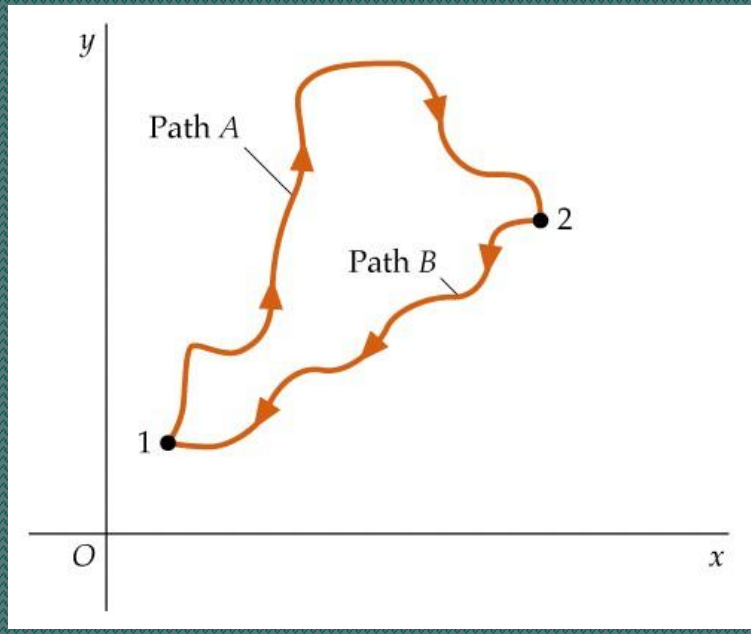
Não depende do caminho. Apenas da altura h.

Energia Potencial e Conservação de energia

Forças que realizam trabalho que não dependem do caminho são chamadas de Forças Conservativas.

O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula é independente do caminho percorrido pela partícula de um ponto ao outro.

Uma força é conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula é zero quando a partícula percorre qualquer caminho fechado, retornando à posição inicial.

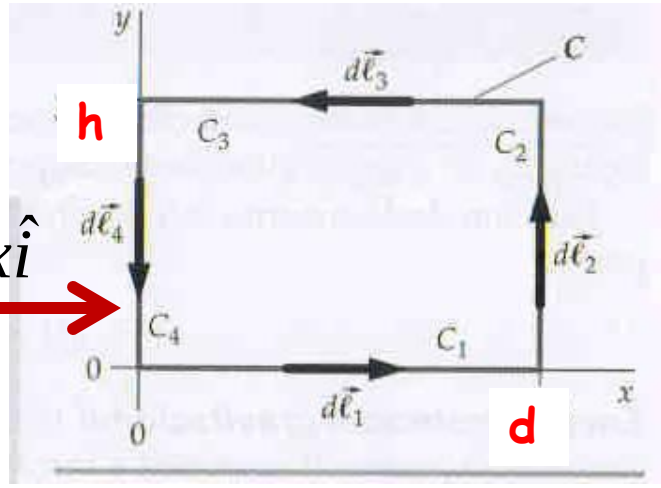


Energia Potencial e Conservação de energia

Integral em um Caminho Fechado

Calcule o trabalho realizado sobre o caminho fechado, supondo que a força seja dada por

$\vec{F} = Ax\hat{i}$



O trabalho é dado por:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$W = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{l}_1 + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}_2 + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{l}_3 + \int_{C_4} \vec{F} \cdot d\vec{l}_4 = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{l}_1 = \int_0^d Ax\hat{i} \cdot dx\hat{i} = A\int_0^d x dx = \frac{1}{2}Ad^2$$

$$\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}_2 = \int_0^h Ax\hat{i} \cdot dy\hat{j} = 0 = \int_{C_4} \vec{F} \cdot d\vec{l}_4$$

$$\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{l}_3 = \int_d^0 Ax\hat{i} \cdot dx\hat{i} = A\int_d^0 x dx = -\frac{1}{2}Ad^2$$

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$$

Este é o caso da força elástica

Energia Potencial e Conservação de energia

Funções Energia Potencial

O trabalho realizado por uma força conservativa não depende do caminho, mas apenas dos pontos extremos do caminho.

Esta propriedade pode ser usada para definir a Função Energia Potencial U para uma força conservativa.

Quando voce desce do topo de um edifício, o trabalho realizado pela gravidade diminui a energia potencial do sistema. Portanto, definimos a Função Energia Potencial U de forma que o trabalho realizado pela força conservativa é igual à redução da Função Energia Potencial.

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\Delta U$$

Ou

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Para um deslocamento infinitezimal

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Energia Potencial Gravitacional

Para a força gravitacional, temos: $\vec{F} = -mg\hat{j}$

Para um deslocamento infinitezimal

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$dU = -(-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}) = mgdy$$

Integrando, temos

$$\int_{U_1}^{U_2} dU = \int_{y_1}^{y_2} mgdy$$

$$U_2 - U_1 = mgy_2 - mgy_1$$

Genericamente

$U_2 = mgy$

$U_1 = U_0$

Energia Potencial Gravitacional próximo da superfície da Terra.

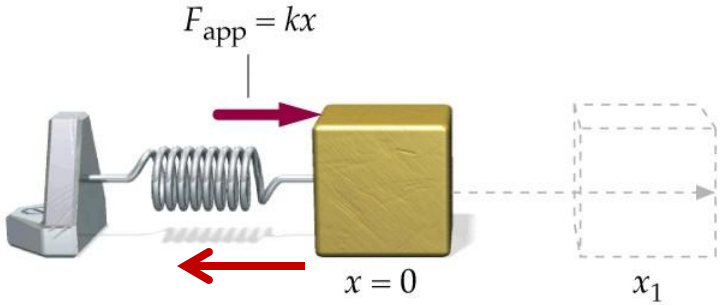
U_0 é uma constante arbitrária, a ser definida convenientemente.

$$U = U_0 + mgy$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Energia Potencial Elástica

Se voce aplica uma força sobre o bloco ao lado e o desloca da posição x=0 até a posição x_1. O trabalho realizado pela mola é negativo. Se voce permite que o bloco volte a posição inicial, o trabalho da força da mola é positivo. O trabalho total realizado pelas forças na mola é nulo.



Força mola F=-kx

Podemos definir a energia potencial elástica:

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad \text{com} \qquad \vec{F} = -kx\vec{i}$$

$$dU = -(-kx\hat{i}) \cdot (dx\hat{i}) = kxdx$$

Integrando, temos

$$U_1 - U_0 = \int_{U_0}^{U_1} dU = \int_{x_0}^{x_1} kxdx = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_0^2$$

U_0 é uma constante arbitrária, a ser definida convenientemente. Podemos escolher U_0= 0 (para elongação nula da mola).

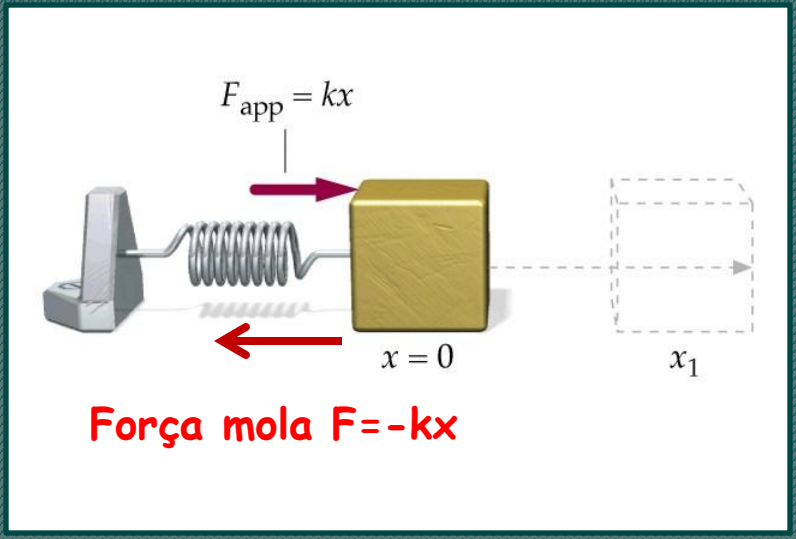
Para: $x_0 = 0$, $U_0 = 0$, $x_1 = x$ $\Rightarrow$ $U = \frac{1}{2}kx^2$

Energia Potencial Elástica

Qual é o trabalho total realizado sobre o bloco, no movimento de x=0 para x_1?

$$W_{Ap} = -W_{mola} = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W_{Total} = 0$$

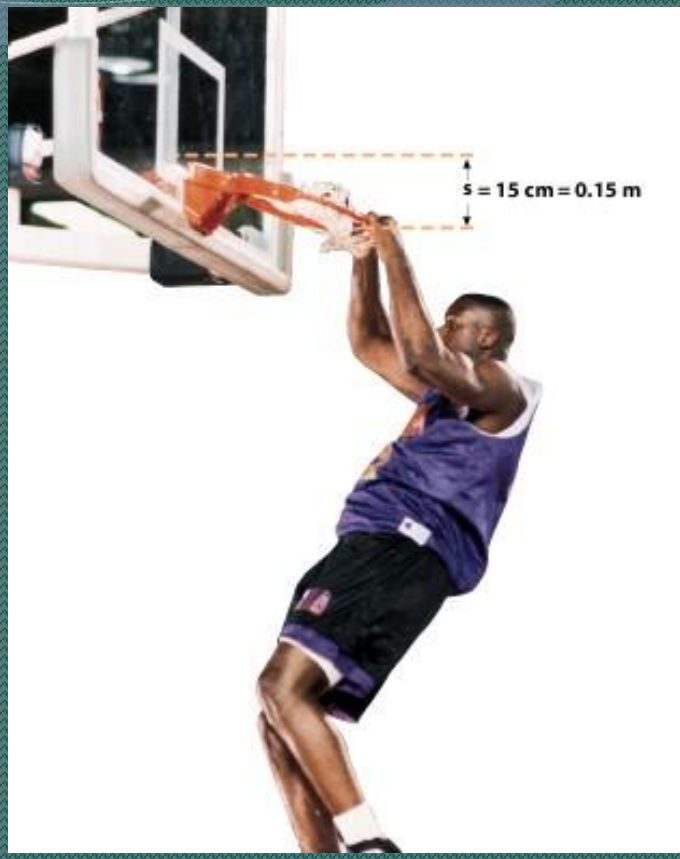


Força mola F=-kx

Energia Potencial

Considere o sistema constituido pelo jogador de basquete (m= 110kg), o aro e a Terra. Suponha que a energia potencial do sistema seja zero quando o jogador está no solo. Encontre a energia potencial total quando o jogador está dependurado no aro.

Suponha que o centro de massa do jogador passou de 80 cm do solo, para 130 cm quando dependurado. A constante elástica do aro é 7,2 kN/m.

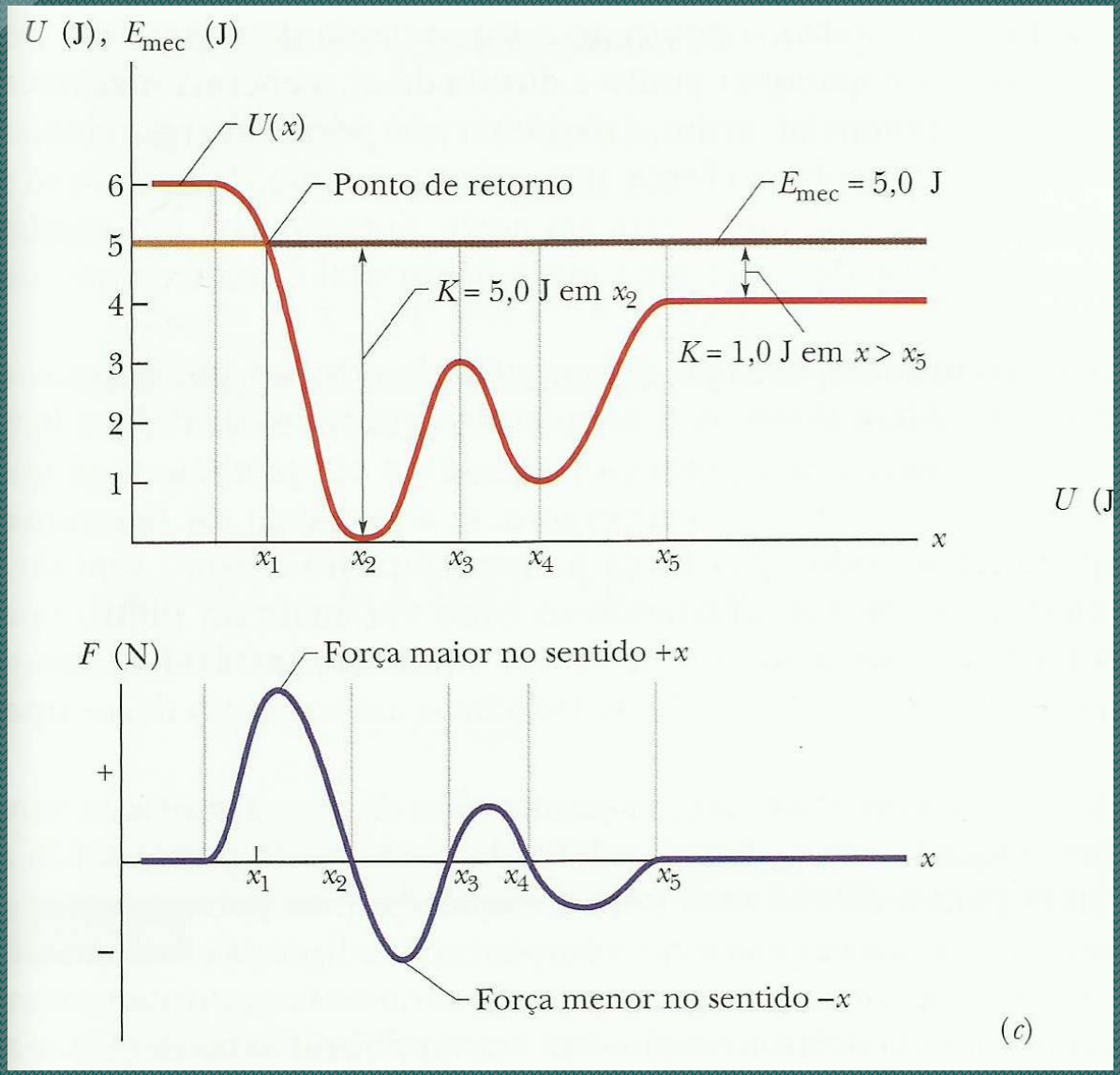


$$U_{total} = U_g + U_{el} = mgy_{cm} + \frac{1}{2}kx^2$$

$$U_{total} = 540N.m + 81N.m = 6{,}2x10^2\,N.m$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Relação energia potencial e força



$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\Delta U$$

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$F = -\frac{dU}{dl}$$

Conservação da Energia Mecânica

Definimos a energia mecânica de um sistema como sendo a soma da energia cinética com a energia potencial do sistema.

$$E_{mec} = K_{sist} + U_{sist}$$

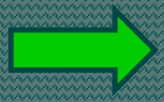
A energia mecânica de um sistema de partículas é conservada (E_{mec} = constante) se o trabalho total realizado por todas as forças externas e por todas as forças internas não-conservativas for nulo.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$

para

$$W_{ext} = 0$$

$$W_{nc} = 0$$

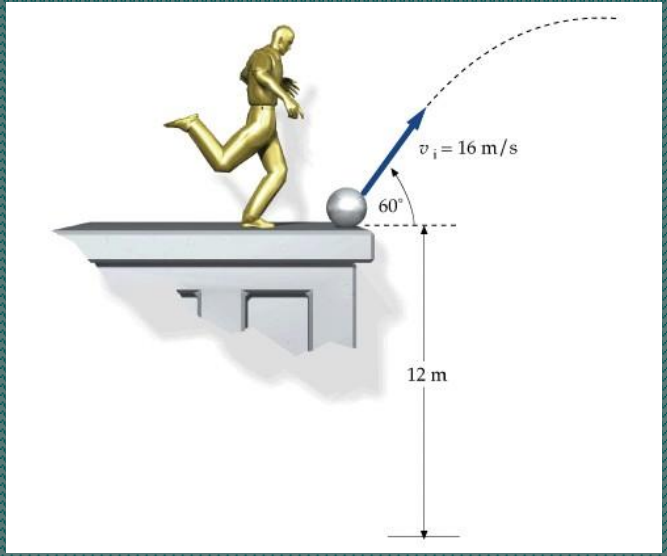


$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Exemplos

Próximo à borda da laje de um prédio de 12 m de altura, uma bola é chutada com uma rapidez inicial de 16 m/s a um ângulo de 60°. Desprezando a resistência do ar, encontre (a) a altura máxima atingida pela bola e (b) sua rapidez ao tocar o solo.



Tomamos a bola + Terra, como o sistema.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} \qquad E_{mec} = K_{sist} + U_{sist}$$

Como não existem forças externas ao sistema, $W_{ext} = 0$. Como não existem forças internas não-conservativas, $W_{nc} = 0$. Portanto, a Energia Mecânica do sistema se conserva.

$$0 = \Delta E_{mec} - 0 \qquad \Delta E_{mec} = \Delta K_{sist} + \Delta U_{sist} = 0$$

Energia Potencial e Conservação de energia

$$E_{mec_{laje}} = E_{mec_{alto}}$$

$$K_{laje} + U_{laje} = K_{alto} + U_{alto}$$

$$\frac{1}{2}mv_{laje}^2 + mgy_{laje} = \frac{1}{2}mv_{alto}^2 + mgy_{alto}$$

Mas,

v_{laje}=16m/s

y_{laje}=0

v_{alto}= $v_{laje}\cos\theta$

$$y_{alto} = \frac{v_{laje}^2 - v_{alto}^2}{2g} = \frac{v_{laje}^2(1-\cos^2\theta)}{2g} = 9{,}8m$$

$$E_{mec_{laje}} = E_{mec\,solo}$$

$$K_{laje} + U_{laje} = K_{solo} + U_{solo}$$

Mas,

y_{laje}=0

v_{laje}=16m/s

y_{solo}=-12 m

v_{alto}= $v_{laje}\cos\theta$

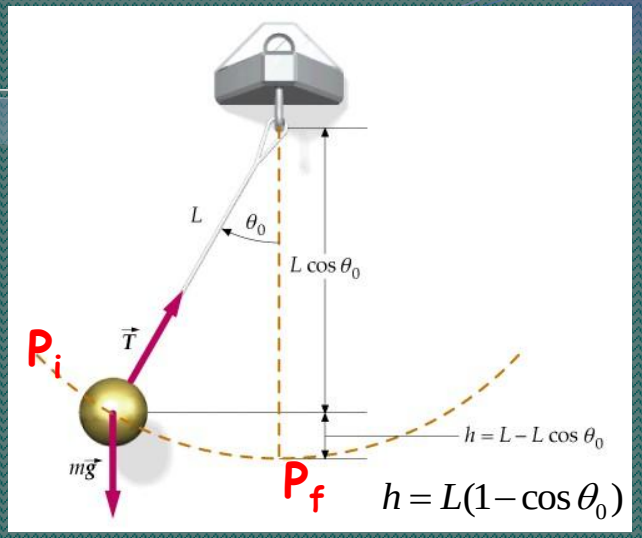
$$\frac{1}{2}mv_{laje}^2 + mgy_{laje} = \frac{1}{2}mv_{solo}^2 + mgy_{solo}$$

$$v_{solo}^2 = v_{laje}^2 - 2gy_{solo} \qquad v_{solo} = \sqrt{v_{laje}^2 - 2gy_{solo}} = 22m/s$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Exemplos

Um pêndulo consiste de bola de massa m presa a um fio de comprimento L. A bola é largada do repouso, com o fio fazendo um ângulo θ_0. Quando passa pelo ponto inferior, (a) qual a rapidez da bola e (b) a tensão no fio. Despreze a resistência do ar.



Tomamos a pêndulo + Terra, como o sistema.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$

Como não existem forças externas ao sistema, W_{ext}= 0. A tensão no fio é uma força interna não-conservativa, mas como esta força é perpendicular à trajetório, W_{nc}= W_T= 0. Portanto, a Energia Mecânica do sistema se conserva.

$$\Delta E_{mec} = \Delta K_{sist} + \Delta U_{sist} = 0 \qquad \Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow E_f = E_i$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

Mas, y_i=Lcosθ_0, v_i=0 e y_f= L

$$v_f^2 = 2gL(1-\cos\theta_0)$$

$$v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}$$

No ponto final

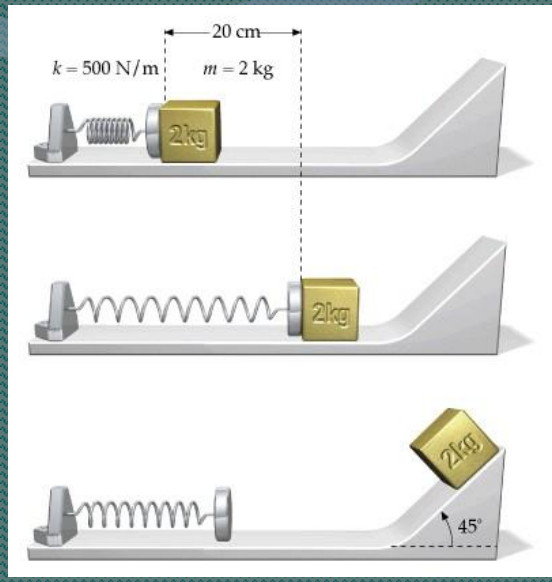
$$T - mg = ma_{cp} = m\frac{v_f^2}{L}$$

$$T = m(g + \frac{v_f^2}{L}) = m[g + 2g(1-\cos\theta_0)]$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_0)$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Exemplos



Um bloco de massa 2kg, em uma superfície sem atrito é empurrado 30 cm contra uma mola (K= 500N/m). O bloco é liberado e a mola se descomprime. O bloco desliza e sobe um plano sem atrito, com ângulo de 45°. Qual é a altura final atingida pelo bloco sobre a rampa, ao parar.

Tomamos a todos os elementos da figura + Terra, como o sistema.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} \qquad E_{mec} = K_{sist} + U_{sist}$$

Como não existem forças externas ao sistema, W_{ext}= 0. Como não existem forças internas não-conservativas, W_{nc}= 0. Portanto, a Energia Mecânica do sistema se conserva.

$$E_i = E_f \qquad \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \frac{1}{2}kx_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \frac{1}{2}kx_f^2$$

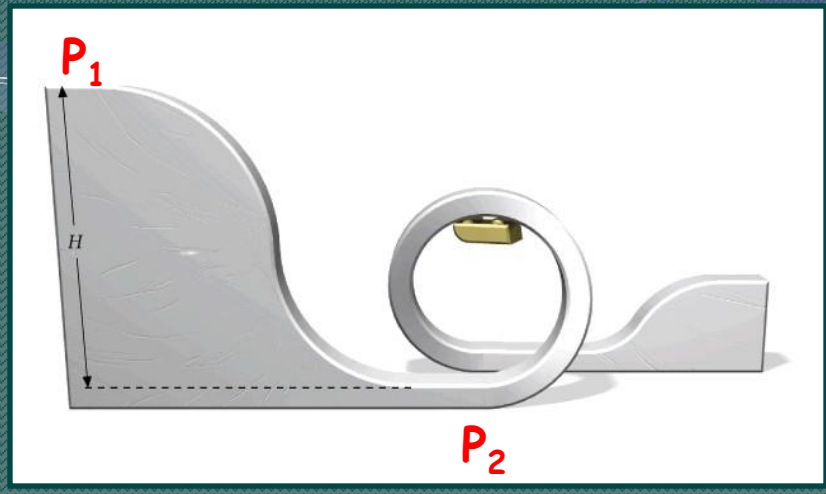
Mas, v_i=0, y_i=0, v_f=0, e x_f= 0

$$\frac{1}{2}kx_i^2 = mgy_f \qquad y_f = \frac{kx_i^2}{2mg} = 0{,}51m$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Exemplos

O carrinho em uma montanha russa parte de uma altura H. Quando ele está entrando no loop, cai um saco de areia sobre ele, que reduz a velocidade em 25%. Considere que o loop tem metade da altura inicial e despreze os atritos. O carrinho conseguirá completar o loop?



$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$

W_{ext}= 0 e W_{nc}= 0 e a Energia Mecânica do sistema se conserva. $E_1 = E_2$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

$$mg4R = \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad v_2 = \sqrt{8Rg}$$

$$v_2' = 0{,}75v_2 = 0{,}75\sqrt{8Rg}$$

$$\frac{1}{2}mv_2'^2 + mgy_2 = \frac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgy_{topo}$$

$$\frac{1}{2}mv_2'^2 = \frac{1}{2}mv_{topo}^2 + mg2R$$

$$v_{topo}^2 = 0{,}75^2 8Rg - 4Rg = 0{,}5Rg$$

$$F_n + mg = m\frac{v_{topo}^2}{R} \qquad F_n = -0{,}5mg$$

O carrinho não completa o loop !!!

Energia Potencial e Conservação de energia

Exemplos

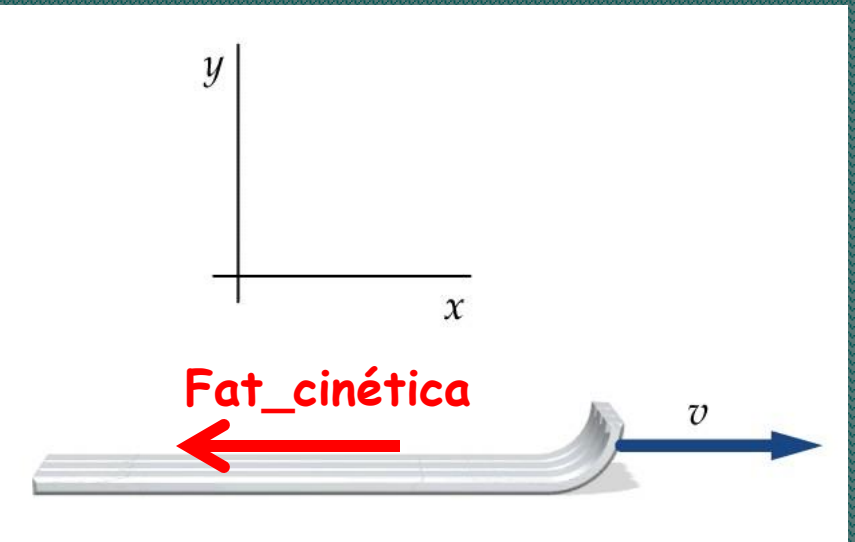
Um trenó está deslizando no plano com uma rapidez inicial de 4,0 m/s. Se o coeficiente de atrito cinético for 0,14, que distância o trenó percorrerá?

Tomamos o trenó + Terra, como o sistema.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} \qquad E_{mec} = K_{sist} + U_{sist}$$

$W_{ext} = 0$ e $W_{nc} \neq 0$. Portanto, a Energia Mecânica do sistema não se conserva.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} = 0 \qquad \Delta K + \Delta U - W_{nc} = \Delta K + f_c x = \Delta K - W_{at} = 0$$



$$W_{at} = -f_{at} \cdot \Delta s = -\mu_c mg\Delta x = 0$$

$$\frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) + \mu_c mg\Delta x = 0$$

$$\mu_c g\Delta x = \frac{1}{2} v_i^2$$

$$\Delta x = \frac{v_i^2}{2\mu_c g} = 5{,}8m$$

Energia Potencial e Conservação de energia

Exemplos

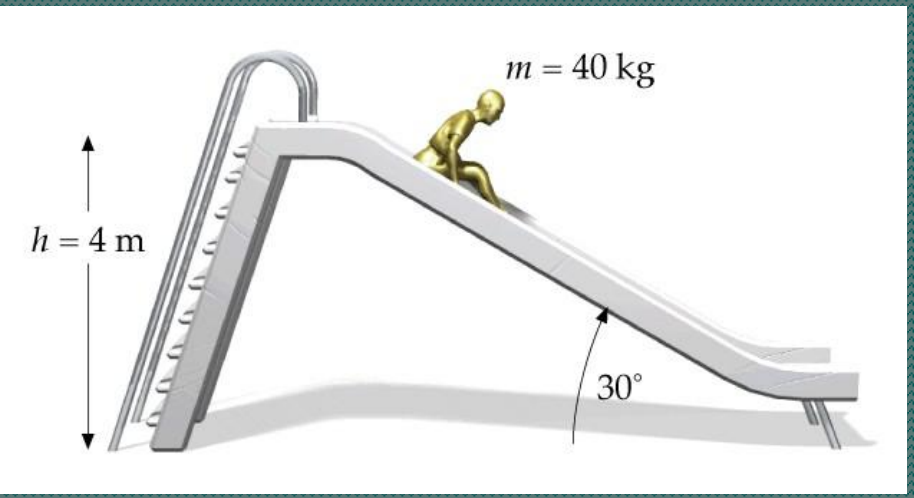
Uma criança com 40 kg desce por um escorregador de 4 m de altura, com inclinação de 30°. O seu coeficiente de atrito cinético é 0,35. Partindo do repouso no topo, qual é a sua velocidade ao chegar na base?

Tomamos os elementos da figura criança + Terra, como o sistema.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} \qquad E_{mec} = K_{sist} + U_{sist}$$

$W_{ext} = 0$ e $W_{nc} \neq 0$. Portanto, a Energia Mecânica do sistema não se conserva.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc} = 0 \qquad \Delta K + \Delta U - W_{nc} = \Delta K + \Delta U - W_{at} = 0$$



$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\Delta U = -mgh$$

$$W_{at} = -f_c s = -\mu_c mg \cos\theta \frac{h}{\sin\theta}$$

$$v_f^2 = 2gh(1 - \mu_c \frac{\cos\theta}{\sin\theta})$$