Design Lab

PMR 5237
Modelagem e Design de Sistemas Discretos

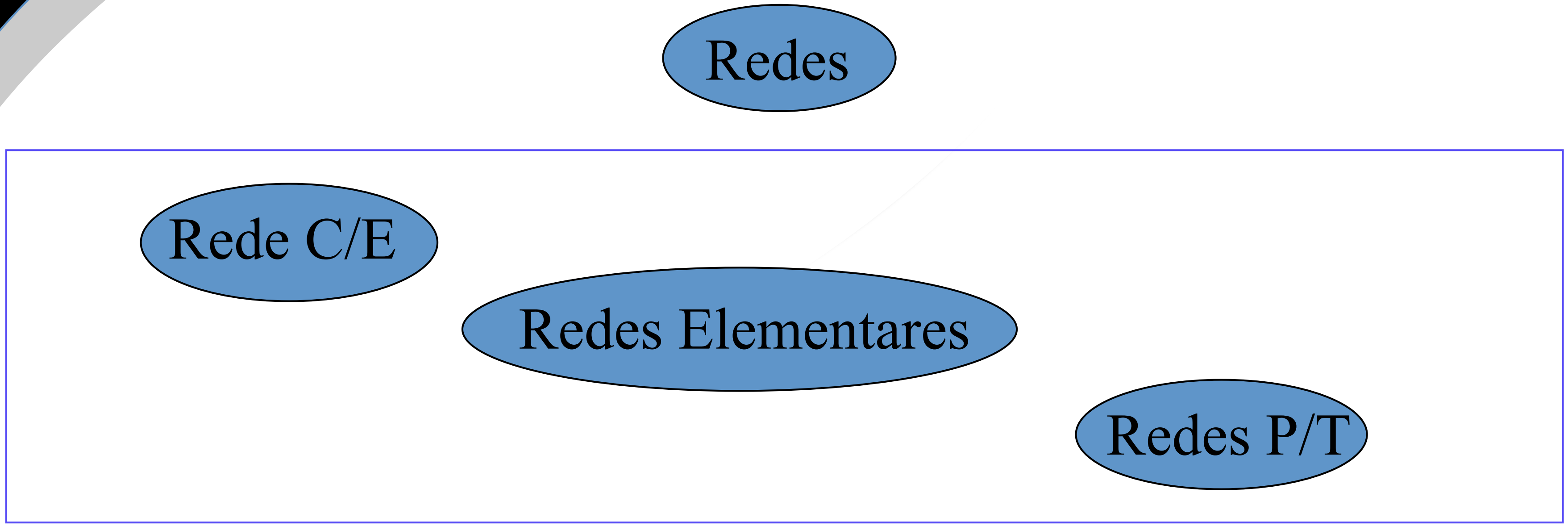
Aula 4

Prof. Dr. José Reinaldo Silva
reinaldo@usp.br

Escola Politécnica da USP

MECATRÔNICA

Espectro das Redes Clássicas



?

d-l@b

Redes Clássicas

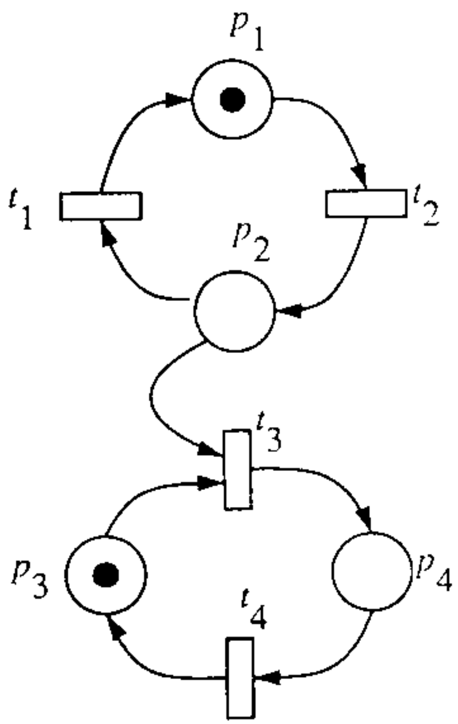
Para as redes de Petri clássicas, a análise de comportamento dos sistemas (discretos, distribuídos) é baseada em propriedades como:

Deadlock-freedon (ausência de deadlock) – a rede não atinge um deadlock total
Liveness (vivacidade) – a rede não atinge uma situação de deadlock parcial
Boundness (limitação) - nenhum lugar tem marcação monotonicamente crescente
Reversibility (reversibilidade) – o estado inicial é alcançável de qualquer marcação

Coverability Tree

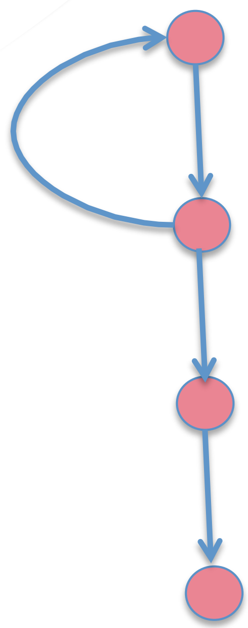
Exemplos

Uma rede limitada

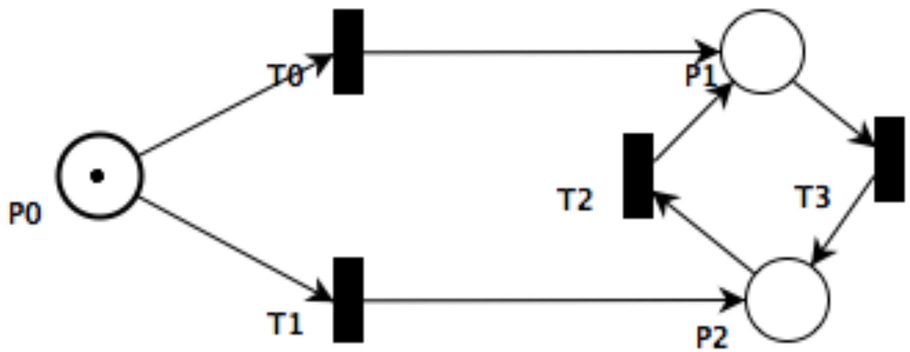


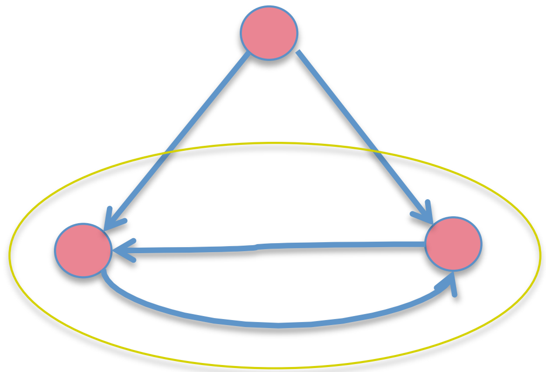
Murata, 1989, pag. 549

E seu grafo de atingibilidade



deadlock


T0
P1
P0
T2
T3
T1
P2




Trap (armadilha)

Análise de modelos em RdP

Possíveis estratégias :

- Classificação (fazer um estudo prévio de certas classes de rede e simplesmente identificar cada caso prático com uma das classes)

- Identificar propriedades "desejáveis" nas redes associadas a casos práticos, implicando que já existe uma associação destas propriedades com comportamento ou estrutura do sistema.

- Reproduzir a rede de cobertura e fazer a análise sobre esta rede

Sistema Sequenciais

Sistema elementar sequencial

Def. 14] Seja um sistema elementar $N = (P, T, F, C_{in})$. Este sistema é dito sequencial se e somente se,

i) $|C_{in}| = 1$, e

ii) $\forall C \in |C_{in}\rangle, |C| = 1$.

Def. 15] Seja um sistema elementar $N = (P, T, F, C_{in})$. Este sistema é dito uma máquina de estados se e somente se $\forall t \in T, |\bullet t| = |t \bullet| = 1$.

Escola Politécnica da USP

MECATRÔNICA

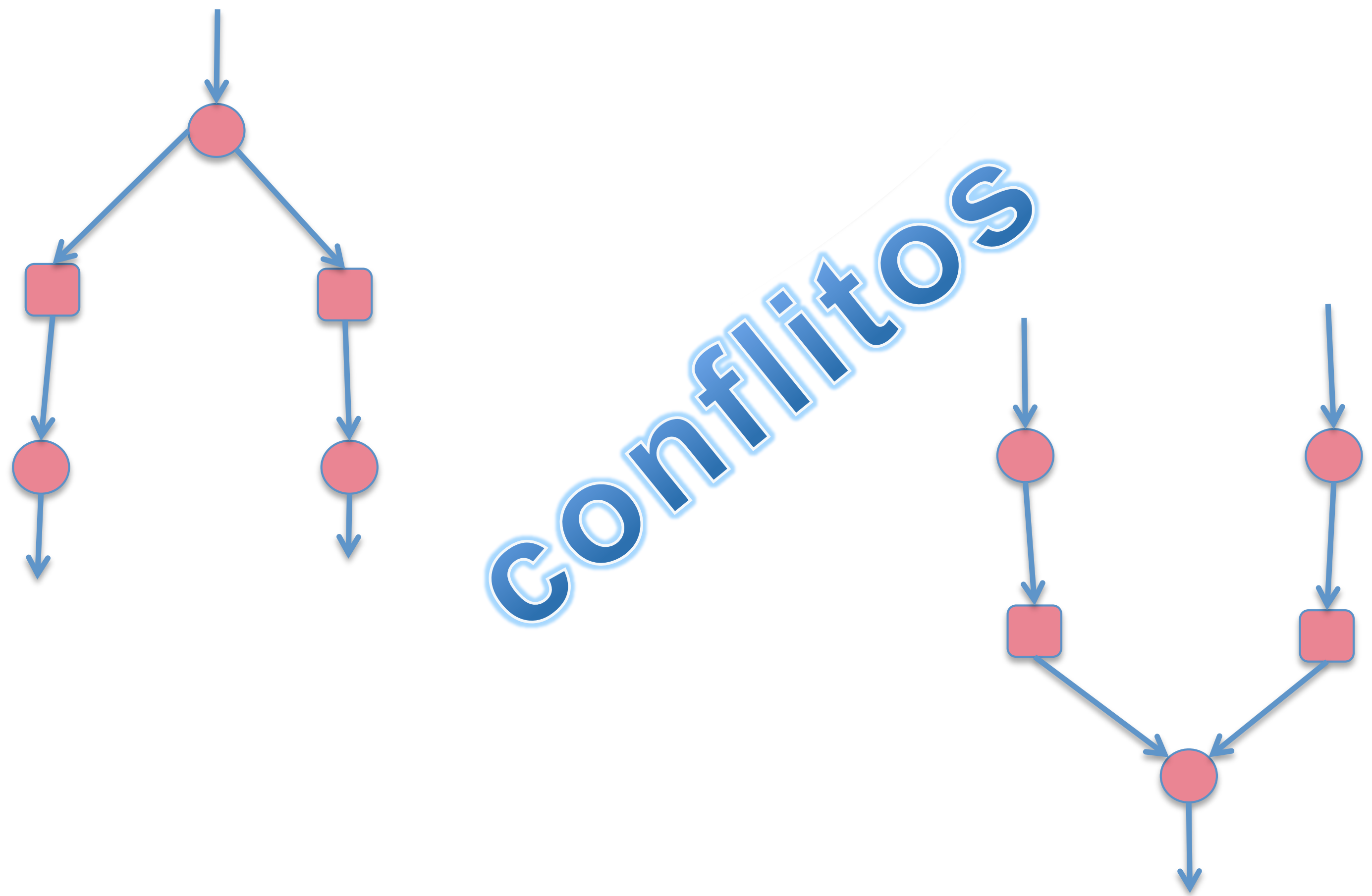
Sub-classes das redes elementares

Def. 16] Seja um sistema elementar $N = (P, T, F, C_{in})$. Este sistema é dito um grafo marcado se e somente se $\forall p \in P, |\bullet p| = |p\bullet| = 1$.

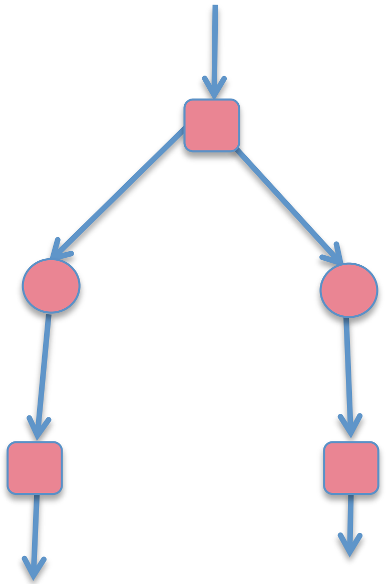
Def. 17] Seja um sistema elementar $N = (P, T, F, C_{in})$. Este sistema é dito uma rede *free choice* se e somente se $\forall p \in P, |p\bullet| \leq 1 \; ou \; \bullet(p\bullet) = \{p\}$.

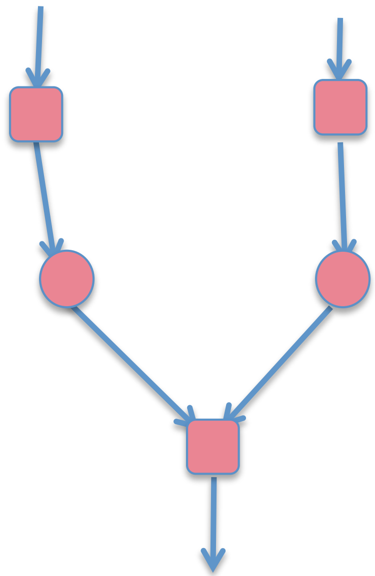
Desel, J. and Esparza, J.; Free Choice Nets, Cambridge University Press, 1995.

Fragmentos de seleção concorrente



Fragmentos de sincronização paralela





	Sel/branch	Sel/ escoamento	Par begin	Par end
Maq estados	✔	✔		
Grafos Marcados			✔	✔
Free choice	✔	✔	✔	✔

Def. 22] Uma rede Free Choice Estedida (Extended Free Choice, EFC), é uma rede de Petri ordinária tal que,

$$\forall p_1, p_2 \in S . p_1^{\bullet} \cap p_2^{\bullet} \neq \phi \Rightarrow p_1^{\bullet} = p_2^{\bullet}$$

Def. 23] Uma rede de escolha assimétrica (Assimetric choice, AC, net) é uma rede ordinária tal que

$$\forall p_1, p_2 \in S . p_1^{\bullet} \cap p_2^{\bullet} \neq \phi \Rightarrow (p_1^{\bullet} \subseteq p_2^{\bullet}) \vee (p_1^{\bullet} \supseteq p_2^{\bullet})$$

Mutex, Redes FC e AC

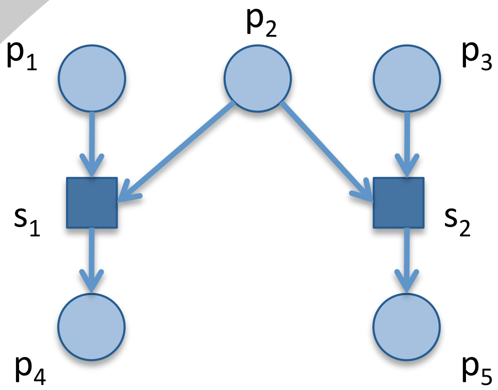


Fig 11a: mutex simples

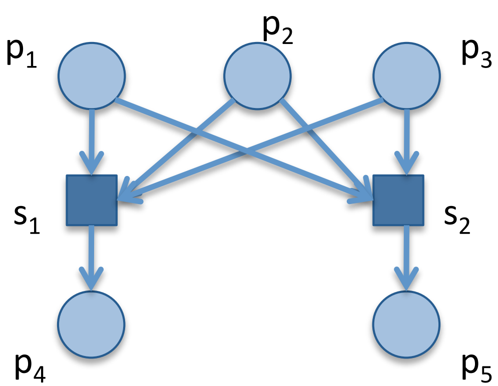


Fig 11b: mutex especial

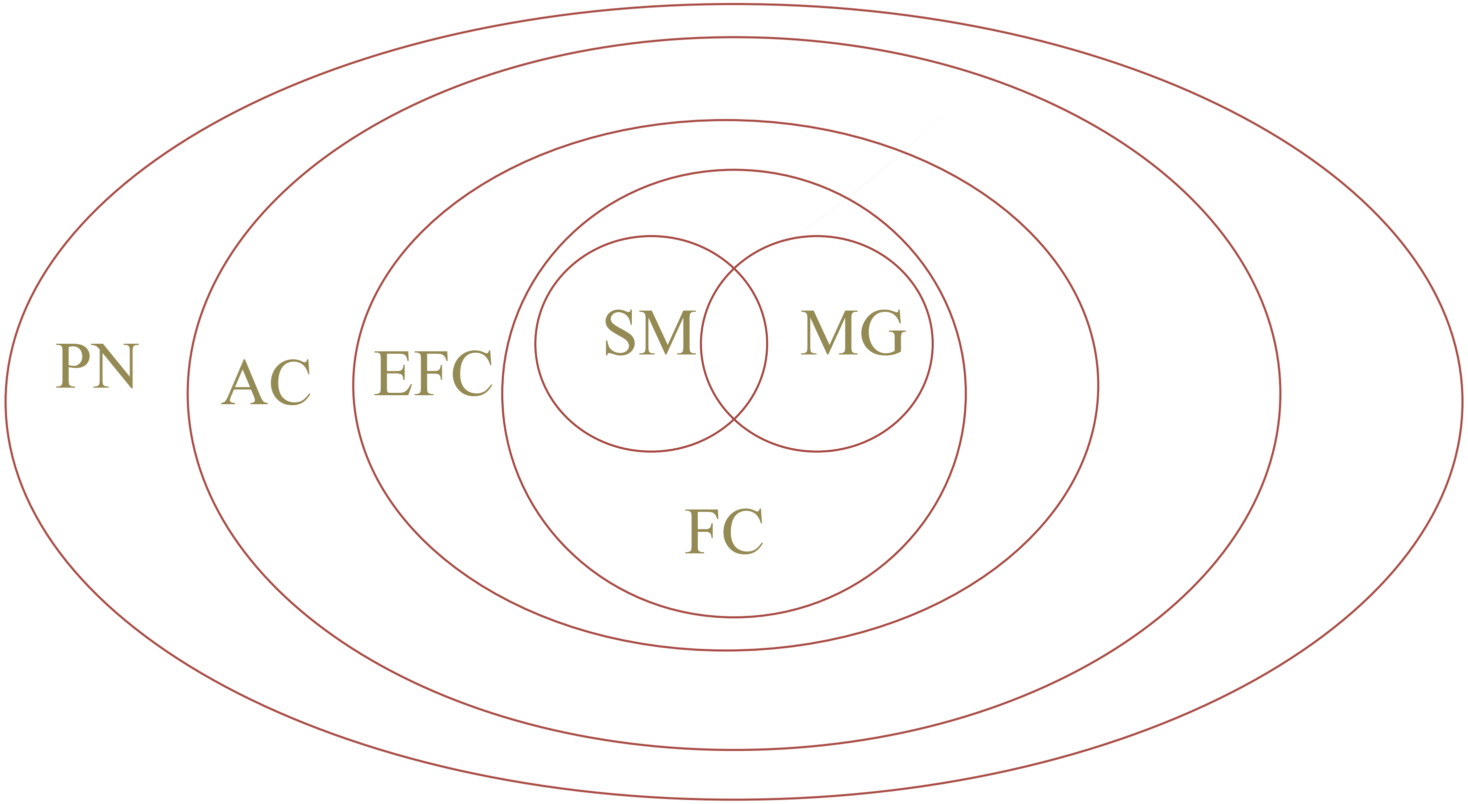
Em uma rede FC (Free Choice) não é permitido mutex (Fig11a). Na EFC (Extended Free Choice) só é permitido um mutex especial, onde uma vez escolhido o conflito nenhuma marca é deixada para trás (Fig11b).

A rede AC (Assimetric Choice) permite situações do tipo mutex simples. Respectivamente,

$p_1^\bullet = p_2^\bullet = p_3^\bullet = \{s_1, s_2\}$, na (Fig11b), e

$p_1^\bullet \subseteq p_2^\bullet$, e $p_2^\bullet \supseteq p_3^\bullet$

na (Fig11a).


PN
AC
EFC
SM
MG
FC

Redes Lugar/Transição (P/T)

- número irrestrito (*w*) de marcas em cada lugar
- relações de fluxo não unitárias (peso dos arcos)
- determinação de capacidade dos lugares (> 1)
- indistinguibilidade das marcas
- geração de estados à partir de um estado inicial

Redes elementares → **Redes P/T**

Análise de modelos em RdP

Possíveis estratégias :

- Classificação (fazer um estudo prévio de certas classes de rede e simplesmente identificar cada caso prático com uma das classes)

- Identificar propriedades "desejáveis" nas redes associadas a casos práticos, implicando que já existe uma associação destas propriedades com comportamento ou estrutura do sistema.

- Reproduzir a rede de cobertura e fazer a análise sobre esta rede

Decidibilidade

Vários trabalhos mostram que o problema da atingibilidade de um dado estado é decidível.

J. Esparza, Decidability and Complexity of Petri Nets Problems:An Introduction. Advanced Courses in Petri Nets, 1998, in Lecture Notes in Comp. Science 1491, Lectures in Petri Nets : Basic Models.

Árvore de Cobertura

Coverability Tree

Def.24] Dada uma rede P/T (N, M0), uma marcação genérica M de (N, M0) é dita encampavel (converable) se e somente se existir uma marcação $M' \in R(M_0)$ tal que $M' \geq M$, isto é,

$$\forall s \in S, M'(s) \geq M(s)$$

Uma árvore de cobertura é uma estrutura que tem a marcação inicial como raiz e cada ramo representando os diferentes processos ou sequencia de disparos até encontrar um "dead end" ou uma marcação já visitada.

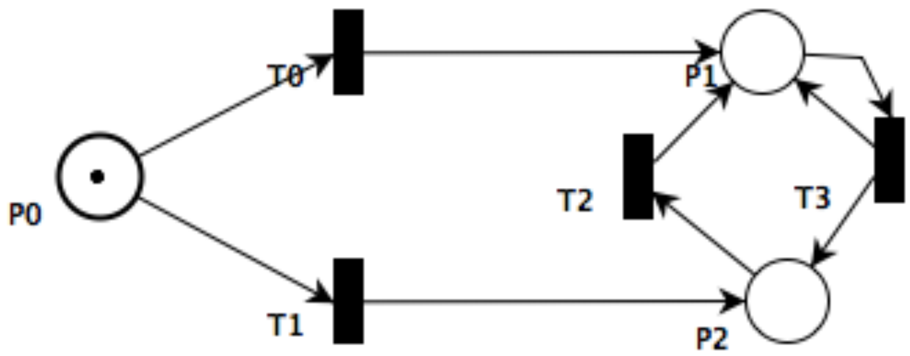
Árvore de Cobertura

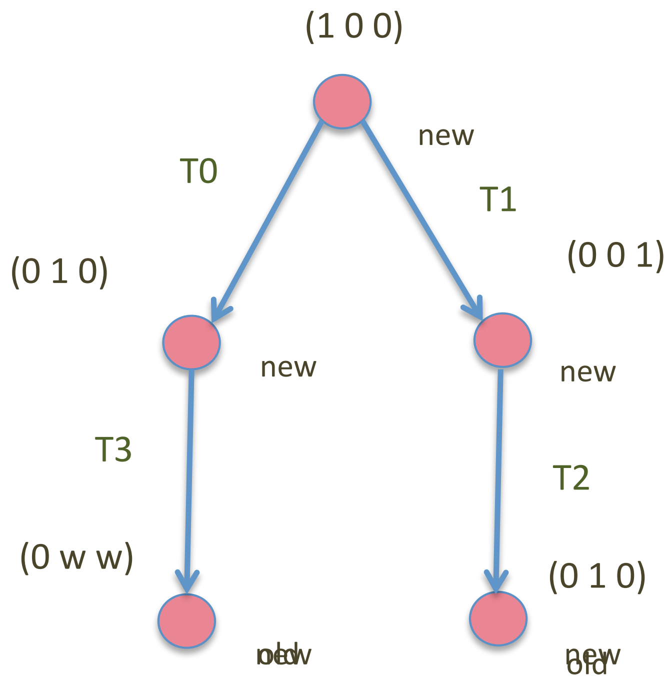
Coverability Tree

1) Tome M_0 como raiz e rotule este estado como “new”

2) Enquanto existir uma marcação denotada por “new” faça
   - 2.1) Selecione uma nova marcação M (apontada por “new”);
   - 2.2) Se M for idêntica a alguma marcação já visitada, rotule esta marcação como “old” e procure uma nova marcação.
   - 2.3) Se nenhuma transição está habilitada então rotule M como um “final trap”;
   - 2.4) Enquanto existirem transições habilitadas em M, faça
     - 2.4.1) Obtenha a marcação resultante do firing de $t \in M^{\bullet}$;
     - 2.4.2) Se a nova marcação é superável substitua M´por *w*
     - 2.4.3) Faça um novo nó com M´, desenhe um arco com rótulo t de M para M´ e rotule M´ como “new”.

Exemplo





Em princípio os lugares P1 e P2 têm capacidade w.

Propriedades Comportamentais

As propriedades comportamentais das redes de Petri são :

- atingibilidade (já discutida brevemente)
- limitação
- vivacidade
- reversibilidade
- cobertura
- persistência
- invariantes (já discutida)
- distância síncrona
- equacidade

Atingibilidade

O conceito de atingibilidade já foi discutido quando falamos das Redes Elementares. Foi definia a relação r e r-1 para denotar que um estado c seria atingível a partir de c', e denotasdo c r c'. Podemos agora rever este conceito usando a notação algébrica.

$$\mathbf{M} \in \left| \mathbf{M}_0 \right\rangle ?$$

$$\mathbf{M}_{i+1} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j$$

Atingibilidade

$$\mathbf{M}_{i+1} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \sum_{j=0}^{i} \sigma_j$$

Fazendo $\sum_{j=0}^{i} \sigma_j = \overline{\sigma}$, temos a equação não-homogênea,

$A^T \overline{\sigma} = \Delta M$. Se esta equação tiver solução não saberemos de fato se existe uma permutação de σ's que seja exequivel na prática, e que tornaria o estado de fato atingível. Entretanto, se a equação não tem solução, então o estado em questão NÃO é atingível. Temos assim uma condição necessária para a atingibilidade, obtida diretamente da equação de estado.

d-l@b

Limitação

(Boundness)

Def. 25] Uma rede P/T é dita k-limitada (ou simplesmente limitada) se e somente se, para todo lugar $p \in S$, $M(p) \leq k$, para algum k finito.

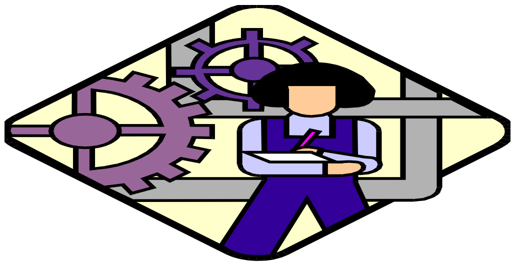
Vivacidade

Def. 26] Seja uma rede P/T (N, M_0) e *t* uma transição desta rede. Seja L(M_0) o conjunto de todas as seqüências de disparo geradas à partir de M_0. A transição *t* é dita :

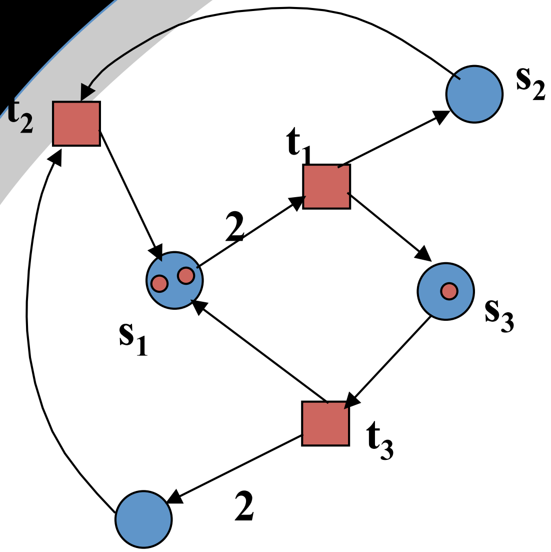
- L0-viva (morta) se *t* nunca é disparada em nenhuma seqüências de L(M_0);
- L1-viva se *t* dispara pelo menos uma vez em alguma seqüências de L(M_0);
- L2-viva, se para um inteiro positivo k, *t* dispara pelo menos k vezes em alguma seqüências de L(M_0);
- L3-viva, se *t* aparece infinitas vezes em alguma seqüências de L(M_0);
- L4-viva (ou viva) se é L1-viva para toda seqüências de L(M_0);

Reversibilidade

Def. 27] Seja uma rede P/T (N, M_0), e seja $R(M_0)$ o conjunto das marcações atingíveis a partir de M_0. A rede (N, M_0) é dita **reversível** se para todo $M \in R(M_0)$, M_0 é atingível a partir de M.



Ciclo de produção



$$\begin{pmatrix}2\\0\\1\\0\end{pmatrix} \overset{t_1}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\end{pmatrix} \overset{t_3}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} \overset{t_2}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}2\\0\\1\\0\end{pmatrix} \overset{t_3}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}3\\0\\0\\2\end{pmatrix} \overset{t_1}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}1\\1\\1\\2\end{pmatrix} \overset{t_3}{\Rightarrow}$$

$$\begin{pmatrix}2\\1\\0\\4\end{pmatrix} \overset{t_2}{\Rightarrow} \begin{pmatrix}3\\0\\0\\2\end{pmatrix} \Rightarrow \ldots$$

Cobertura

Dada a definição 24] discutida no inicio desta aula:

> Um dos métodos de análise da rede é a construção do seu grafo de cobertura, o que pode ser feito através do algoritmo de construção da árvore de cobertura que também já foi discutido.

Persistência

Def. 28] Uma rede de Petri é dita persistente, se, dadas duas transições habilitadas o disparo de uma delas não desabilita a outra.

Se uma rede é não-persistentes fica bastante comprometida a modelagem e análise de sistemas temporizadosna abordagem de Ramchamdani.

Equacidade

(fairness)

Def. 29] Duas transições são ditas finitamente equânimes (B-fair) se e somente se o número máximo de vezes que uma pode ocorrer sem que a outra ocorra é finito. Uma rede é finitamente equânime se cada par de suas transições é finitamente equânime.

Duas transições são infinitamente equânimes se uma pode ocorrer infinitas vezes sem que a outra ocorra. Uma rede é infinitamente equânime se suas transições são infinitamente equânimes duas a duas.

Propriedades estruturais

São ditas propriedades estruturais das Redes de Petri, as propriedades que não dependem da marcação inicial mas somente da estrutura topológica da rede.

Vivacidade estrutural
Controlabilidade
Limitação estrutural
Conservabilidade
Consistência

Vivacidade estrutural : Uma rede de Petri N é dita estruturalmente viva se existe uma marcação inicial viva para N.

Controlabilidade : Uma rede de Petri é dita completamente controlável se qualquer marcação é atingível à partir de uma dada marcação.

Teorema 3: Se uma rede de Petri N com *m* lugares é completamente controlável, então Posto[A]=*m*, onde A é a matriz de incidência da rede.

Dem.] Como a rede é completamente controlável implica que existe um *x* para cada ΔM que é solução da equação $A^T x = \Delta M$, portanto o posto das matrizes obedece à seguinte relação,

$$\mathrm{Posto}[A^T] = \mathrm{Posto}[A^T : \Delta M] \Rightarrow \mathrm{Posto}[A^T] = m$$

Limitação estrutural : Uma rede de Petri N é dita limitada estruturalmente se é limitada para toda marcação inicial $\mathbf{M}_0$.

Conservabilidade : Uma rede de Petri N é dita parcialmente conservativa, se existe um inteiro positivo y(p) para algum lugar p, tal que a soma ponderada de tokens

$$\mathbf{M}^T y = \mathbf{M}_0^T y = cte.$$

Conservabilidade : Uma rede de Petri N é dita totalmente conservativa, se existe um inteiro positivo y(p) para cada lugar p, tal que a soma ponderada de tokens

$$\mathbf{M}^T y = \mathbf{M}_0^T y = cte.$$

Consistência : Uma rede de Petri é dita (parcialmente) consistente se existe uma marcação $\mathbf{M}_0$ e uma seqüência de disparos σ que leva ciclicamente a $\mathbf{M}_0$ de modo que (alguma) cada transição ocorre pelo menos uma vez em σ.

Aplicações das redes clássicas

Sistemas supervisórios inteligentes

$$m_1 \xrightarrow{t_1} m_2 \xrightarrow{t_2} \cdots \xrightarrow{t_k} m_k \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m_1 \xrightarrow{\sigma} m_k$$

$$\text{onde} \quad \sigma = t_1 t_2 \cdots t_k$$

Escola Politécnica da USP

MECATRÔNICA

Teoria dos Sistemas Supervisórios

Os processos de um sistema discreto podem ser representados por strings de eventos ou passos. Tais strings formam uma suprema linguagem controlável e pode incluir eventos não controláveis, desde que observáveis e preditiveis.

O supervisório em malha fechada é um parser para esta suprema linguagem controlável.

Ramadge, P.J. and Wonham, W.M.; The Control of Discrete Event System, Proc. of the IEEE, Vol. 77, no. 1, 1989

d-l@b

Análise de propriedades em redes clássicas

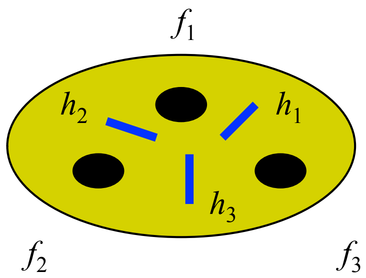
- uma técnica de verificação é um algorítmo procedural que prova que uma dada propriedade vale em um caso específico;

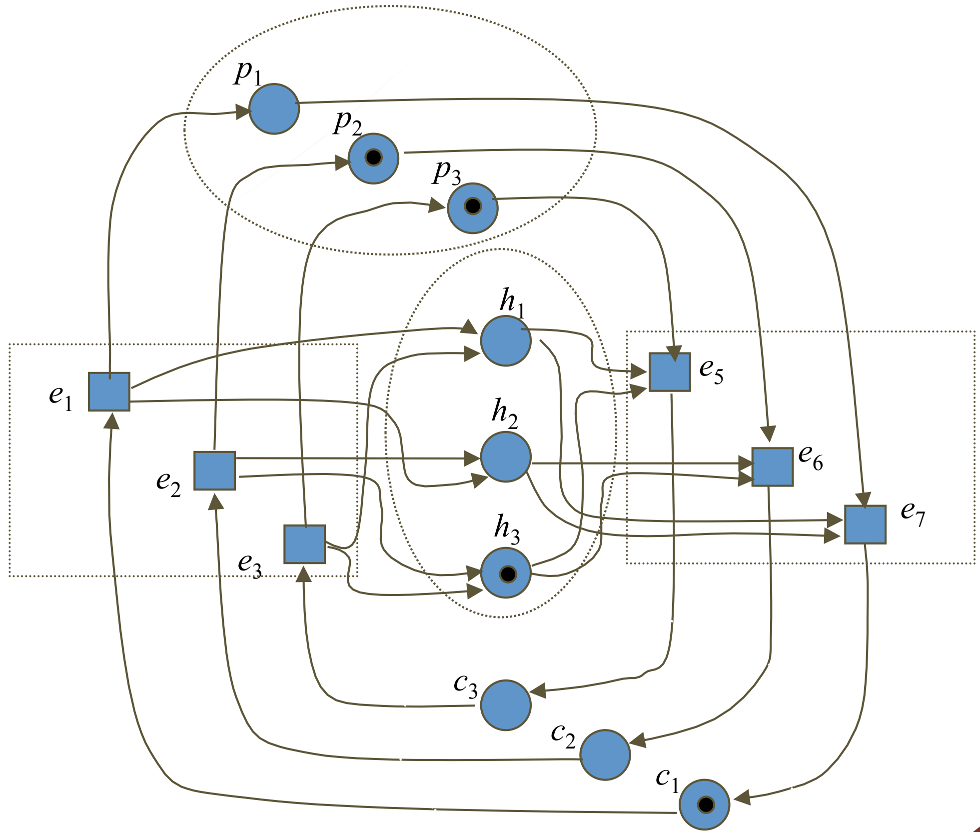
- uma técnica de prova visa demonstrar a propriedade em um caso geral (em geral lida com métodos simbólicos, declarativos);

- uma técnica de análise agrupa um conjunto de propriedades de uma rede como sendo isomorfas às de um modelo ou artefato em fase de design (sistema em geral).

Dobramento e individualidade das marcas

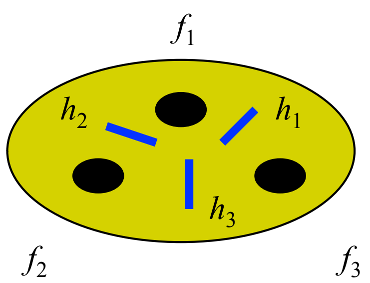
O exemplo dos filósofos

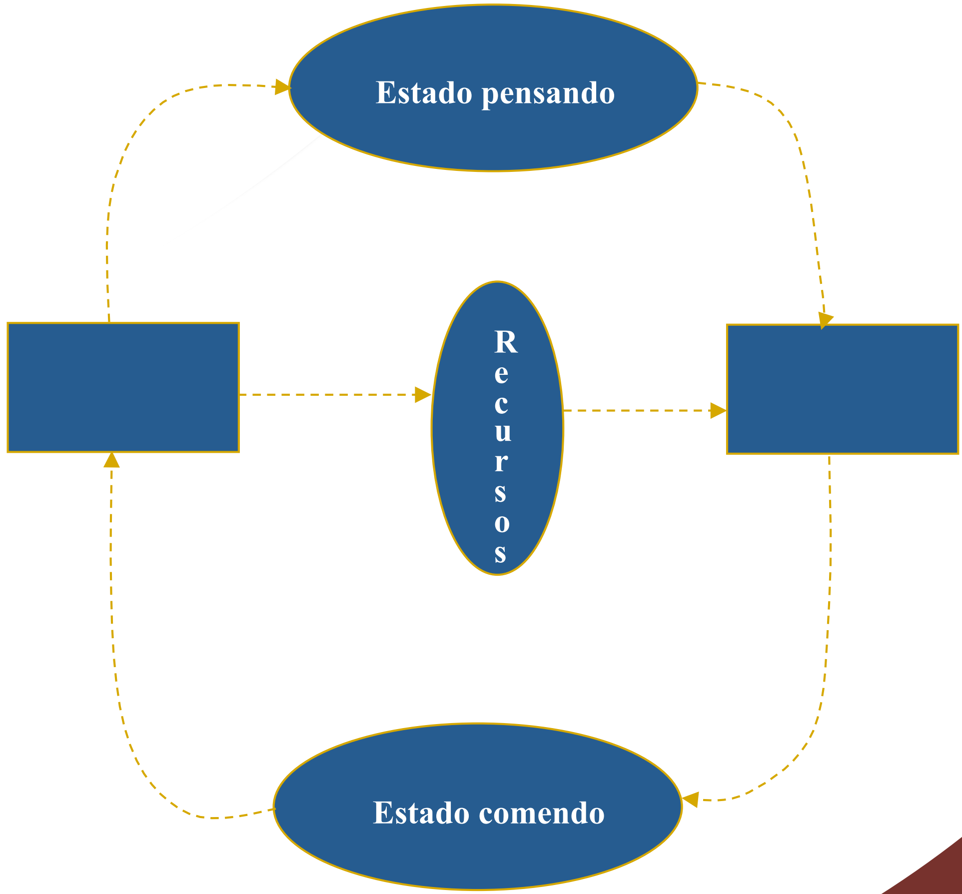




Explorando Simetrias

O exemplo dos filósofos





Relação entre o desenvolvimento teórico e a prática

IEC/ISO 15909

Parte 1 (2004): modelo semântico, definição teórica das redes clássicas e das redes de alto nível.

Parte 2 (2005-2008): definição do protocolo de importação/exportação, PNML.

Parte 3 (?) : Extensões, Redes Temporizadas, modularidade, hierarquia.

Escola Politécnica da USP

MECATRÔNICA

Extensões das Redes de Petri

A rede de Petri tem todos os elementos fundamentais à análise de sistemas?

Extensões e aplicações

Sistemas de telecomunicação

Redes de computadores

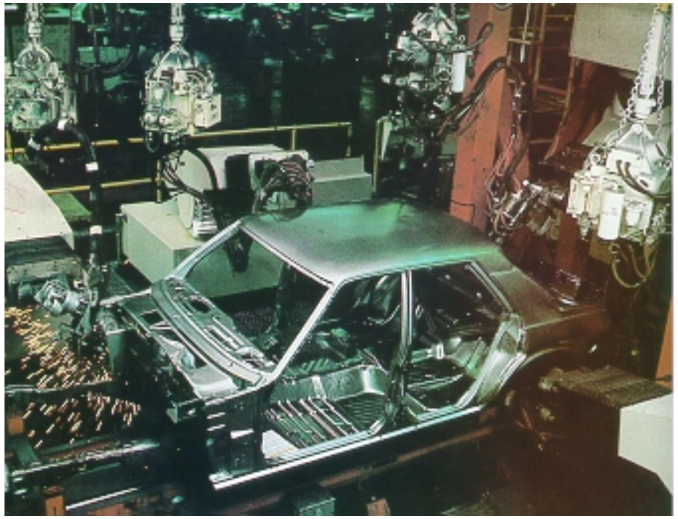
Sistemas de manufatura

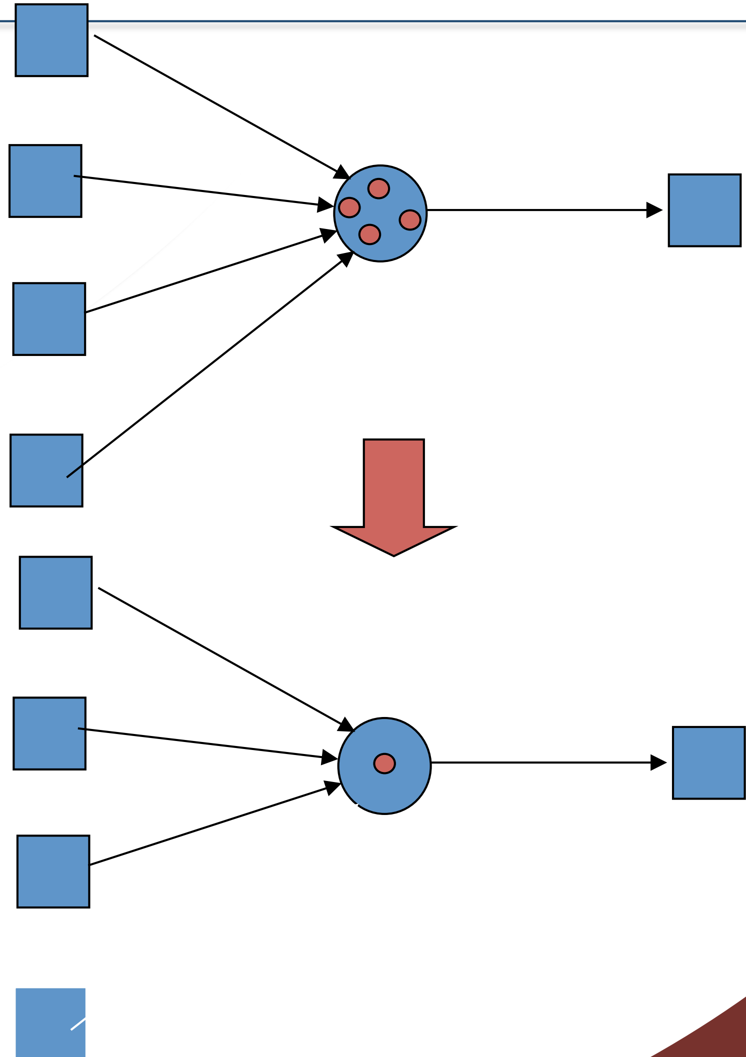
Sistemas químicos de produção em batelada

Sistemas de transporte (inteligentes)

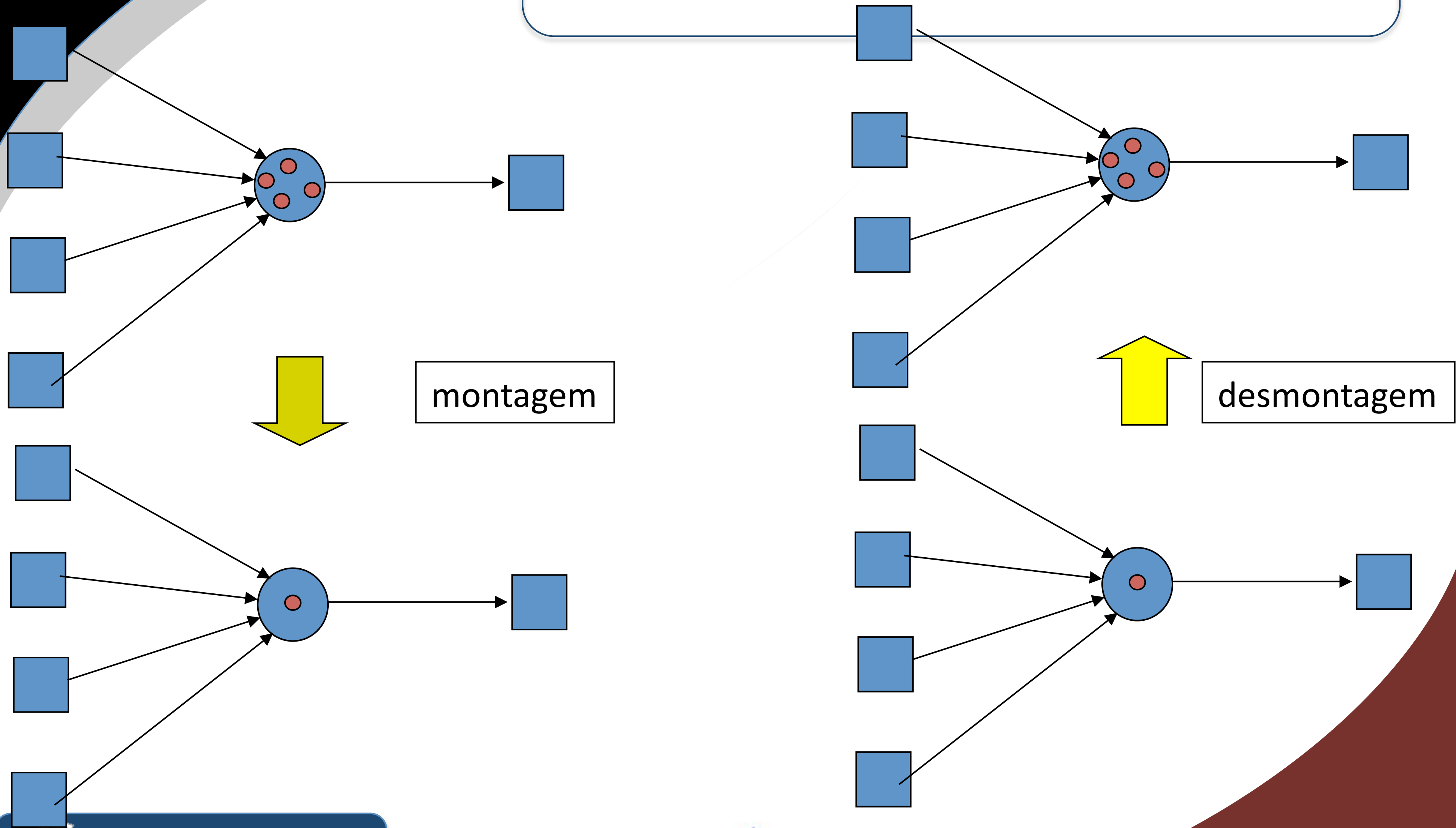
etc.

Sistemas de Manufatura

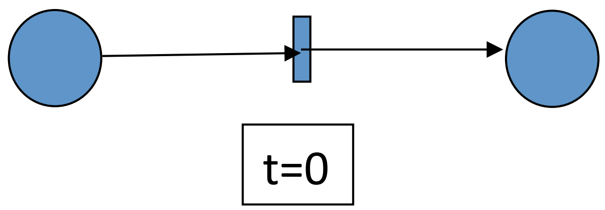


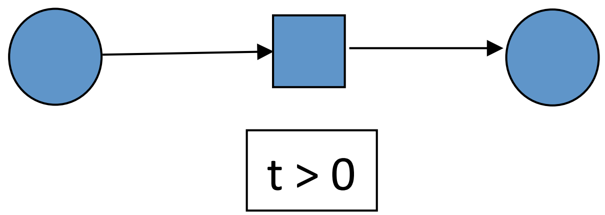


Montagem e desmontagem



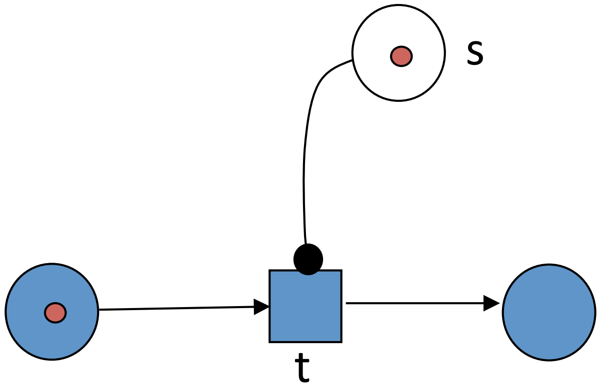
Transições temporizadas





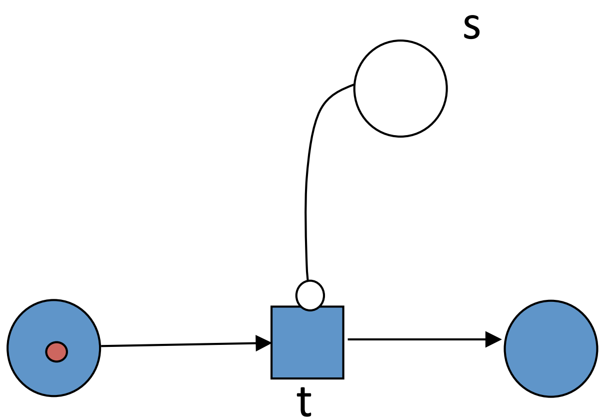
Transferindo apenas informação

(condições não controláveis)



O gate habilitador

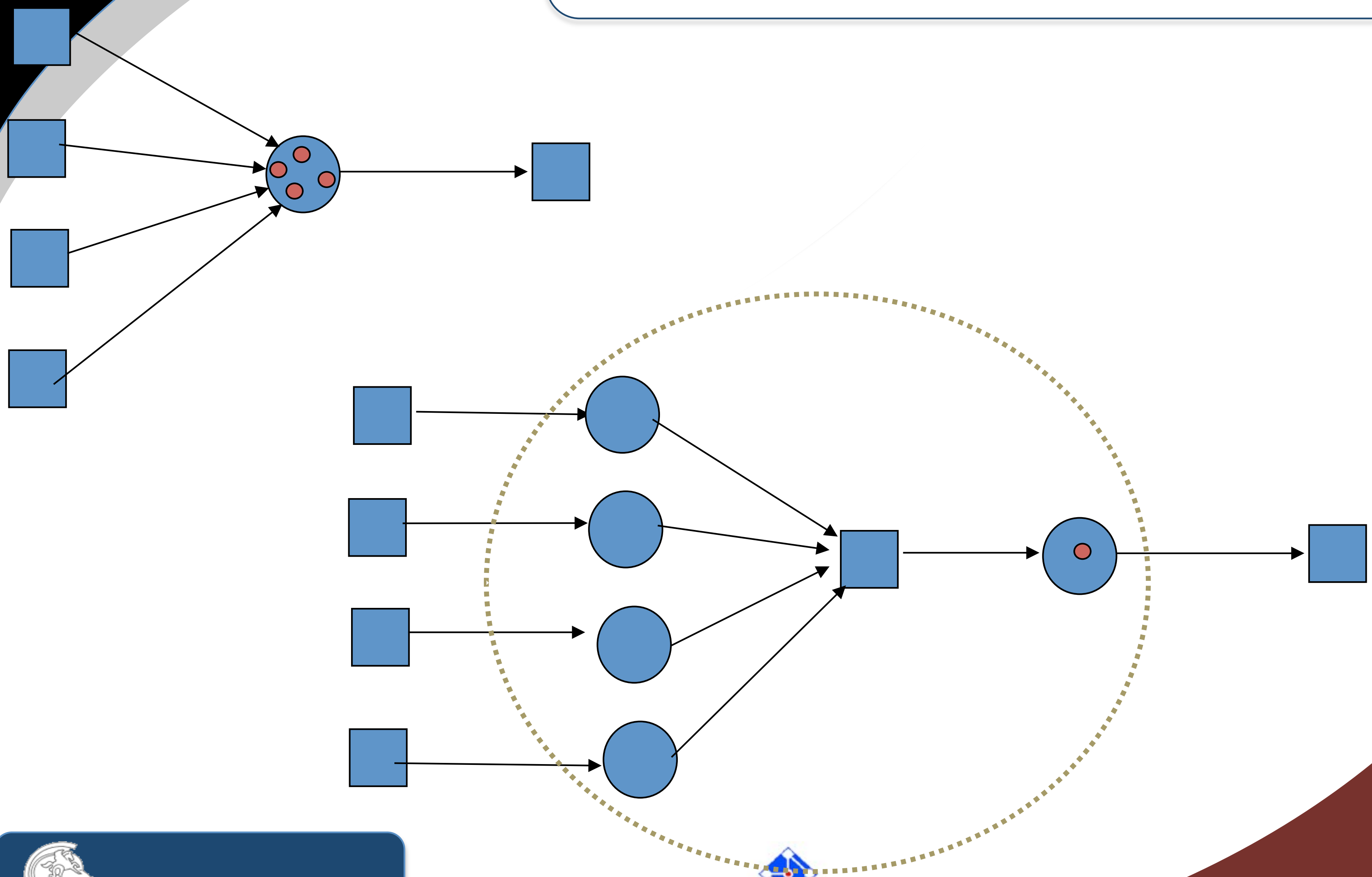
A transição *t* está habilitada se o lugar *s* estiver marcado.



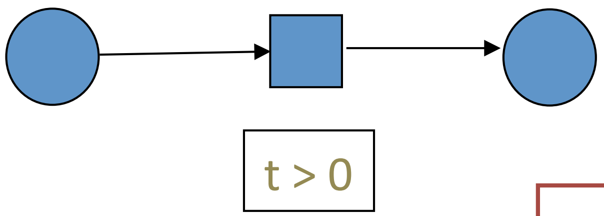
O gate inibidor

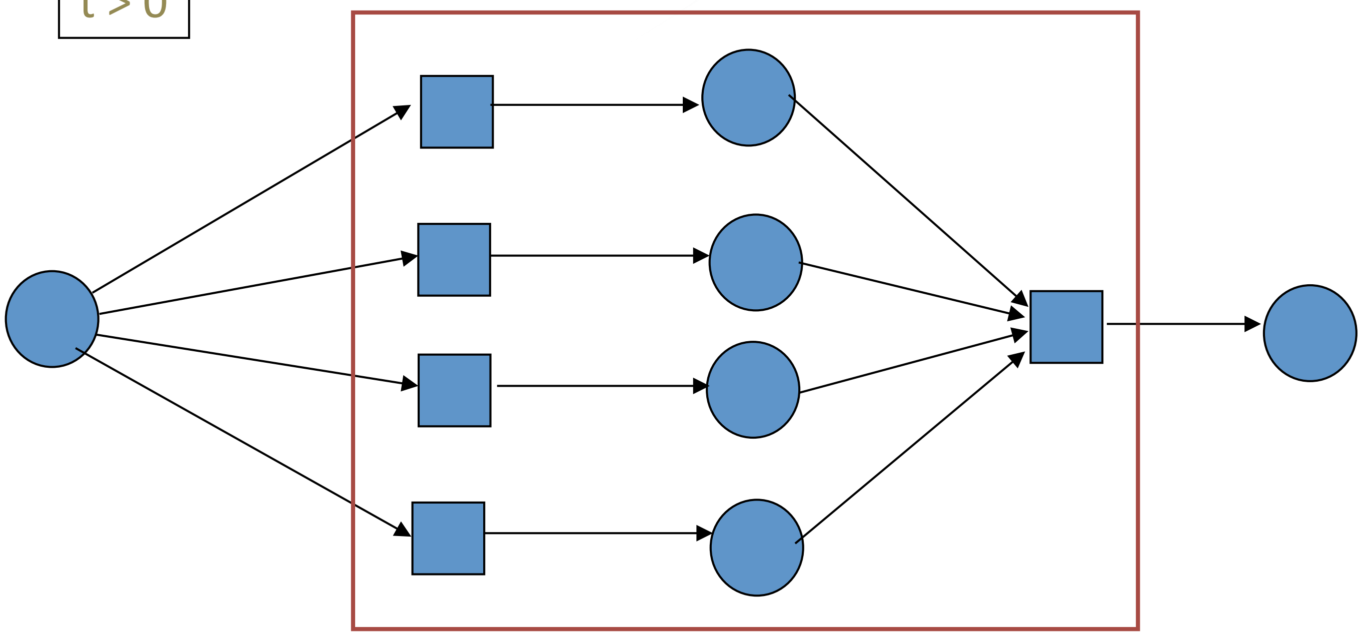
A transição *t* está habilitada se o lugar *s* NÃO estiver marcado.

Reduções (montagem)

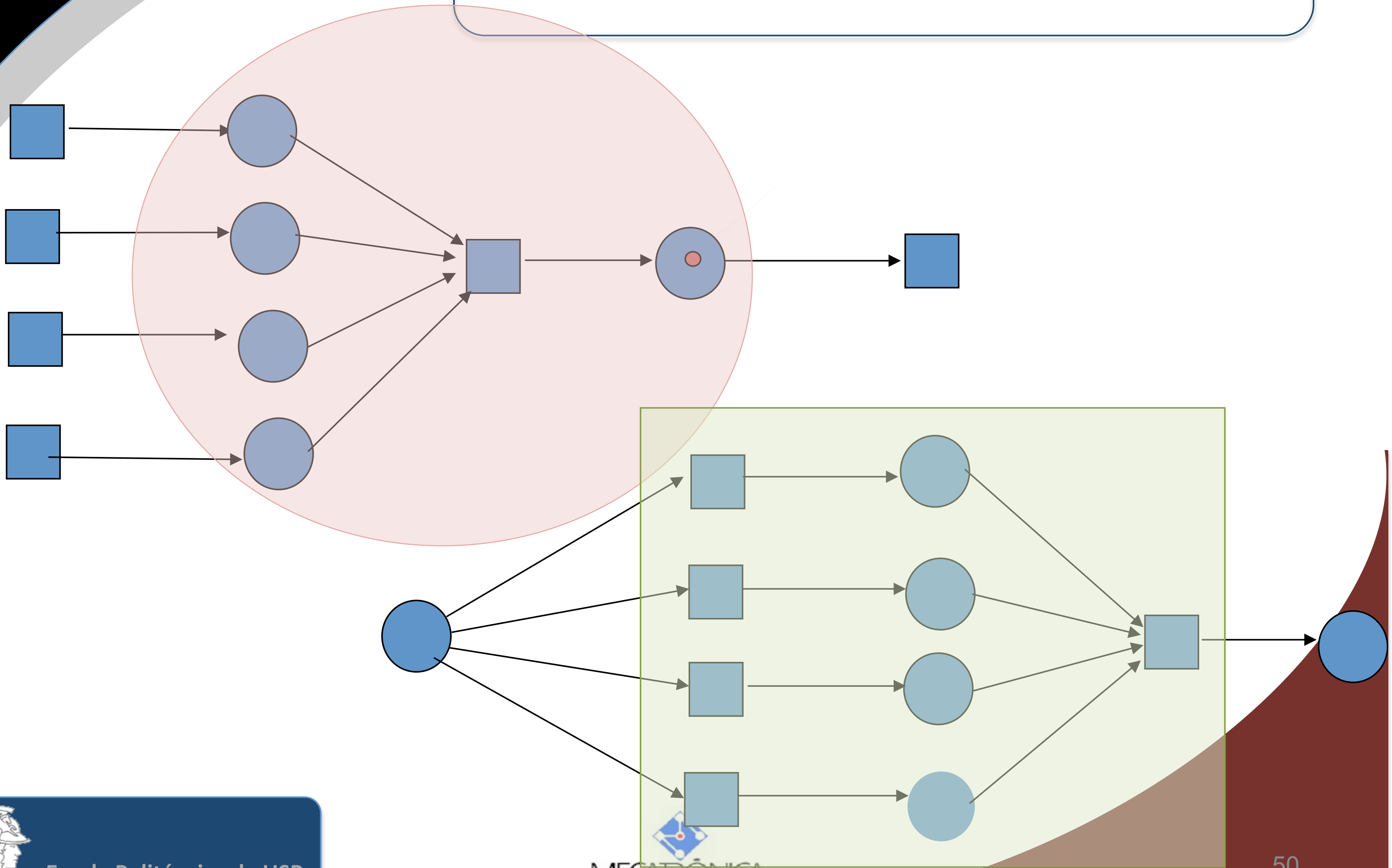


Reduções (temporização)





Redes hierárquicas



Exercicios

Já está disponível a **Lista 2** que deverá ser entregue na próxima aula.

A descrição do artigo apresentada hoje será criticada (no próprio site) e comentários serão inseridos no moodle, acessível a cada aluno. Veja estes comentários ao longo da semana e procure melhorar a sua introdução para a próxima aula.

d-l@b

Fim

Escola Politécnica da USP

MECATRÔNICA