29/08/2011

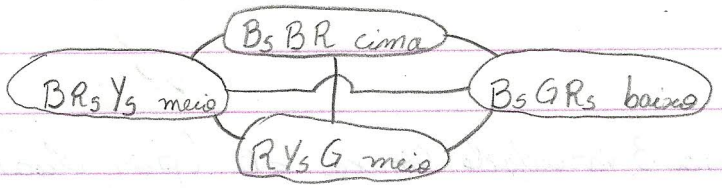
29/08/2011

Espaço dodecaédrico de Poincaré

Nesse espaço, as arestas são identificadas em grupos de 3, e os vértices, em grupos de 4 vértices.

1 grupo de Vértices

No dodecaedro montado em sala



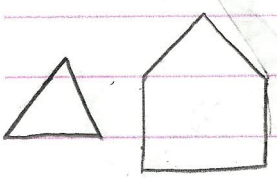
Em volta de cada vértice formam 4 tetraedros.

Ao "consertar" o ângulo que falta em cada aresta, arruma o vértice.

É uma 3-variedade pois a vizinhança de todo ponto é homeomorfa a bola em $\mathbb{R}^3$.

Característica de Euler

$V - A + F$ $\qquad$ $V - A + F - F_5$ (interior)

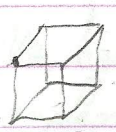


Triângulo: $3-3+1=1$ $\qquad$ $T^3: 1-3+3-1=0$

Pentágono: $5-5+1=1$ $\}$ Dim 1 ($\subseteq \mathbb{R}^2$) $\qquad$ ↳ Fazendo as devidas associações

Cubo: $8-12+6=2$ $\}$ Dim 2 ($\subseteq \mathbb{R}^3$)

Esfera: $1-1+2=2$



Dodecaedro

12 faces
30 arestas
20 vértices

$\Rightarrow$ Espaço dodecaédrico de Poincaré

6 faces
$30/3 = 10$ arestas
$20/4 = 5$ vértices

$\Rightarrow$ Euler $\quad 5-10+6-1=0$

29/08/11

Espaço dodecaédrico de Seifert - Weber ⇒ 3-variedade

No caso de Poincaré, associamos as faces através de uma translação e uma rotação de $\frac{\pi}{5}$. Aqui, a identificação é por uma rotação de $\frac{3\pi}{5}$

E assim temos que as arestas se associarão em grupos de 5 e os vértices num único grupo de 20 (fica sendo um vértice só).

E a Seifert será um espaço orientável.

E a característica de Euler

$$1 - 6 + 6 - 1 = 0$$

30/5 = 6 arestas

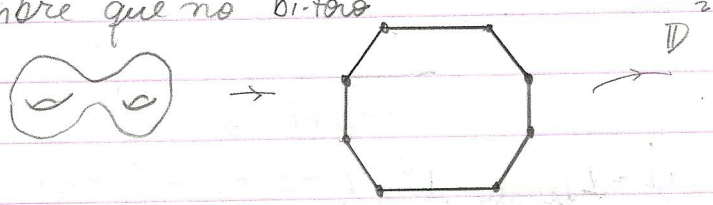
A característica de Euler de uma 3-variedade conexa = 0 (por dualidade de Poincaré)

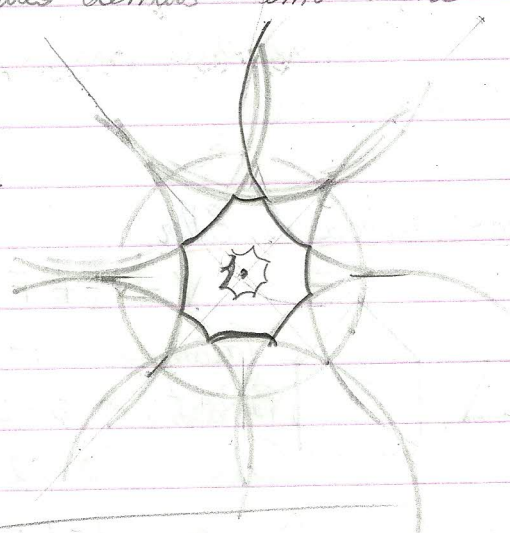
Qualquer variedade de ordem ímpar a característica de Euler é igual a 0.

Se dois espaços são homeomorfos suas características de Euler são iguais.

Como são 5 arestas associadas, têm ângulo demais ⇒ temos uma roupa hiperbólica

Lembre que no bi-toro

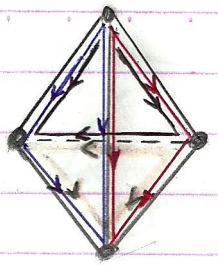


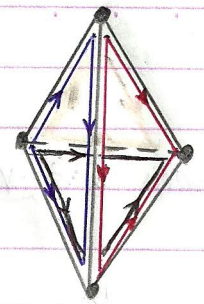


Vejamos agora outro espaço,

Consiste em colar dois tetraedros como na figura a seguir.

29/08/11





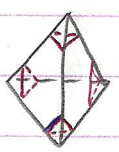
Não é uma variedade, pois tem problema no vértice

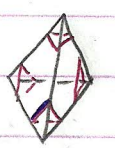
As arestas formam 2 grupos de 6.
Vértice: 1
faces duas a duas

$V - A + F - F_s$

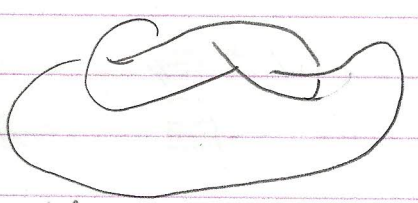
$1 - 2 + 4 - 2 = 1$

Montar o bordo da vizinhança do vértice





Corta uma vizinhança triangular em cada vértice
Daí, ao identificarmos os triângulo obtemos um toro, como não é uma esfera, não é uma variedade



3-variedade aberta

Na "figura 8" manda o nó para o infinito
O complemento de um nó é uma estrutura como a anterior
geometrizar o complemento do nó

Falaremos sobre o complemento de nó, depois.

Programa de computador: SnapPea - J. Weeks